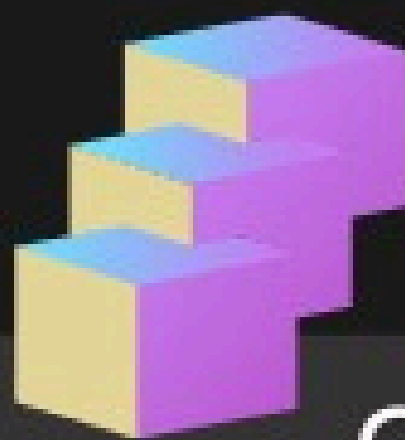


RESUMO EM FORMULAS



GUIA PRÁTICO PARA ESTUDO



Adriano Rocha

www.matematicahoje.com

Sumário

1	Transformação de Medidas	03
2	Produtos Notáveis e Fatoração	04
3	Conjuntos	05
4	Função do 1o Grau	06
5	Função do 2o Grau	07
6	Potenciação	08
7	Logaritmos	09
8	Ciclo Trigonométrico	10
9	Fórmulas Trigonométrica	11
10	Funções Trigonométricas	12
11	Área de Figuras Planas	14
12	Ângulo	15
13	Triângulos	16

Sumário

14	Quadriláteros	17
15	Circunferências	18
16	Prismas	20
17	Pirâmides	21
18	Tetraedro e Tronco de Pirâmide	22
19	Cilindro e Cone	23
20	Esfera	24
21	Poliedros	25
22	Ponto e Reta	26
23	Cônicas: Circunferência e Elipse	27
24	Progressões (PA e PG)	29
25	Estatística	30
26	Matemática Financeira	31

Sumário

27	Análise Combinatória	32
28	Matrizes	33
29	Determinantes	34
30	Sistemas Lineares	37
31	Triângulo de Pascal	38
32	Binômio de Newton	39
33	Vetores	40
34	Números Complexos e Polinômios	41

Medidas e Transformações

Comprimento: metro

km hm dam m dm cm mm

← :10 x10 →

1 polegada = 2,54 cm

1 pé = 30,48 cm

1 milha = 1,609 km

Área/superfície: metro quadrado

km² hm² dam² m² dm² cm² mm²

← :100 x100 →

HECTARE

1 ha = 10.000 m²

Volume: metro cúbico

km³ hm³ dam³ m³ dm³ cm³ mm³

← :1000 x1000 →

LITRO - METRO³

1 L = 1 dm³

1.000 L = 1 m³

1 mL = 1 cm³

Volume: litro

kL hL daL L dL cL mL

← :10 x10 →

Tempo

dia hora minuto segundo

x24 x60 x60

semana = 7 dias
mês = 30 dias
bimestre = 2 meses
trimestre = 3 meses
semestre = 6 meses
ano = 12 meses ou 365 dias
década = 10 anos
século = 100 anos
milênio = 1000 anos

Massa: grama

kg hg dag g dg cg mg

← :10 x10 →

TONELADA

1 to = 1.000 kg

PREFIXOS



10 ¹²	10 ⁹	10 ⁶	10 ³	10 ²	10 ¹	10 ⁻¹	10 ⁻²	10 ⁻³	10 ⁻⁶	10 ⁻⁹	10 ⁻¹²
T_	G_	M_	k_	h_	da_	d_	c_	m_	u_	n_	p_
tera	giga	mega	quilo	hecto	deca	deci	centi	mili	micro	nano	pico



Produtos Notáveis

MULTIPLICAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

QUADRADO DA SOMA

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\text{Ex: } = (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

QUADRADO DA DIFERENÇA

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$\text{Ex: } = (2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$$

PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

$$\text{Ex: } = (x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$$

CUBO DA SOMA

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$\text{Ex: } = (x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$$

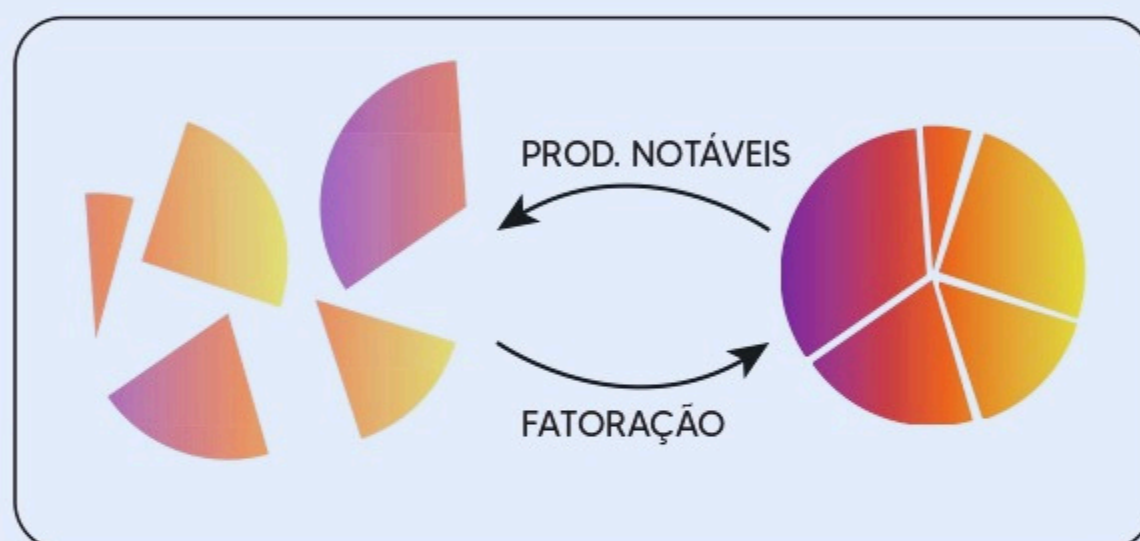
CUBO DA DIFERENÇA

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$\text{Ex: } = (2x - 7)^3 = 8x^3 - 84x^2 + 294x - 343$$

Fatoração

TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO



EVIDÊNCIA

$$ab + ac = a(b + c)$$

$$\text{Ex: } = 3x^2 + 5x = x(3x + 5)$$

AGRUPAMENTO

$$\begin{aligned} ac + ad + bc + bd &= \\ a(c + d) + b(c + d) &= \\ (a + b) \cdot (c + d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Ex: } ax + 2a + 5x + 10 &= \\ a(x + 2) + 5(x + 2) &= \\ (a + 5)(x + 2) \end{aligned}$$

DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

$$\text{Ex: } 9x^2 - 25 = (3x + 5)(3x - 5)$$

TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$\text{Ex: } 9x^2 - 42x + 49 = (3x - 7)^2$$

SOMA DE DOIS CUBOS

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$\text{Ex: } 8 + x^3 = (2 + x)(4 - 2x + x^2)$$

DIFERENÇA DE DOIS CUBOS

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$\text{Ex: } x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$$

Conjuntos

Para relacionar elementos com conjuntos

$\in$ PERTENCE
 $\notin$ NÃO PERTENCE

EXEMPLO: $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$

$2 \in A$ O elemento 2 pertence ao conjunto A

$4 \notin A$ O elemento 4 não pertence ao conjunto A

Para relacionar conjuntos com conjuntos

$\supset$ CONTÉM
 $\not\supset$ NÃO CONTÉM
 $\subset$ ESTÁ CONTIDO
 $\not\subset$ NÃO ESTÁ CONTIDO

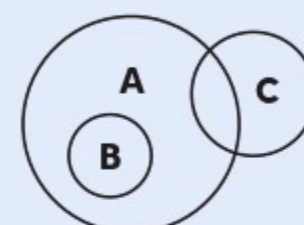
EXEMPLO: $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 8\}$, $C = \{4, 6\}$

$A \supset B$ O conjunto A contém o conjunto B

$A \not\supset C$ O conjunto A não contém o conjunto B

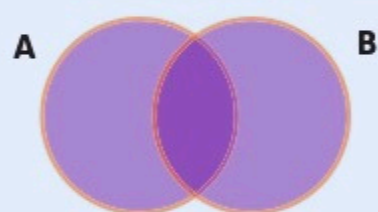
$B \subset A$ O conjunto B está contido no conjunto A

$C \not\subset A$ O conjunto C não está contido no conjunto A



INTERAÇÃO ENTRE CONJUNTOS

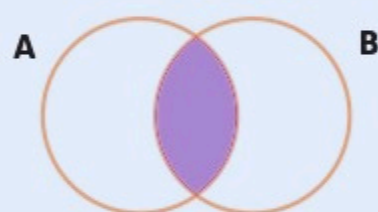
UNIÃO ($\cup$)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
 $B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

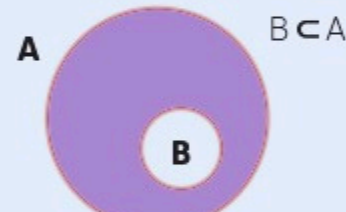
INTERSEÇÃO ($\cap$)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
 $B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$

$A \cap B = \{1, 2, 8\}$

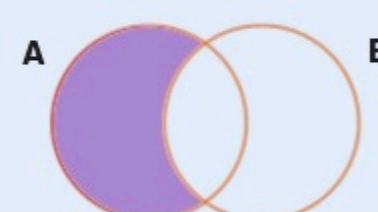
COMPLEMENTAR ($\complement$)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
 $B = \{1, 2, 3\}$

$\complement_A^B$ ou $\bar{A} = A - B = \{5, 6, 8\}$

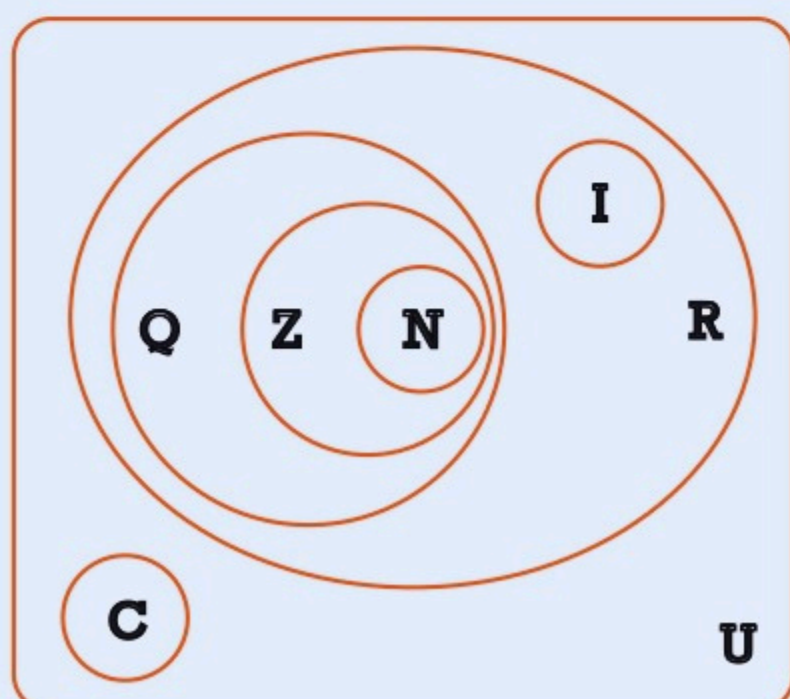
SUBTRAÇÃO ($-$)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
 $B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$

$A - B = \{3, 5, 6\}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS



N NATURAIS $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Z INTEIROS $\{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$ $N \subset Z$

Q RACIONAIS $\{-3; 0; 1; \frac{1}{2}; 3; 4; 0,333\dots\}$ $Z \subset Q$

I IRRACIONAIS $\{\sqrt{3}; \pi; e; 4,3452632\dots\}$ $I \not\subset Q$

R REAIS $Q \cup I$

C COMPLEXOS $\{i = \sqrt{-1}\}$ $I \not\subset R$

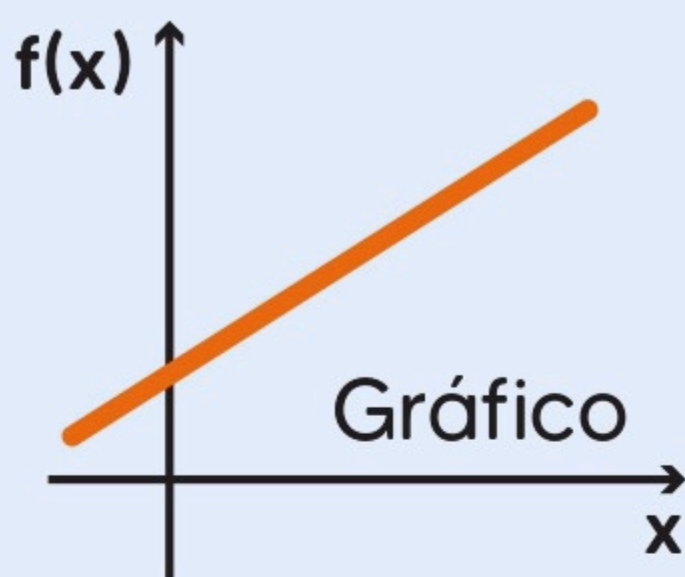
U UNIVERSO $R \cup C$

Está gostando do nosso resumo de matemática? Aprofunde ainda mais seus estudos nosso mais de 96 mapas mentais exclusivos! Eles cobrem toda a matemática do ensino fundamental e médio, com teoria e exemplos práticos. Cada mapa mental é apresentado em alta resolução, com um design moderno, para facilitar sua compreensão e retenção dos conceitos. Transforme seu aprendizado visualmente! Confira agora e tenha uma ferramenta completa para dominar a matemática.



DOWNLOAD IMEDIATO

Função do 1º Grau



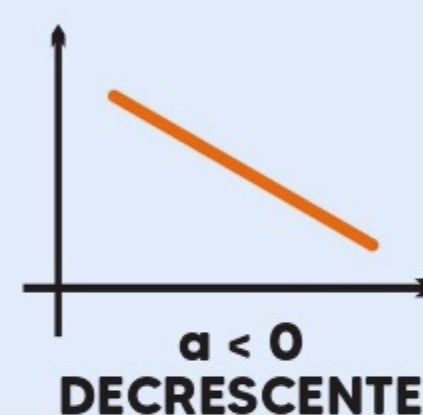
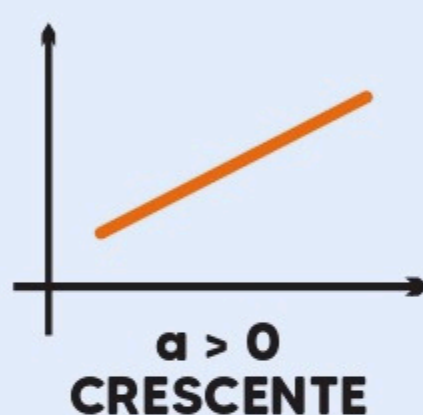
$$f(x) = ax + b$$

Coeficiente Angular

Coeficiente Linear

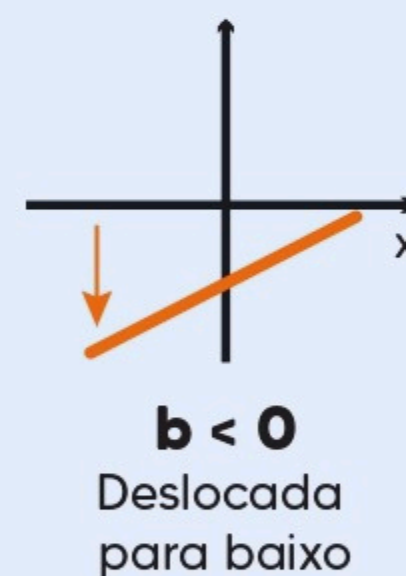
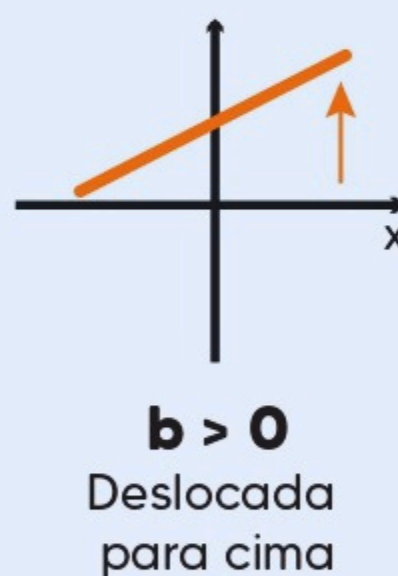
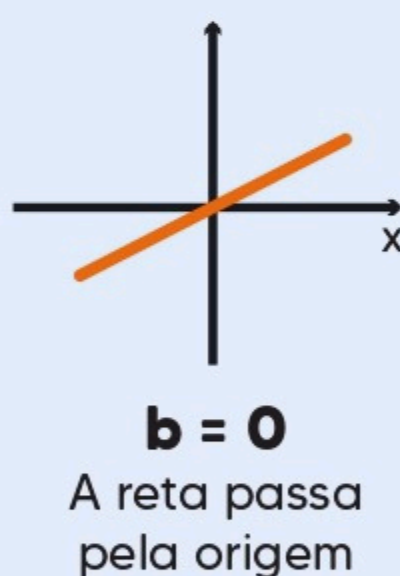
COEFICIENTE ANGULAR (a)

Determina a inclinação da reta

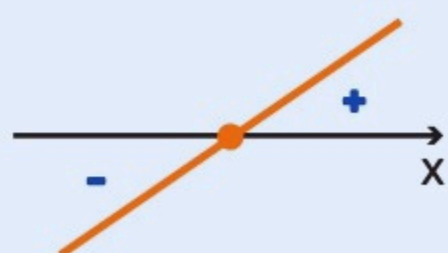


COEFICIENTE LINEAR (b)

Responsável por deslocar verticalmente a reta

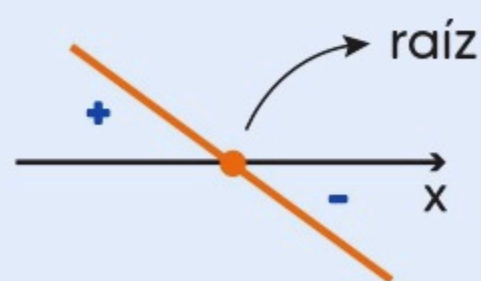


ANÁLISE DOS SINAIS



RETA CRESCENTE

$f(x)$ é **positivo** quando $x > \text{raiz}$
 $f(x)$ é **negativo** quando $x < \text{raiz}$
 $f(x)$ é **nulo** quando $x = \text{raiz}$



RETA DECRESCENTE

$f(x)$ é **positivo** quando $x < \text{raiz}$
 $f(x)$ é **negativo** quando $x > \text{raiz}$
 $f(x)$ é **nulo** quando $x = \text{raiz}$

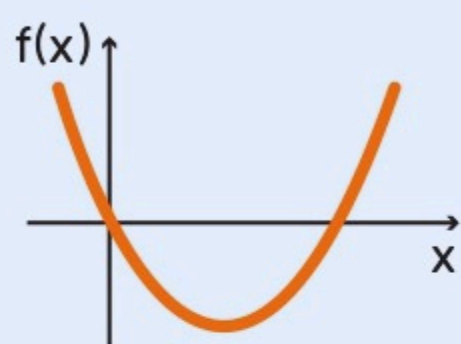
FUNÇÃO DO 2º GRAU

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

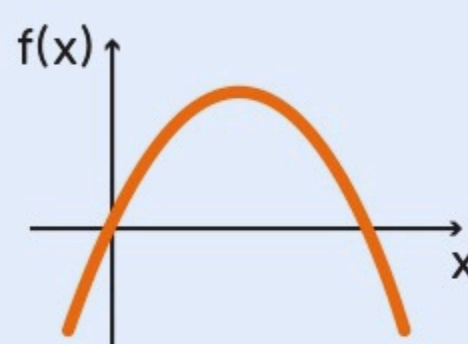


CONCAVIDADE

Determinada pelo valor do coeficiente a



$a > 0$
concavidade
voltada
para cima



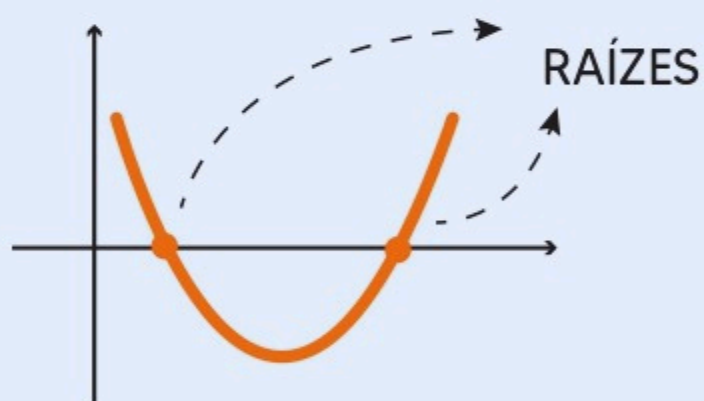
$a < 0$
concavidade
voltada
para baixo

RAÍZES DA FUNÇÃO

Pode ser determinada pela fórmula de Bhaskara:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

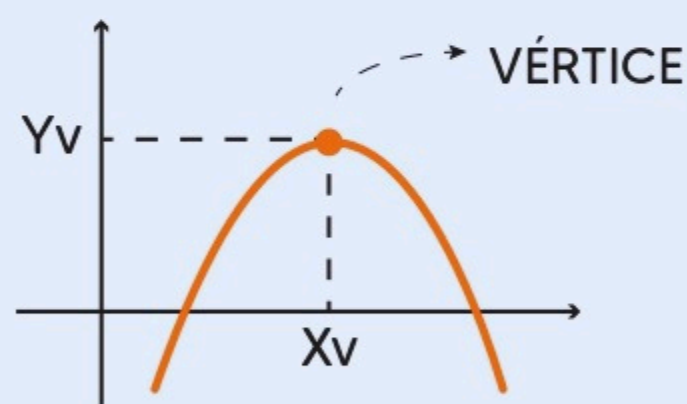


VÉRTICE DA FUNÇÃO

As coordenadas X e Y do vértice podem ser achadas através das fórmulas:

$$X_v = \frac{-b}{2a}$$

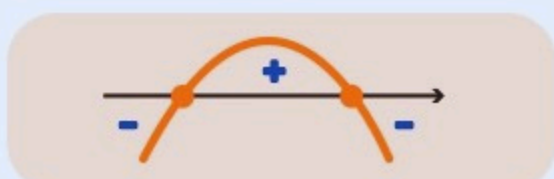
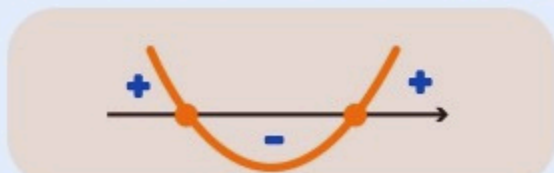
$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$



ANÁLISE DO DELTA (Δ)

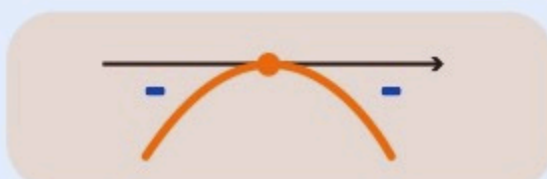
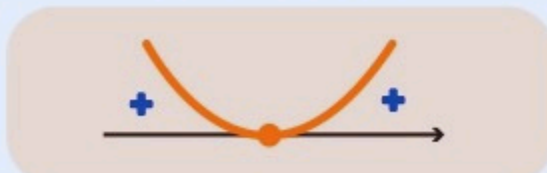
$$\Delta > 0$$

2 raízes reais e distintas



$$\Delta = 0$$

1 raiz real



$$\Delta < 0$$

nenhuma raiz real



Potenciação

PROPRIEDADES

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS COM MESMA BASE

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x / a^y = a^{x-y}$$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS COM MESMO EXPOENTE

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

$$a^x / b^x = (a/b)^x$$

BASE 1

$$1^x = 1$$

EXPOENTE 1

$$x^1 = x$$

EXPOENTE 0

$$x^0 = 1$$

EXPOENTE NEGATIVO

$$a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$$

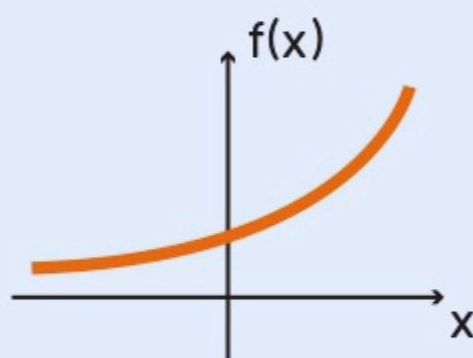
EXPOENTE FRACIONÁRIO

$$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

FUNÇÃO EXPONENCIAL

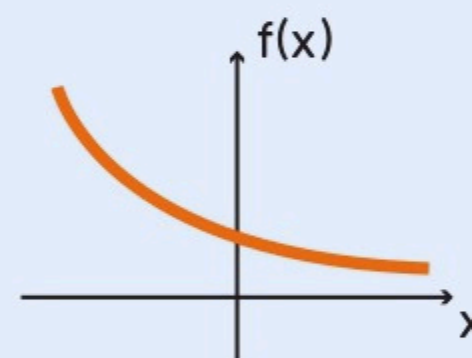
$$f(x) = a^x$$

$$(a > 0)$$



$$a > 1$$

função crescente



$$0 < a < 1$$

função decrescente

EQUAÇÃO EXPONENCIAL

Quando as bases dos dois lados da equação forem iguais, corte as bases e iguale os expoentes:

$$a^x = a^y$$



$$x = y$$

INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

Quando as bases dos dois lados da inequação forem iguais, corte as bases e compare os expoentes, existem 2 possibilidades possíveis:

$$a^x > a^y$$



$$x > y$$

Mantenha o sinal
quando $a > 1$

$$x < y$$

Inverta o sinal
quando $0 < a < 1$

Logaritmos

PROPRIEDADES

LOGARITMANDO 1

$$\log_b 1 = 0$$

LOGARITMANDO E BASE IGUAIS

$$\log_a a = 1 \quad \log_2 2 = 1$$

EXPOENTE DO LOGARITMANDO

$$\log_b a^x = x \cdot \log_b a$$

$$\log 5^2 = 2 \cdot \log 5$$

EXPOENTE DA BASE

$$\log_{b^x} a = \frac{1}{x} \cdot \log_b a$$

$$\log_{5^3} 2 = \frac{1}{3} \cdot \log_5 2$$

LOGARITMO DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

$$\log_c (a \cdot b) = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c \left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$$

$$\log \left(\frac{2 \cdot 3}{7}\right) = \log 2 + \log 3 - \log 7$$

MUDANÇA DE BASE

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b} \quad \log_3 2 = \frac{\log 2}{\log 3}$$

(escolha a base)

LOGARITMO NATURAL

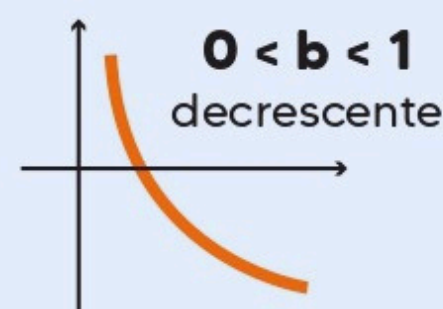
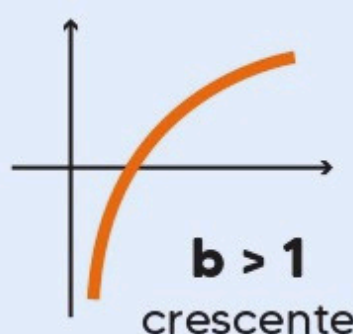
$$\ln a = \log_e a \quad \ln e = \log_e e = 1$$

OBS: Quando a base não for especificada, o seu valor é 10.

FUNÇÃO LOGARITMICA

$$f(x) = \log_b x$$

$$(b > 0 \text{ e } b \neq 1)$$



EQUAÇÃO LOGARITMICA

Quando as bases dos logaritmos em ambos os lados da equação forem iguais, corte os logs e iguale os logaritmandos:

$$\log_b x = \log_b y$$



$$x = y$$

EXEMPLO:

$$\log_2 (x + 4) = \log_2 (-x)$$

$$x + 4 = -x$$

$$x = -2$$

INEQUAÇÃO LOGARITMICA

Quando as bases dos dois lados da inequação forem iguais, corte os logs e compare os logaritmandos, existem 2 possibilidades possíveis:

$$\log_b x > \log_b y$$



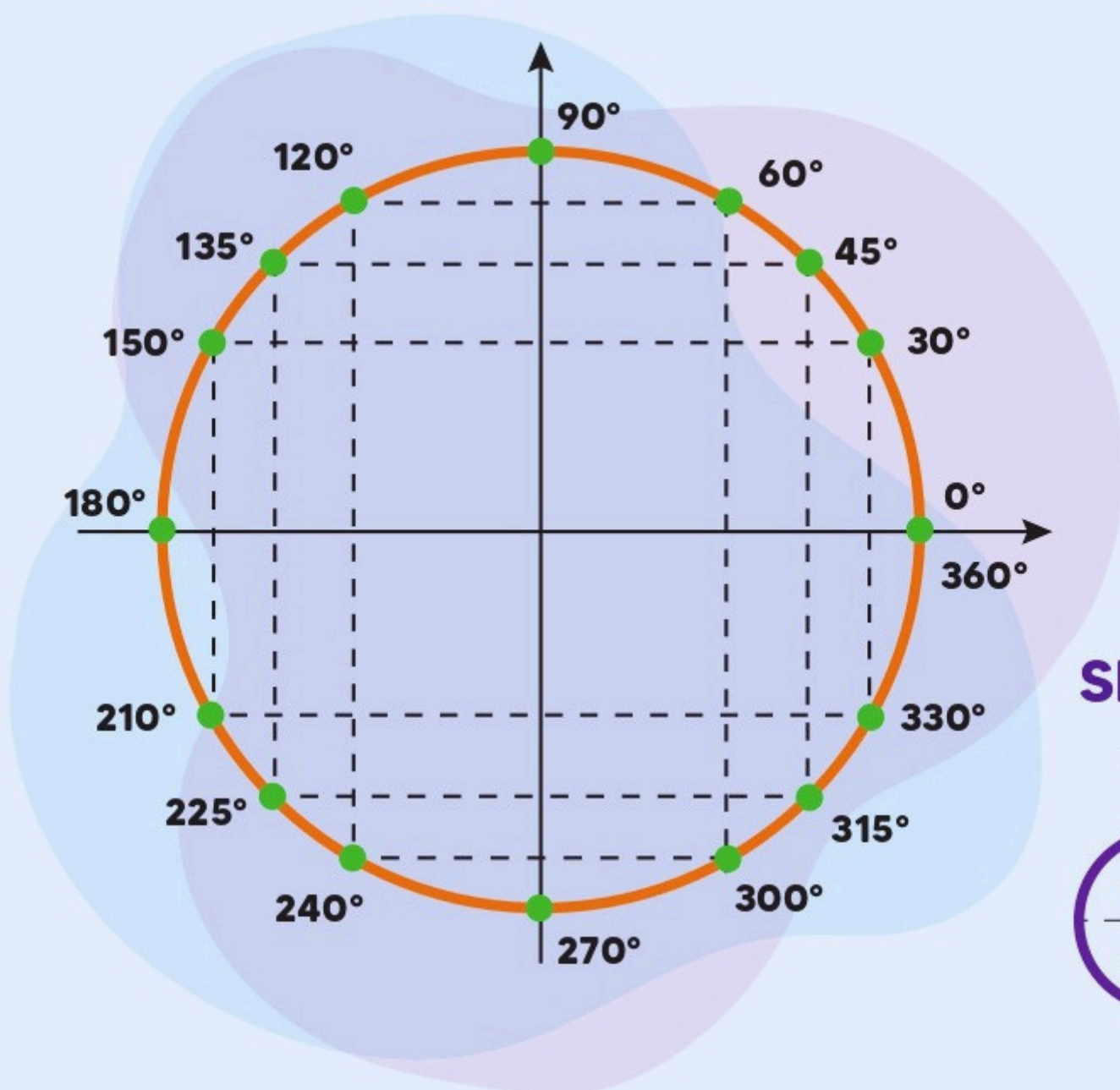
$$x > y$$

Mantenha o sinal
quando $b > 1$

$$x < y$$

Inverta o sinal
quando $0 < b < 1$

Ciclo Trigonométrico



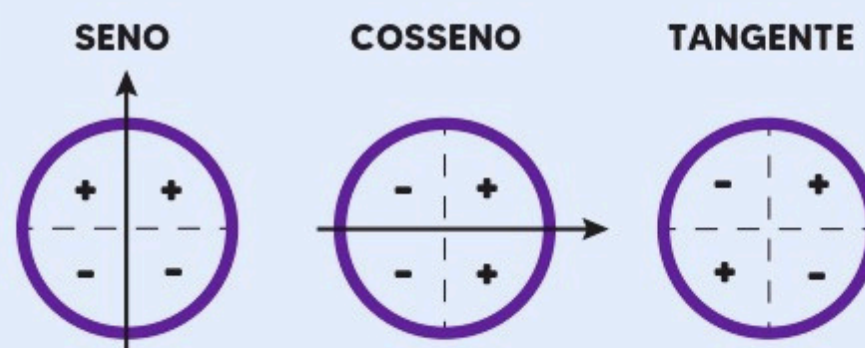
TRANSFORMAÇÃO

GRAUS RADIANOS

$$\frac{G}{180} = \frac{R}{\pi}$$

G: Ângulo em Graus
R: Ângulo em Radianos

SINAIS DOS QUADRANTES



	1º QUADRANTE				2º QUADRANTE				3º QUADRANTE				4º QUADRANTE				
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sen	0	1/2	√2/2	√3/2	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	-√3/2	-√2/2	-1/2	0
cos	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	-√3/2	-√2/2	-1/2	0	1/2	√2/2	√3/2	1
tan	0	√3/3	1	√3	-	-√3	-1	-√3/3	0	√3/3	1	√3	-	-√3	-1	-√3/3	0

REDUÇÃO AO PRIMEIRO QUADRANTE

2º QUADRANTE

$$\begin{aligned}\sin a &= + \sin (180^\circ - a) \\ \cos a &= - \cos (180^\circ - a) \\ \tan a &= - \tan (180^\circ - a)\end{aligned}$$

EXEMPLO:

$$\begin{aligned}\sin 120^\circ &= + \sin (180^\circ - 120^\circ) = \sin 60^\circ \\ \cos 135^\circ &= - \cos (180^\circ - 135^\circ) = - \cos 45^\circ\end{aligned}$$

3º QUADRANTE

$$\begin{aligned}\sin a &= - \sin (a - 180^\circ) \\ \cos a &= - \cos (a - 180^\circ) \\ \tan a &= + \tan (a - 180^\circ)\end{aligned}$$

EXEMPLO:

$$\begin{aligned}\sin 240^\circ &= - \sin (240^\circ - 180^\circ) = - \sin 60^\circ \\ \tan 210^\circ &= + \tan (210^\circ - 180^\circ) = \tan 30^\circ\end{aligned}$$

4º QUADRANTE

$$\begin{aligned}\sin a &= - \sin (360^\circ - a) \\ \cos a &= + \cos (360^\circ - a) \\ \tan a &= - \tan (360^\circ - a)\end{aligned}$$

EXEMPLO:

$$\begin{aligned}\cos 330^\circ &= + \cos (360^\circ - 330^\circ) = \cos 30^\circ \\ \tan 315^\circ &= - \tan (360^\circ - 315^\circ) = - \tan 45^\circ\end{aligned}$$

Fórmulas Trigonométricas

FUNÇÕES INVERSAS

$$\text{cossecante } a = \frac{1}{\text{sen } a}$$

$$\text{secante } a = \frac{1}{\text{cos } a}$$

$$\text{cotangente } a = \frac{1}{\text{tan } a} = \frac{\text{cos } a}{\text{sen } a}$$

RELAÇÕES FUNDAMENTAIS

$$\text{sen}^2 a + \text{cos}^2 a = 1$$

$$\text{cossec}^2 a - \text{cotan}^2 a = 1$$

$$\text{sec}^2 a - \text{tan}^2 a = 1$$

ARCO SOMA E DIFERENÇA

$$\text{sen}(a + b) = \text{sen } a \cdot \text{cos } b + \text{sen } b \cdot \text{cos } a$$

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen } a \cdot \text{cos } b - \text{sen } b \cdot \text{cos } a$$

$$\text{cos}(a + b) = \text{cos } a \cdot \text{cos } b - \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\text{cos}(a - b) = \text{cos } a \cdot \text{cos } b + \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\text{tan}(a + b) = \frac{\text{tan } a + \text{tan } b}{1 - \text{tan } a \cdot \text{tan } b}$$

$$\text{tan}(a - b) = \frac{\text{tan } a - \text{tan } b}{1 + \text{tan } a \cdot \text{tan } b}$$

Ex: $\text{cos}(75) = \text{sen}(45 + 30) = \text{cos}(45) \cdot \text{cos}(30) - \text{sen}(45) \cdot \text{sen}(30)$
 $\text{sen}(15) = \text{sen}(45 - 30) = \text{sen}(45) \cdot \text{cos}(30) - \text{sen}(30) \cdot \text{cos}(45)$

ARCO DUPLO

$$\text{sen}(2a) = 2 \text{sen } a \cdot \text{cos } a$$

$$\text{cos}(2a) = \text{cos}^2 a - \text{sen}^2 a$$

$$\text{tan}(2a) = \frac{2 \text{tan } a}{1 - \text{tan}^2 a}$$

ARCO METADE

$$\text{sen}(a/2) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{cos } a}{2}}$$

$$\text{cos}(a/2) = \pm \sqrt{\frac{1 + \text{cos } a}{2}}$$

$$\text{tan}(a/2) = \pm \sqrt{\frac{1 - \text{cos } a}{1 + \text{cos } a}}$$

TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO

$$\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \text{sen } \frac{a+b}{2} \text{cos } \frac{a-b}{2}$$

$$\text{sen } a - \text{sen } b = 2 \text{sen } \frac{a-b}{2} \text{cos } \frac{a+b}{2}$$

$$\text{cos } a + \text{cos } b = 2 \text{cos } \frac{a+b}{2} \text{cos } \frac{a-b}{2}$$

$$\text{cos } a - \text{cos } b = -2 \text{sen } \frac{a+b}{2} \text{sen } \frac{a-b}{2}$$

$$\text{tan } a + \text{tan } b = \frac{\text{sen}(a+b)}{\text{cos } a \cdot \text{cos } b}$$

$$\text{tan } a - \text{tan } b = \frac{\text{sen}(a-b)}{\text{cos } a \cdot \text{cos } b}$$

Ex: $\text{sen}(105) + \text{sen}(15) =$
 $2 \cdot \text{sen}[(105+15)/2] \cdot \text{cos}[(105-15)/2] =$
 $2 \cdot \text{sen}[120/2] \cdot \text{cos}[(90)/2] =$
 $2 \cdot \text{sen}[60] \cdot \text{cos}[45]$

Funções Trigonométricas

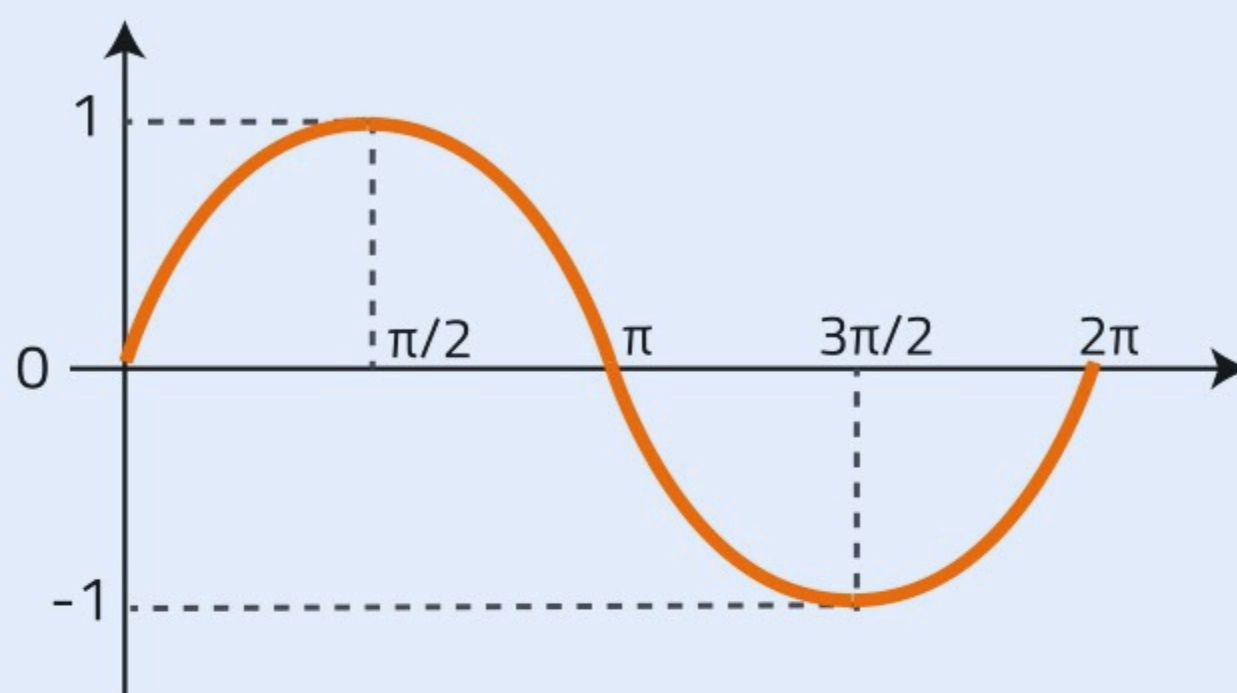
FUNÇÃO SENO

$$f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$$

$$\text{Amplitude} = b$$

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{c}$$

$$\text{Imagem} = [a-b, a+b]$$



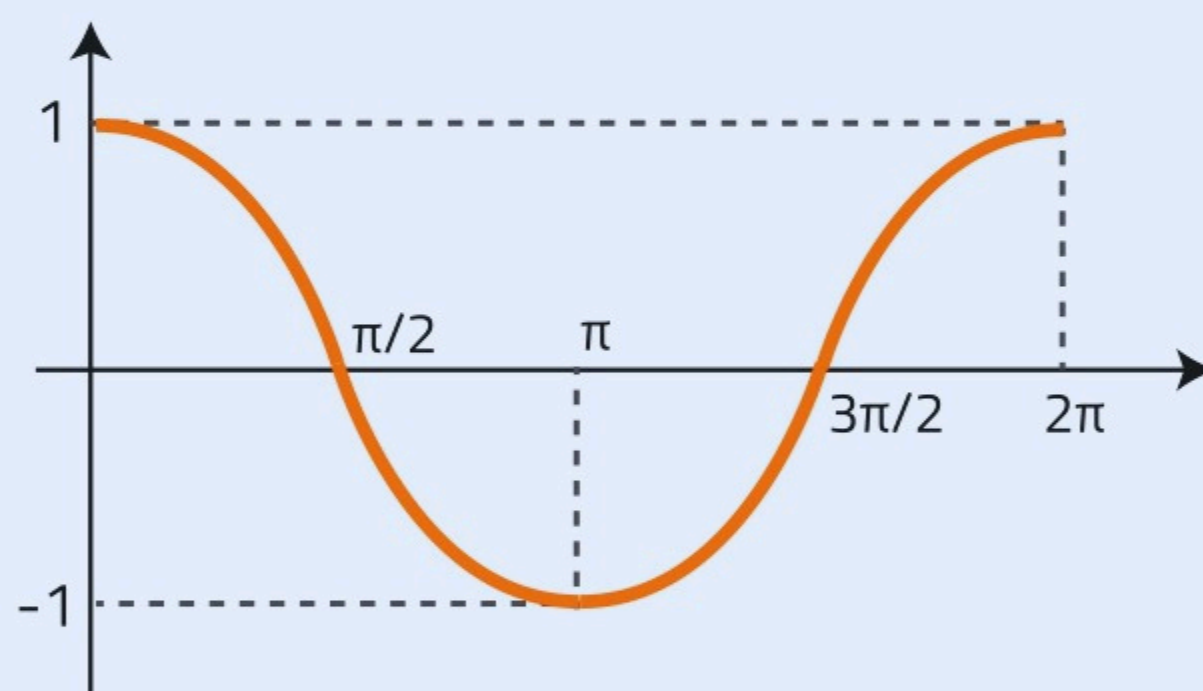
FUNÇÃO COSSENO

$$f(x) = a + b \cdot \text{cos}(c \cdot x + d)$$

$$\text{Amplitude} = b$$

$$\text{Período} = \frac{2\pi}{c}$$

$$\text{Imagem} = [a-b, a+b]$$

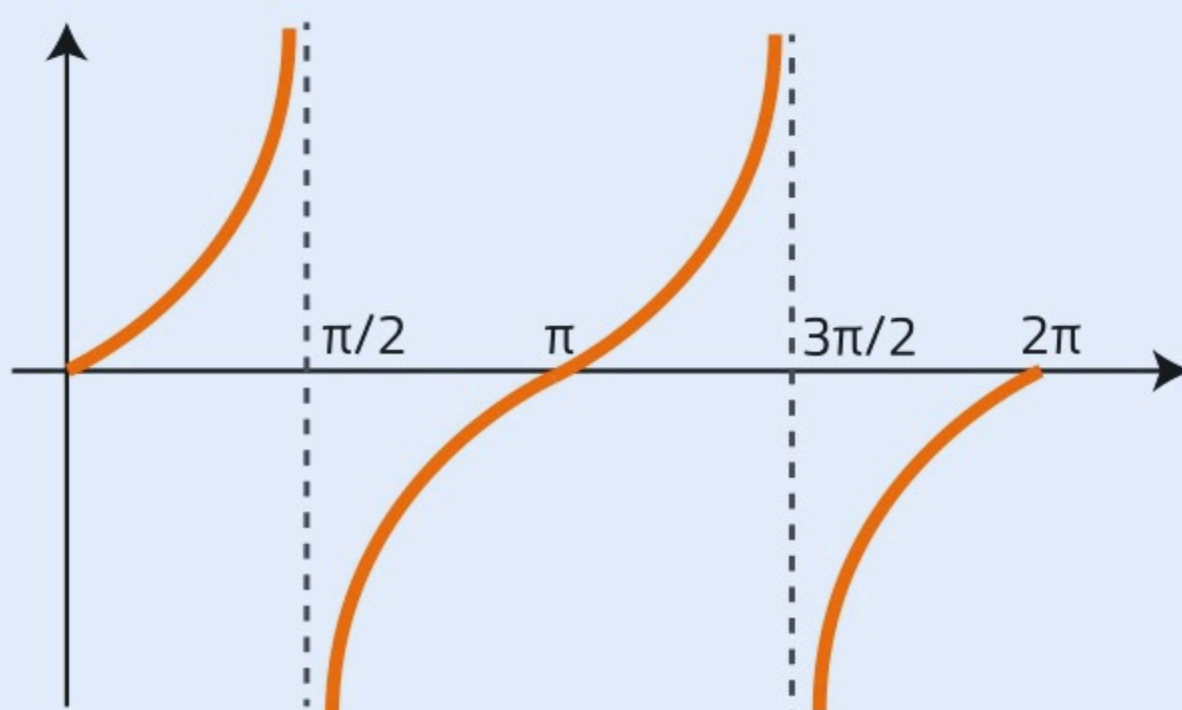


FUNÇÃO TANGENTE

$$f(x) = a + b \cdot \text{tan}(c \cdot x + d)$$

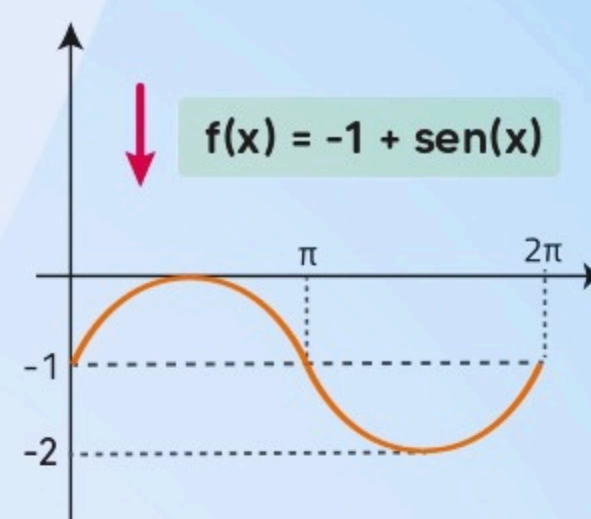
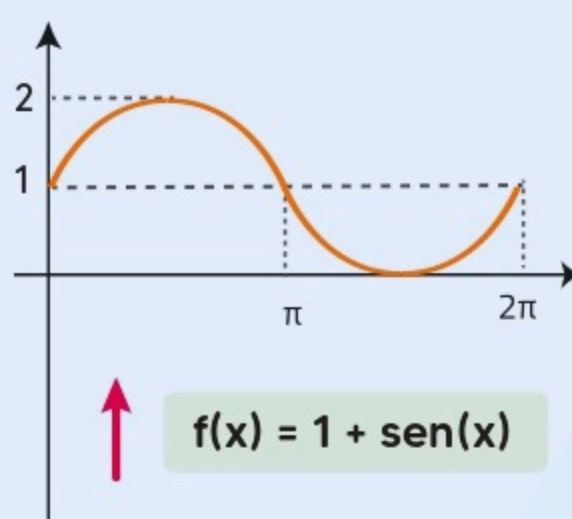
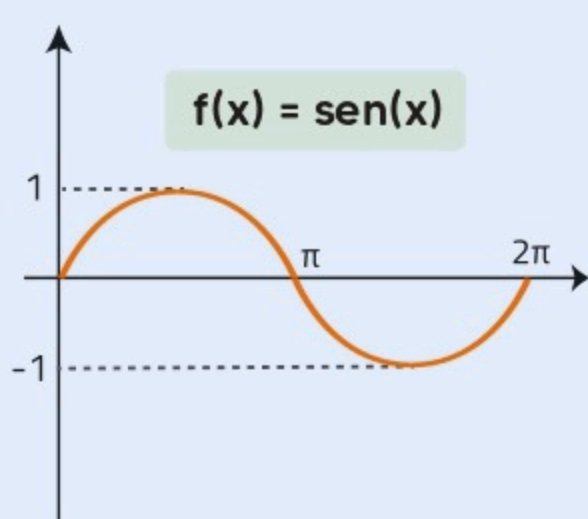
$$\text{Período} = \frac{\pi}{c}$$

$$\text{Imagem} = \mathbb{R}$$

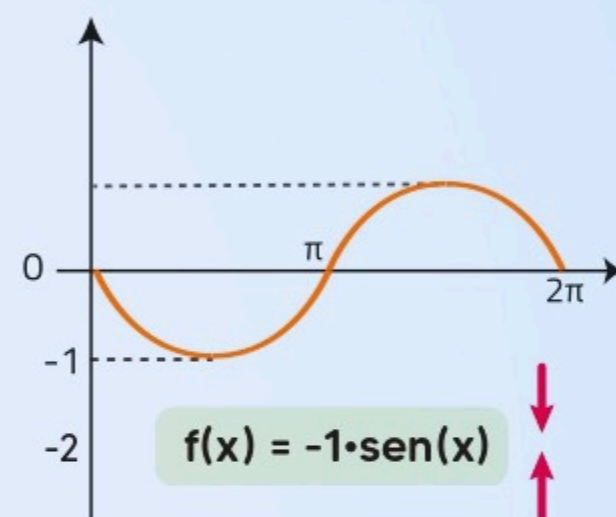
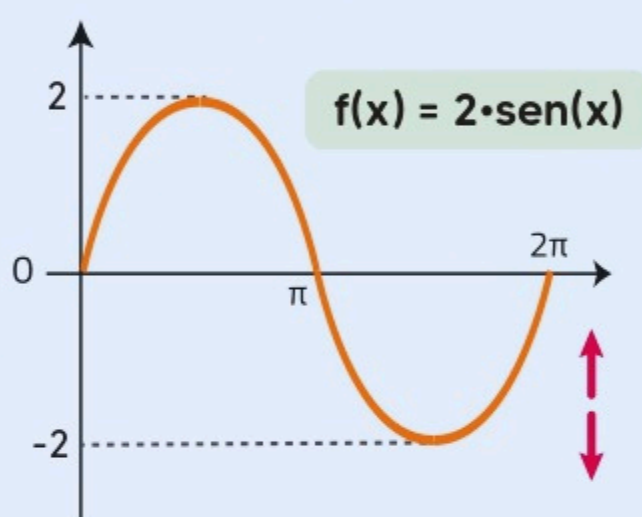
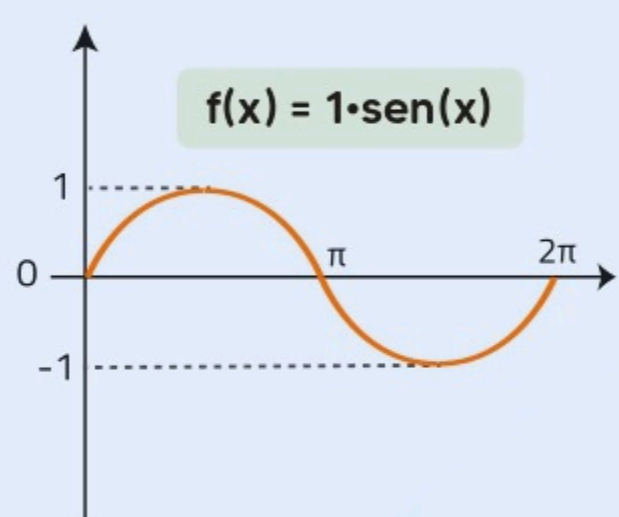


Coeficiente a

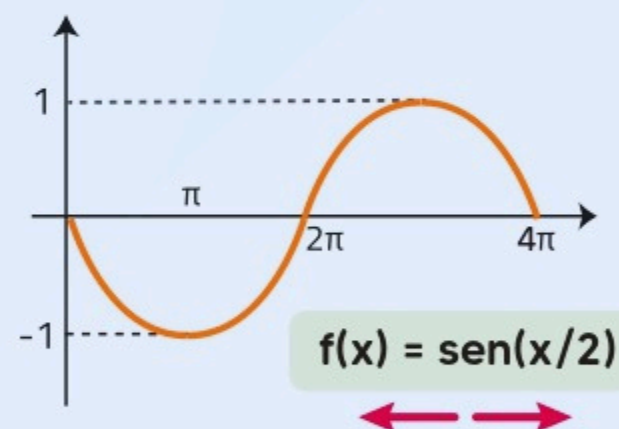
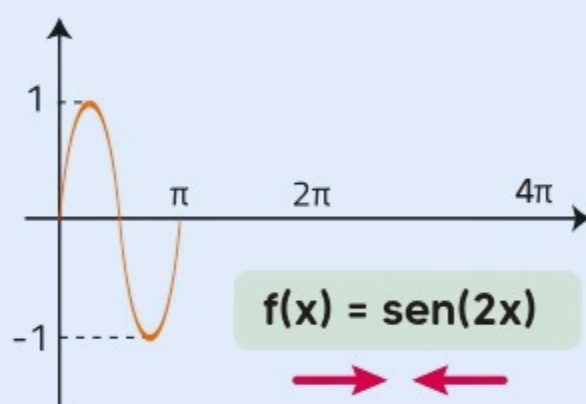
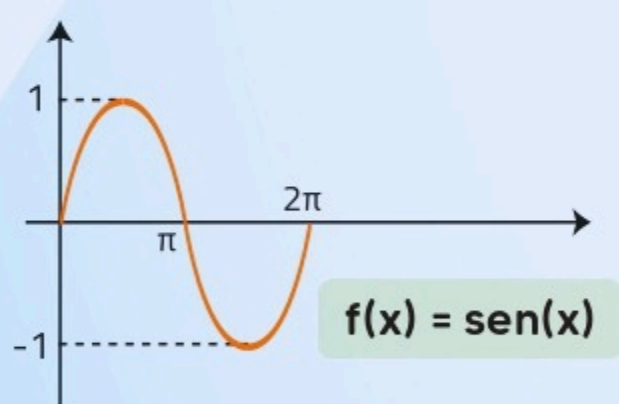
Responsável por deslocar a função verticalmente

**Coeficiente b**

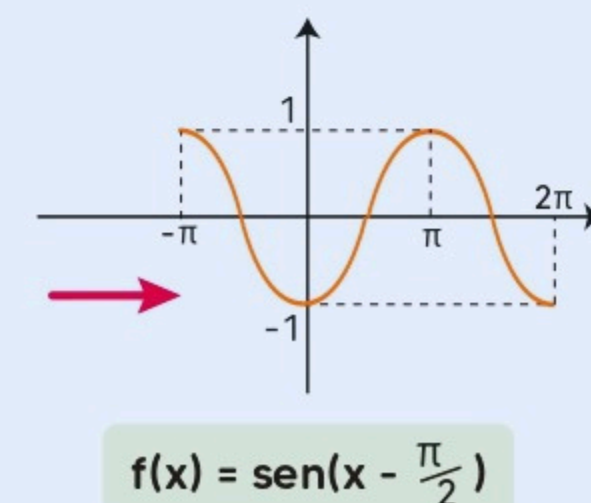
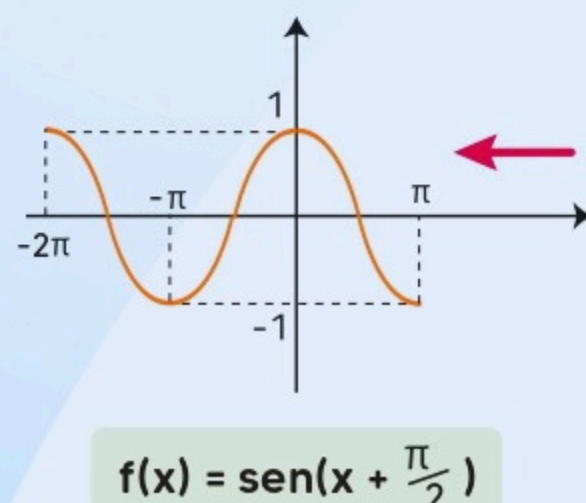
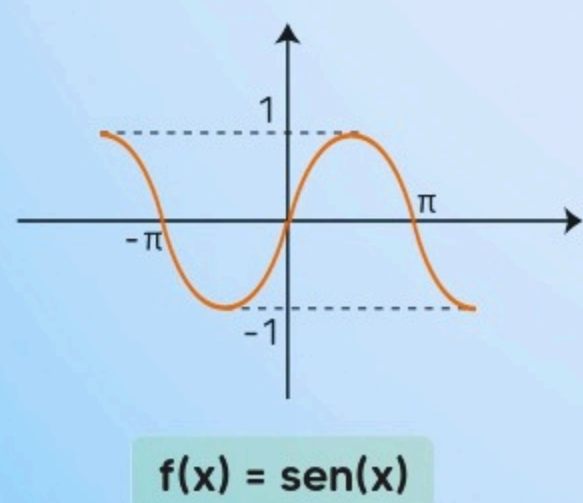
Responsável por deformar a função verticalmente

**Coeficiente c**

Responsável por deformar a função horizontalmente

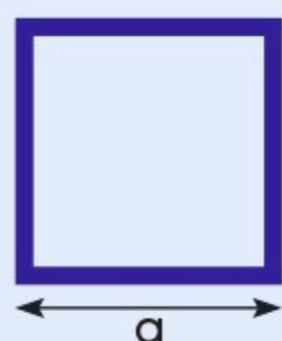
**Coeficiente d**

Responsável por deformar a função horizontalmente



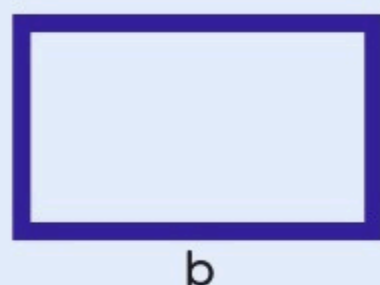
Área de Figuras Planas

QUADRILÁTEROS



QUADRADO

$$A = a^2$$

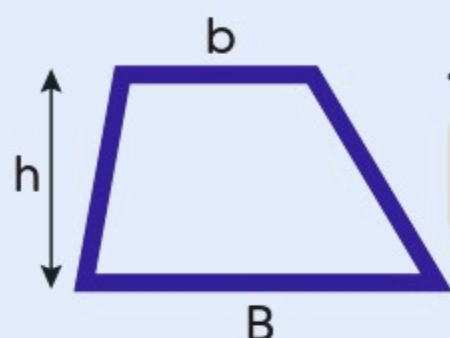
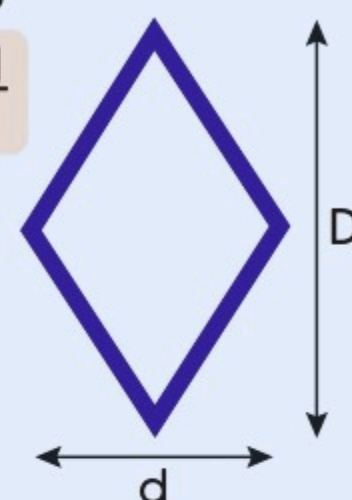


RETÂNGULO

$$A = b \cdot h$$

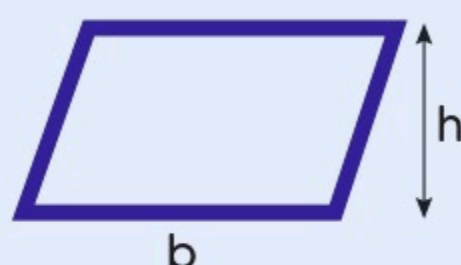
LOSANGO

$$A = \frac{D \cdot d}{2}$$



TRAPÉZIO

$$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$$



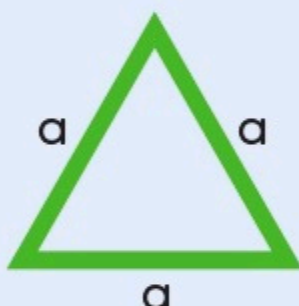
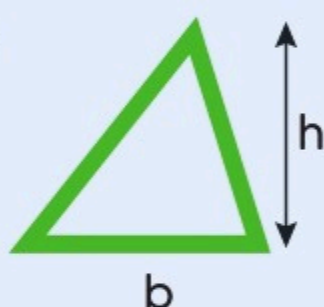
PARALELOGRAMO

$$A = b \cdot h$$

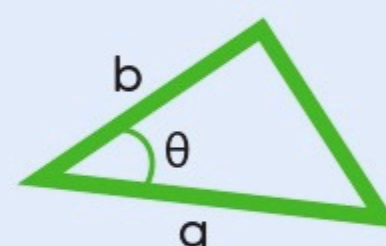
TRIÂNGULOS

TRIÂNGULO
SIMPLES

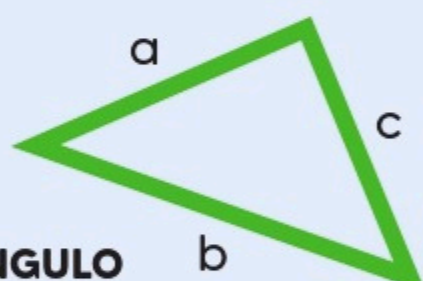
$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

TRIÂNGULO
EQUILÁTERO

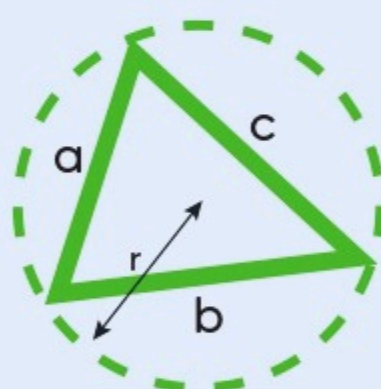
$$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

ÂNGULO
ENTRE LADOS

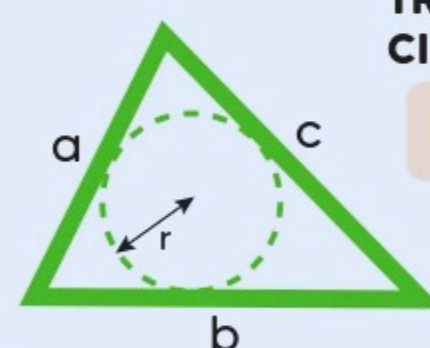
$$A = \frac{a \cdot b \cdot \sin \theta}{2}$$

TRIÂNGULO
QUALQUER

$$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$$

TRIÂNGULO
INSCRITO

$$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r}$$

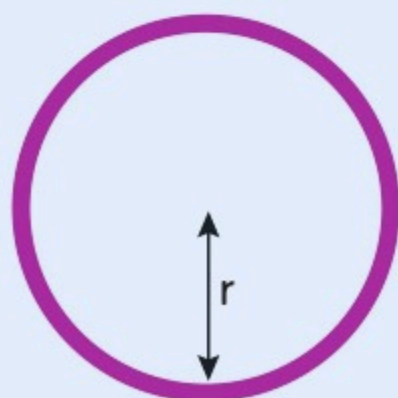
TRIÂNGULO
CIRCUNSCRITO

$$A = p \cdot r$$

p: semiperímetro

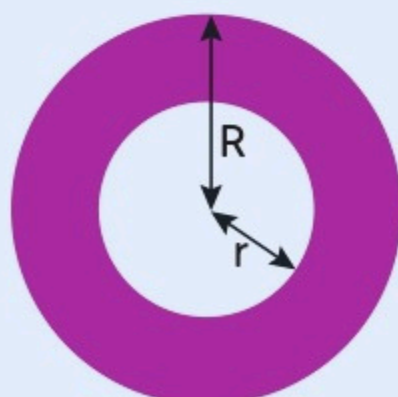
$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

CIRCUNFERÊNCIAS



CIRCUNFERÊNCIA

$$A = \pi \cdot r^2$$



COROA CIRCULAR

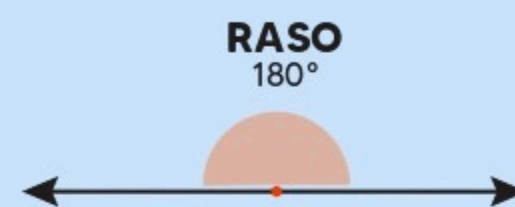
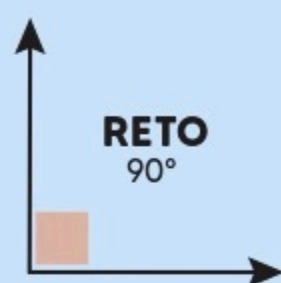
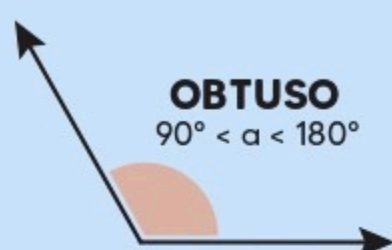
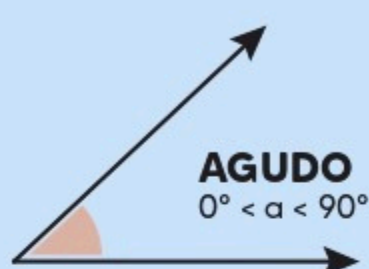
$$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$$



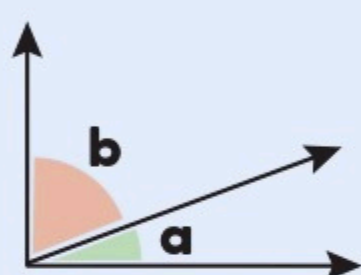
SETOR CIRCULAR

$$A = \frac{\theta}{360} \cdot \pi \cdot r^2$$

Ângulos

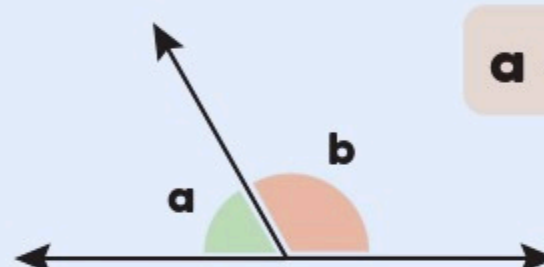


COMPLEMENTARES



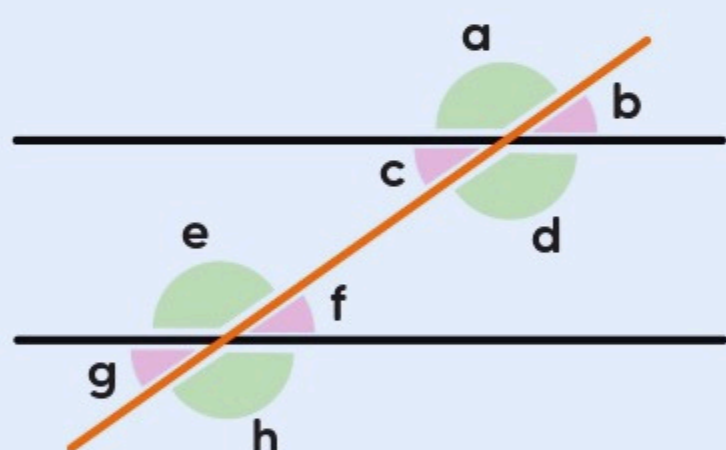
$$a + b = 90^\circ$$

SUPLEMENTARES



$$a + b = 180^\circ$$

Paralelas e Transversal



OPOSTOS PELO VÉRTICE

$$a = d$$

$$e = h$$

$$c = b$$

$$g = f$$

CORRESPONDENTES

$$a = e$$

$$d = h$$

$$b = f$$

$$c = g$$

ALTERNOS INTERNOS

$$c = f$$

$$e = d$$

ALTERNOS EXTERNOS

$$a = h$$

$$b = g$$

Soma dos Ângulos

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS

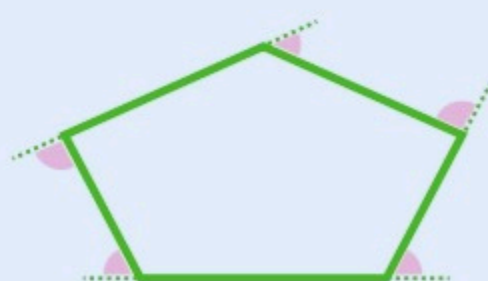
$$S_{AI} = (n-2) \cdot 180^\circ$$



n: número de lados do polígono

SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS

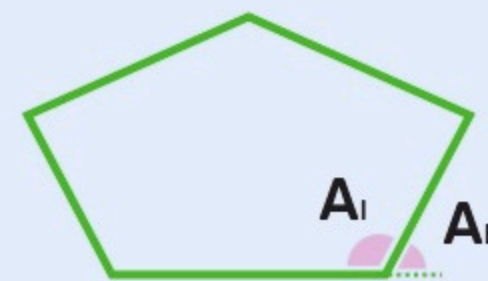
$$S_{AE} = 360^\circ$$



(para qualquer polígono)

ÂNGULO INTERNO + EXTERNO

$$A_I + A_E = 180^\circ$$

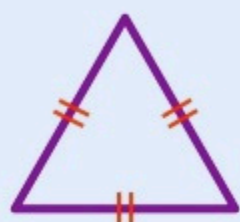


(sempre suplementares)

Triângulos

CLASSIFICAÇÃO EM FUNÇÃO DOS LADOS

EQUILÁTERO



3 lados iguais

ISÓSCELES



2 lados iguais

ESCALENO



todos os lados diferentes

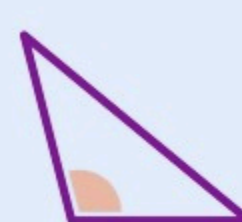
CLASSIFICAÇÃO EM FUNÇÃO DOS ÂNGULOS

ACUTÂNGULO



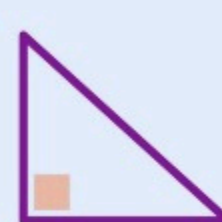
todos os ângulos agudos

OBTUSÂNGULO



1 ângulo obtuso

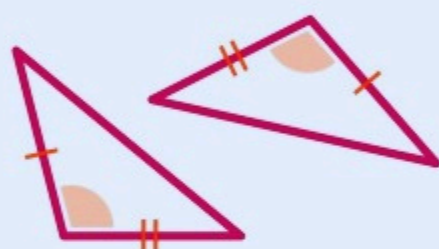
RETÂNGULO



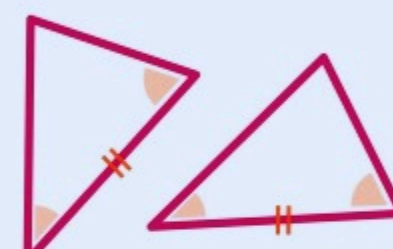
1 ângulo reto

CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

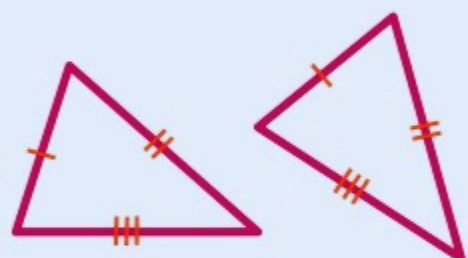
1º CASO - LAL
lado-ângulo-lado



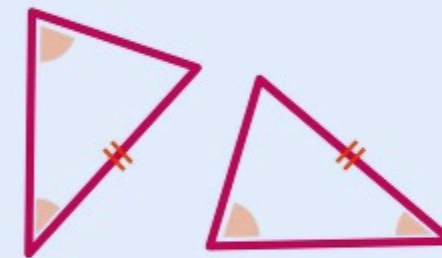
2º CASO - ALA
ângulo-lado-ângulo



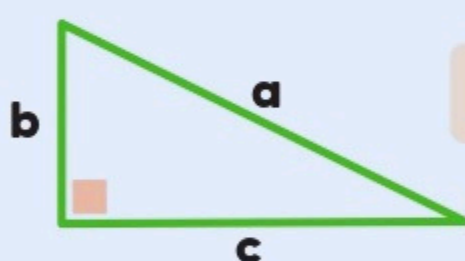
3º CASO - LLL
lado-lado-lado



4º CASO - LAAO
lado-ângulo-ângulo oposto

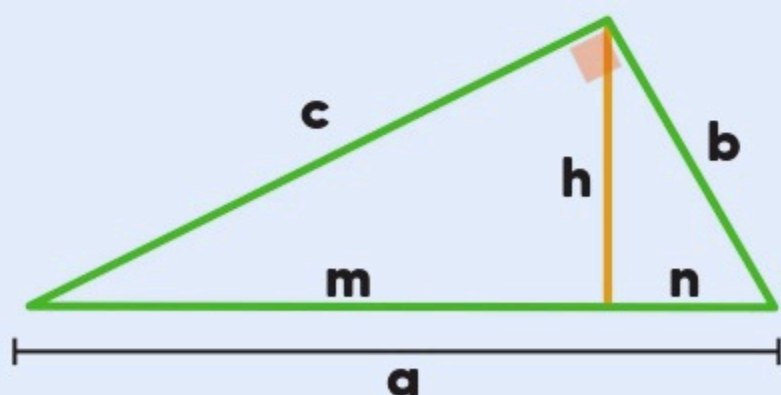


TEOREMA DE PITÁGORAS



$$a^2 = b^2 + c^2$$

RELAÇÕES MÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO



$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$c^2 = h^2 + m^2$$

$$b^2 = h^2 + n^2$$

$$h^2 = mn$$

$$b^2 = an$$

$$c^2 = am$$

$$ah = bc$$

$$bh = cn$$

$$ch = bm$$

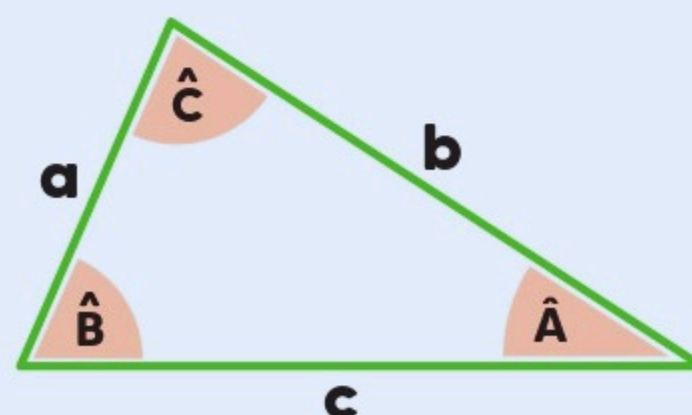
LEI DOS SENOS E COSSENOS

Lei dos senos

$$\frac{a}{\sin(\hat{A})} = \frac{b}{\sin(\hat{B})} = \frac{c}{\sin(\hat{C})}$$

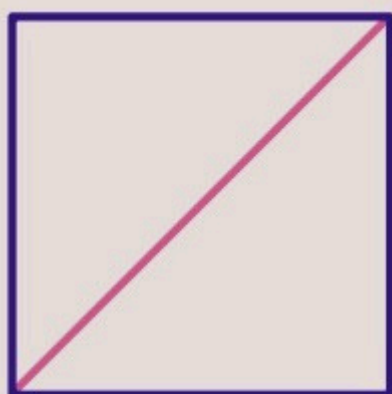
Lei dos cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$$



Quadriláteros

QUADRADO



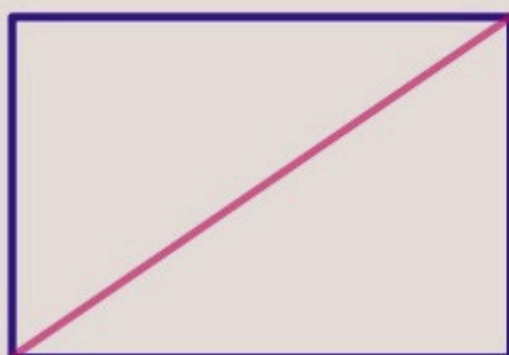
- Todos os lados são iguais
- Todos os ângulos internos são retos (90°)
- As duas diagonais são iguais

Diagonal

$$d = a\sqrt{2}$$

a: lado

RETÂNGULO



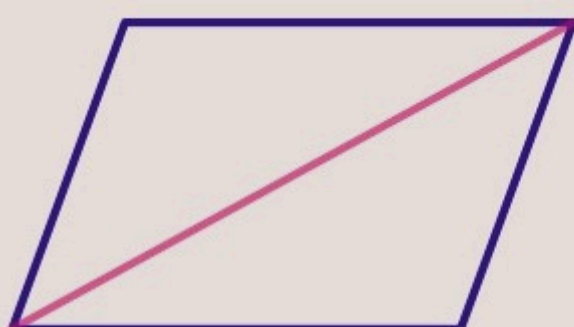
- Os lados opostos são iguais
- Todos os ângulos internos são retos (90°)
- As duas diagonais são iguais

Diagonal

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

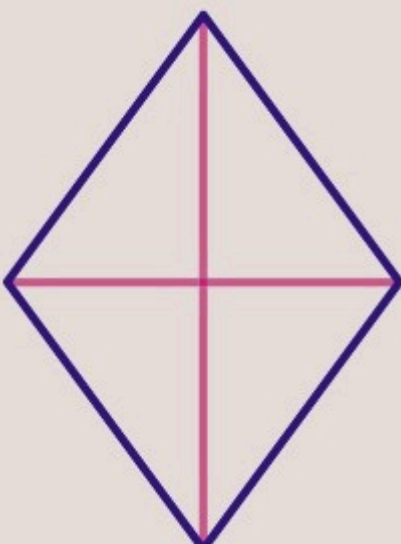
a, b: lados

PARALELOGRAMO



- Os lados opostos são iguais
- Os ângulos opostos são iguais e diferentes de 90°
- As duas diagonais são diferentes

LOSANGO

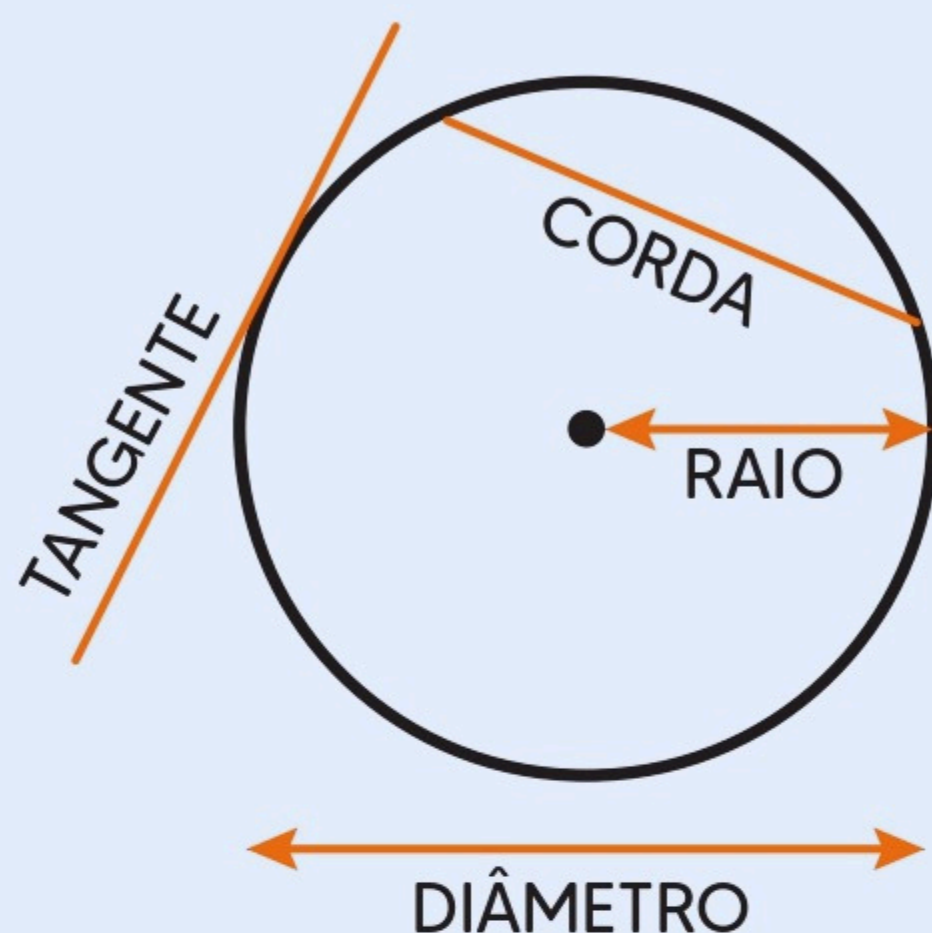


- Todos os lados são iguais
- Os ângulos opostos são iguais e diferentes de 90°
- As duas diagonais são diferentes

$$2a = \sqrt{d^2 + D^2}$$

a: Lado
d, D: Diagonais

Circunferências



COMPRIMENTO

(PERÍMETRO)

$$C = 2\pi r$$

r: raio

π : pi = 3,1415...

INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO

TRIÂNGULO
INSCRITO



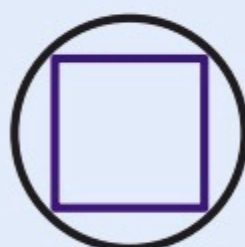
$$r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

TRIÂNGULO
CIRCUNSCRITO



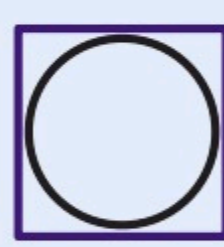
$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

QUADRADO
INSCRITO



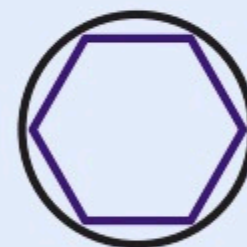
$$r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

QUADRADO
CIRCUNSCRITO



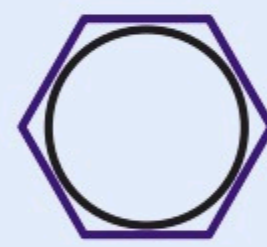
$$r = \frac{a}{2}$$

HEXÁGONO
INSCRITO



$$r = a$$

HEXÁGONO
CIRCUNSCRITO

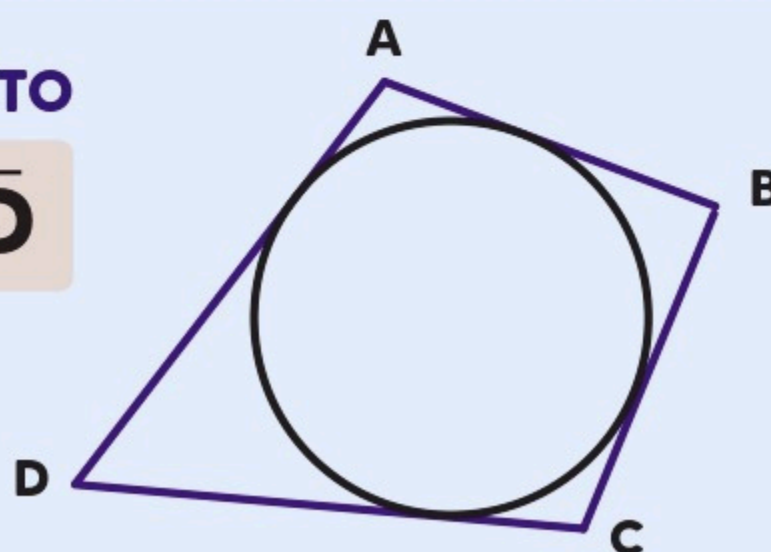


$$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

r: raio da circunferência
a: aresta do polígono

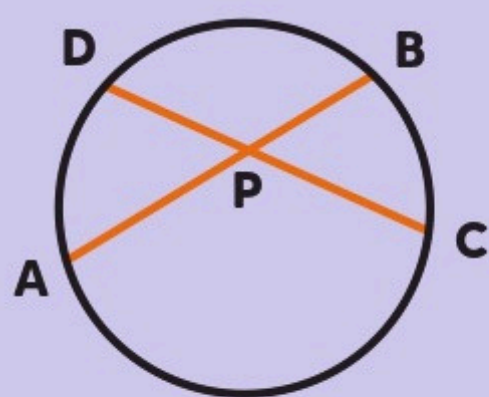
QUADRILÁTERO CIRCUNSCRITO

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$



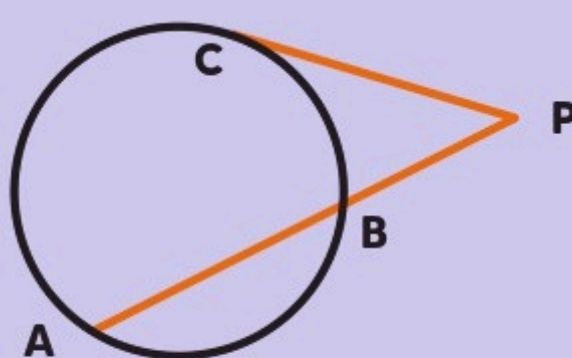
RELAÇÃO ENTRE RETAS

ENCONTRO DE CORDAS



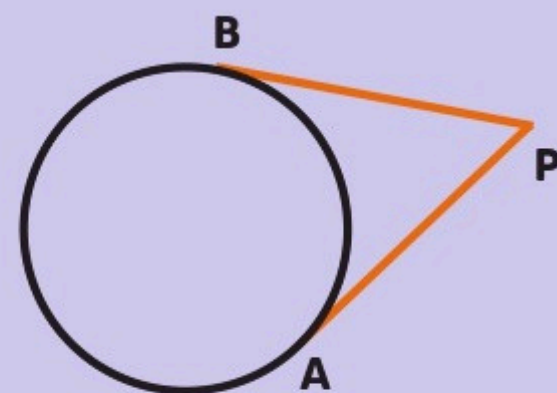
$$\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{CP} \cdot \overline{PD}$$

CORDA E TANGENTE



$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{CP}^2$$

ENCONTRO DE TANGENTES

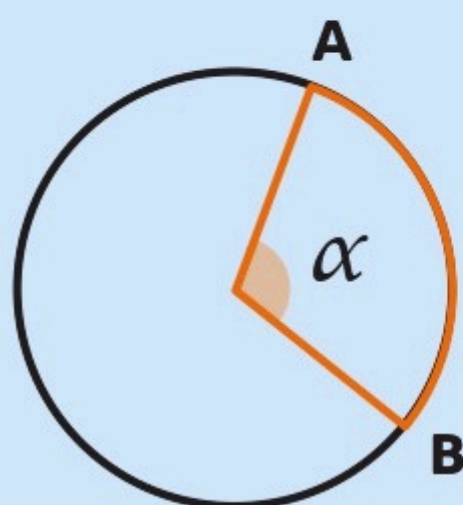


$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

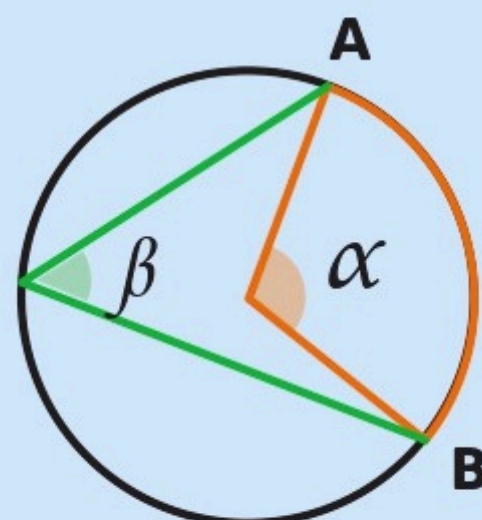
RELAÇÃO ENTRE ARCOS

ÂNGULO CENTRAL

$$\alpha = \widehat{AB}$$

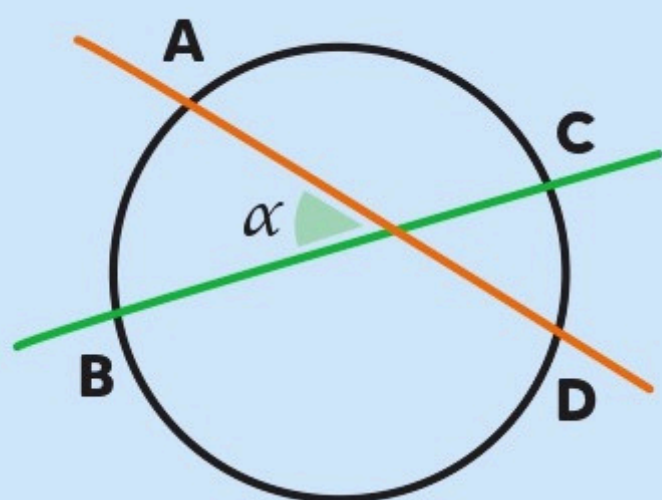


ÂNGULO INSCRITO



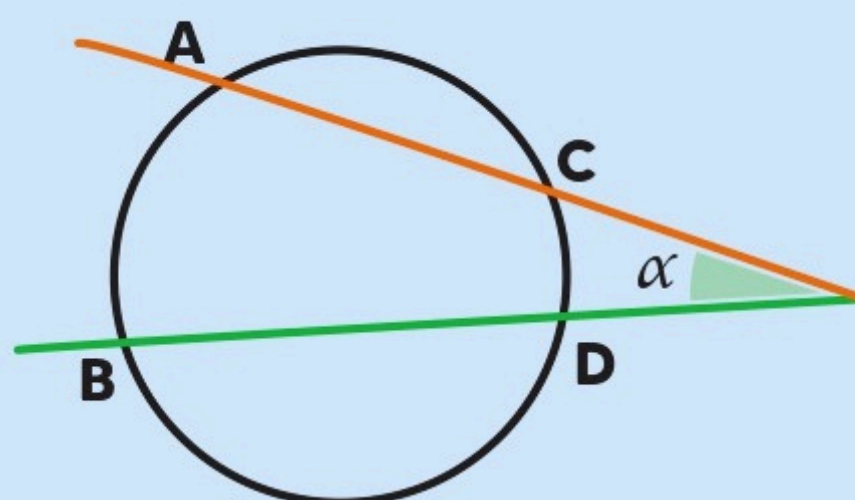
$$\beta = \frac{\alpha}{2} \text{ ou } \frac{\widehat{AB}}{2}$$

EXCÊNTRICO INTERIOR



$$\alpha = \frac{\widehat{AB} + \widehat{CD}}{2}$$

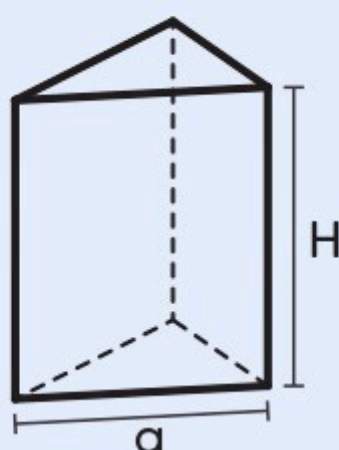
EXCÊNTRICO EXTERIOR



$$\alpha = \frac{\widehat{AB} - \widehat{CD}}{2}$$

Prismas

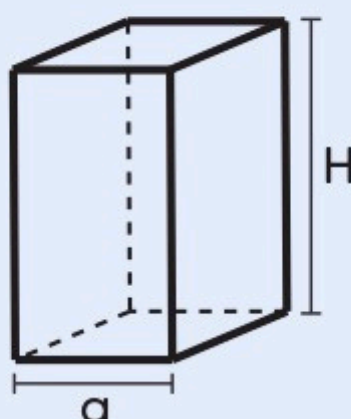
Base Triangular



$$A_b = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 3(a \cdot H)$$

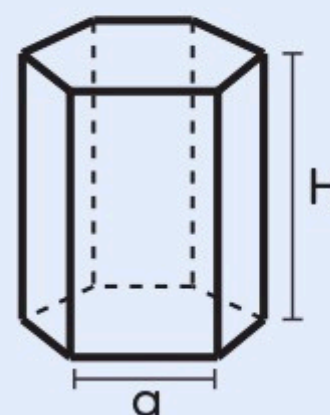
Base Quadrada



$$A_b = a^2$$

$$A_L = 4(a \cdot H)$$

Base Hexagonal



$$A_b = 6 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 6(a \cdot H)$$

VOLUME

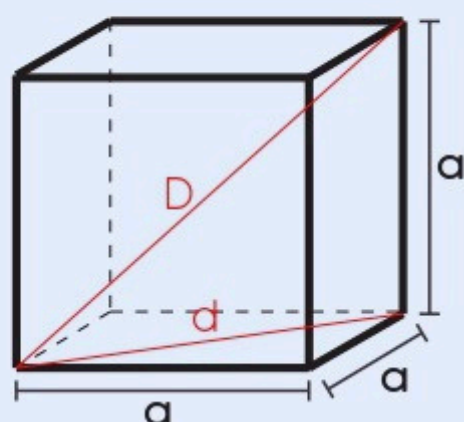
$$V = A_b \cdot H$$

ÁREA TOTAL

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_L$$

a: Aresta da Base
H: Altura do Prisma
A_b: Área da Base
A_L: Área Lateral

CUBO



Área Total

$$A_T = 6 \cdot a^2$$

Volume

$$V = a^3$$

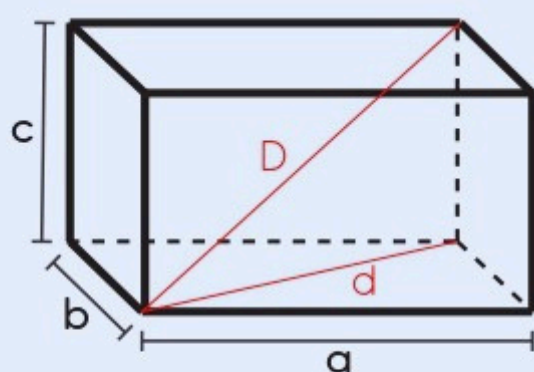
Diagonal da Face

$$d = a\sqrt{2}$$

Diagonal do Cubo

$$D = a\sqrt{3}$$

PARALELEPÍPEDO



Área Total

$$A_T = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

Volume

$$V = a \cdot b \cdot c$$

Diagonal da Base

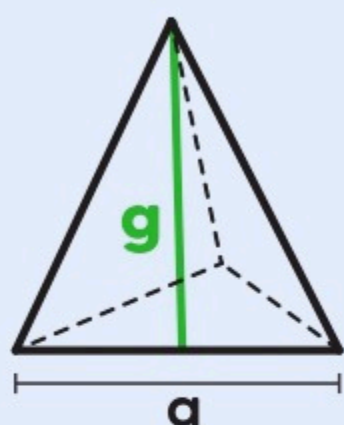
$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Diagonal do Paralelepípedo

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Pirâmides

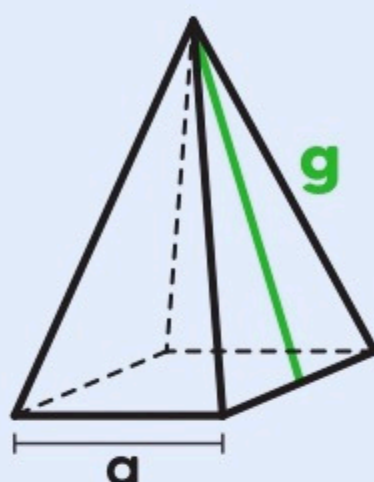
Base Triangular



$$A_b = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 3 \frac{a \cdot g}{2}$$

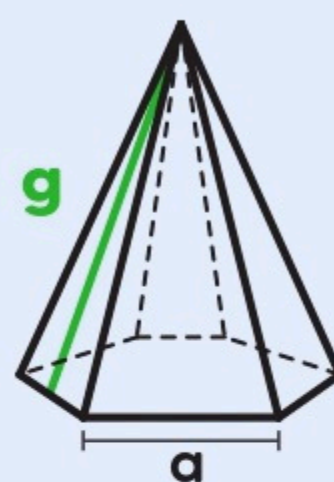
Base Quadrada



$$A_b = a^2$$

$$A_L = 4 \frac{a \cdot g}{2}$$

Base Hexagonal



$$A_b = 6 \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 6 \frac{a \cdot g}{2}$$

VOLUME

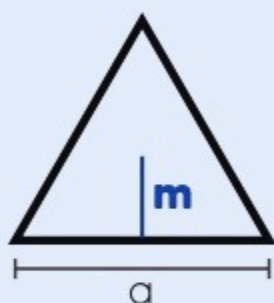
$$V = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

ÁREA TOTAL

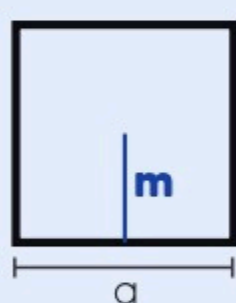
$$A_T = A_b + A_L$$

a : Aresta da Base
 H : Altura do Pirâmide
 A_b : Área da Base
 A_L : Área Lateral

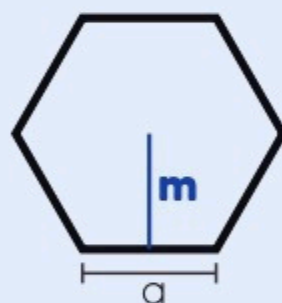
APÓTEMA DA BASE



$$m = \frac{a \sqrt{3}}{6}$$



$$m = \frac{a}{2}$$

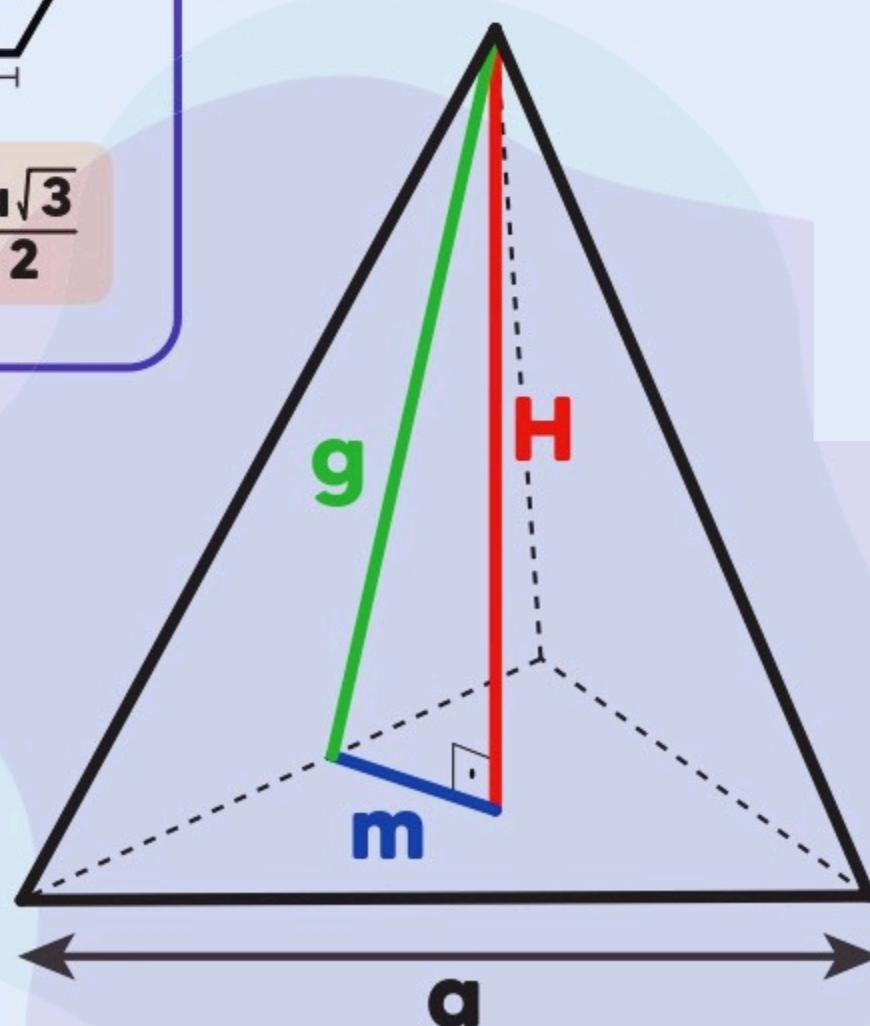


$$m = \frac{a \sqrt{3}}{2}$$

RELAÇÃO MÉTRICA

$$m^2 + H^2 = g^2$$

H : Altura da Pirâmide
 m : Apótema da Base
 g : Apótema Lateral



Tetraedro Regular

(Pirâmide formada por 4 triângulos equiláteros idênticos)

Altura

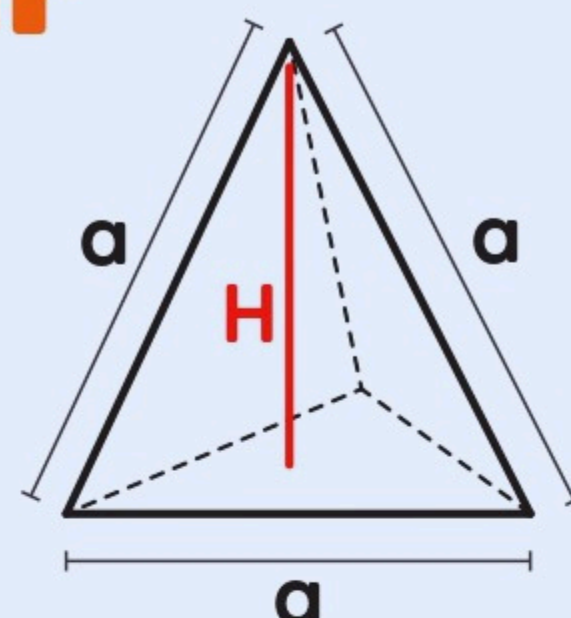
$$H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Área Total

$$A_T = a^2\sqrt{3}$$

Volume

$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$



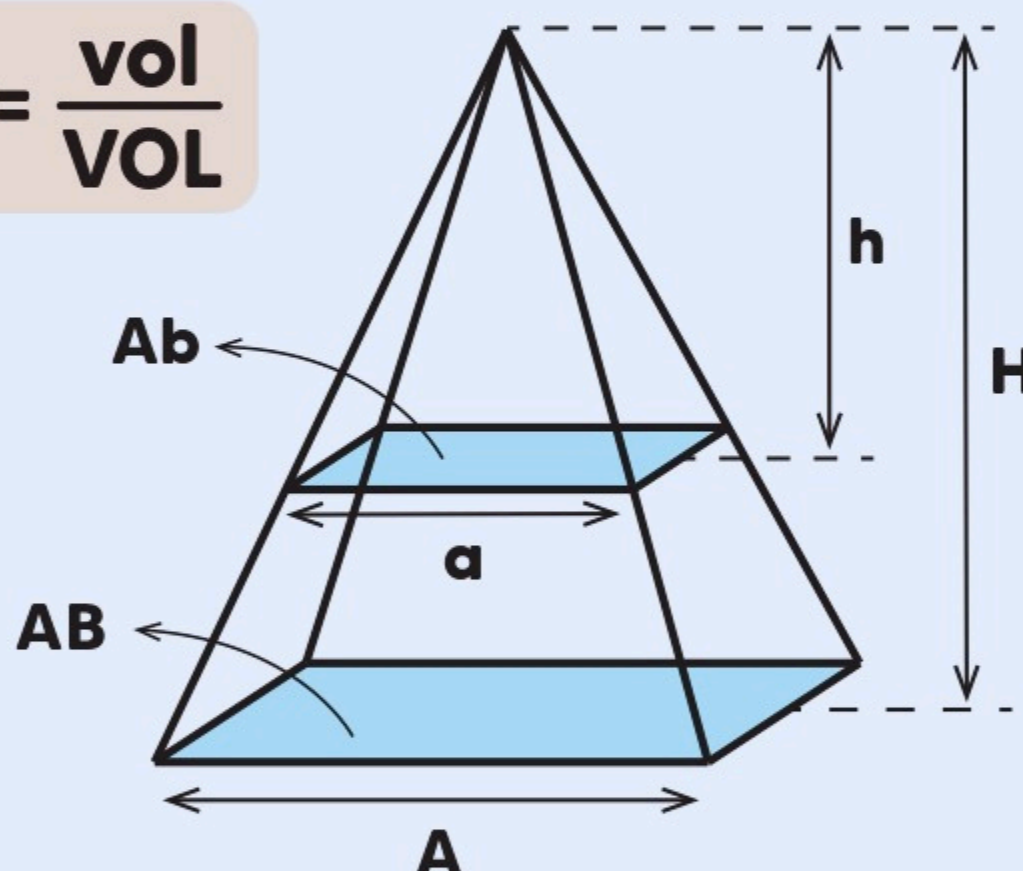
Troncos de Pirâmide

$$\frac{h}{H} = \frac{a}{A}$$

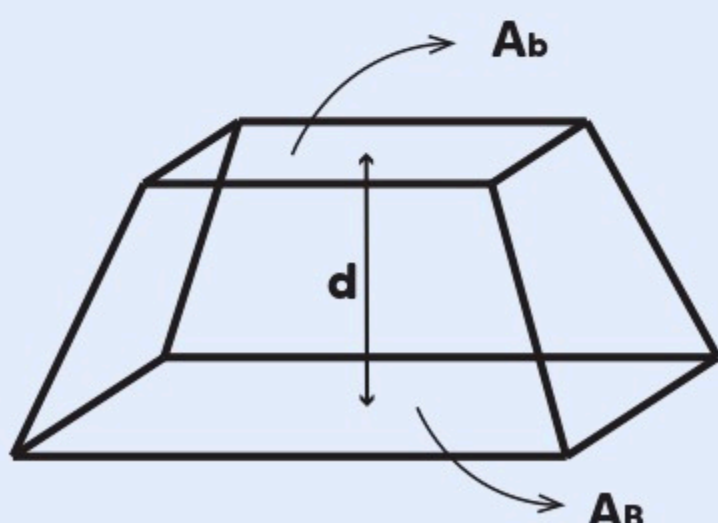
$$\frac{h^2}{H^2} = \frac{Ab}{AB}$$

$$\frac{h^3}{H^3} = \frac{\text{vol}}{\text{VOL}}$$

a: Aresta da pirâmide menor
A: Aresta da pirâmide maior
h: Altura da pirâmide menor
H: Altura da pirâmide maior
Ab: Área de base menor
AB: Área de base maior
vol: Volume da pirâmide menor
VOL: Volume da pirâmide maior



VOLUME DO TRONCO



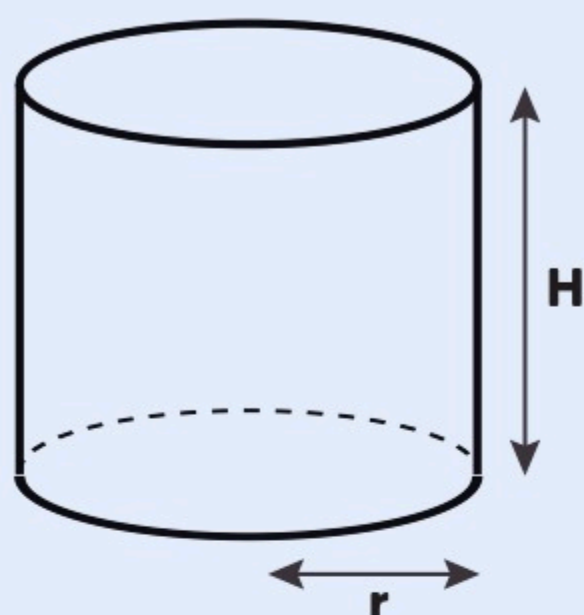
$$V_T = \frac{d}{3} (Ab + \sqrt{Ab \cdot AB} + AB)$$

d: Altura do tronco de pirâmide
Ab: Área de base menor
AB: Área de base maior

Cilindro

r: raio da circunferencia

H: altura do cilindro



ÁREA DA BASE

$$A_B = \pi r^2$$

ÁREA LATERAL

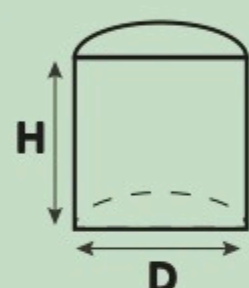
$$A_L = 2\pi \cdot r \cdot H$$

ÁREA TOTAL

$$A_t = 2 \cdot A_B + A_L$$

VOLUME

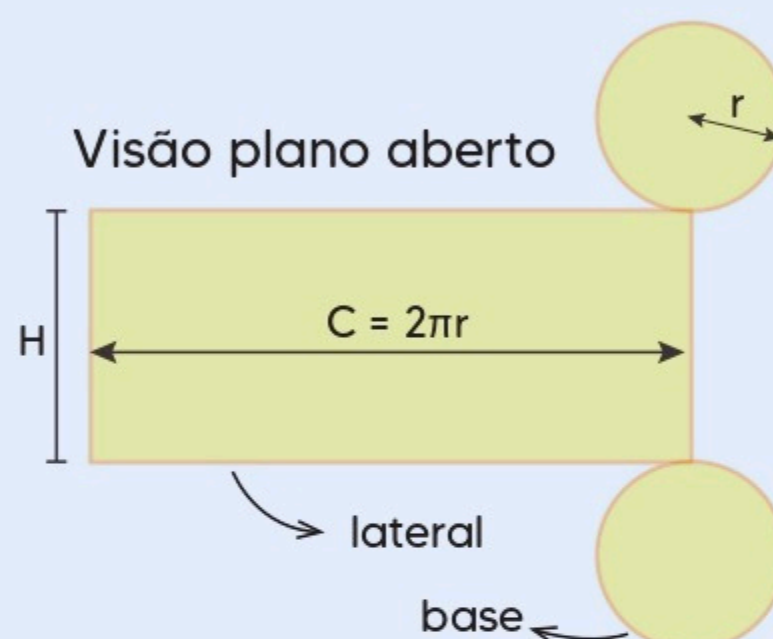
$$V = A_B \cdot H$$



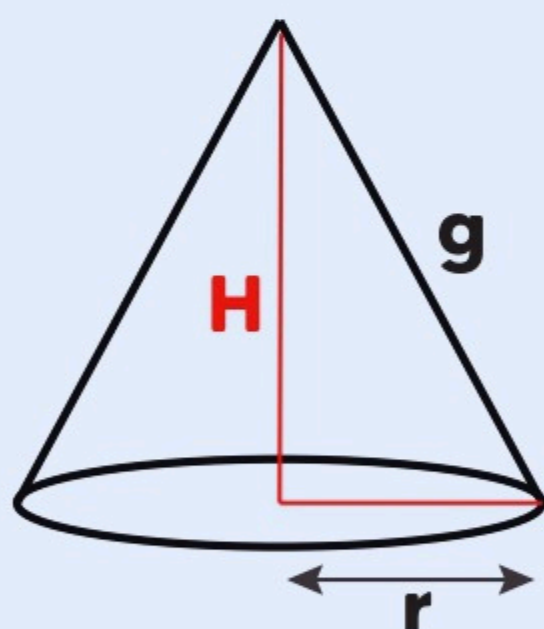
Cilindro Equilátero:
cilindro cuja altura é igual a
medida do diâmetro da base

$$H = D = 2r$$

Visão plano aberto



Cone



ÁREA DA BASE

$$A_B = \pi r^2$$

ÁREA LATERAL

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

ÁREA TOTAL

$$A_t = A_B + A_L$$

VOLUME

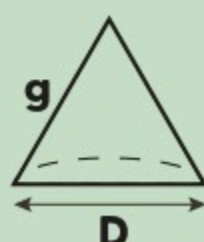
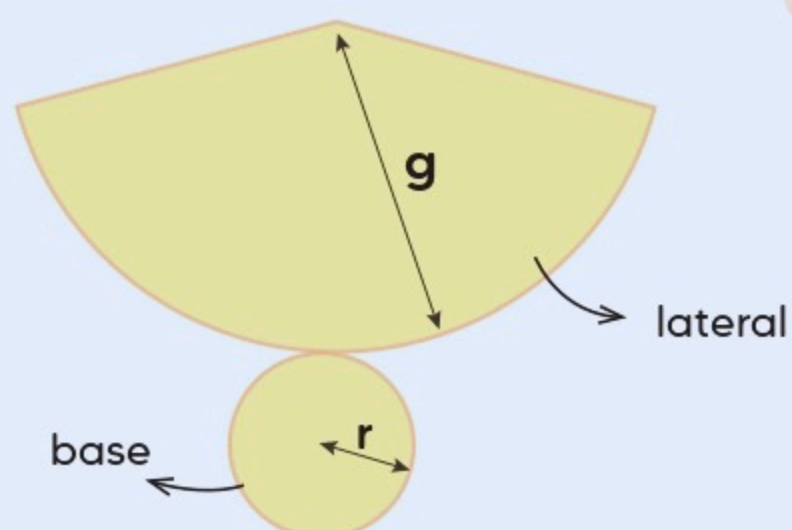
$$V = \frac{A_B \cdot H}{3}$$

RELAÇÃO MÉTRICA

$$r^2 + H^2 = g^2$$

H: altura do cone
m: raio da base
g: geratriz

Visão plano aberto



Cone Equilátero:
cone cuja geratriz é igual
ao diâmetro da base

$$g = D = 2r$$

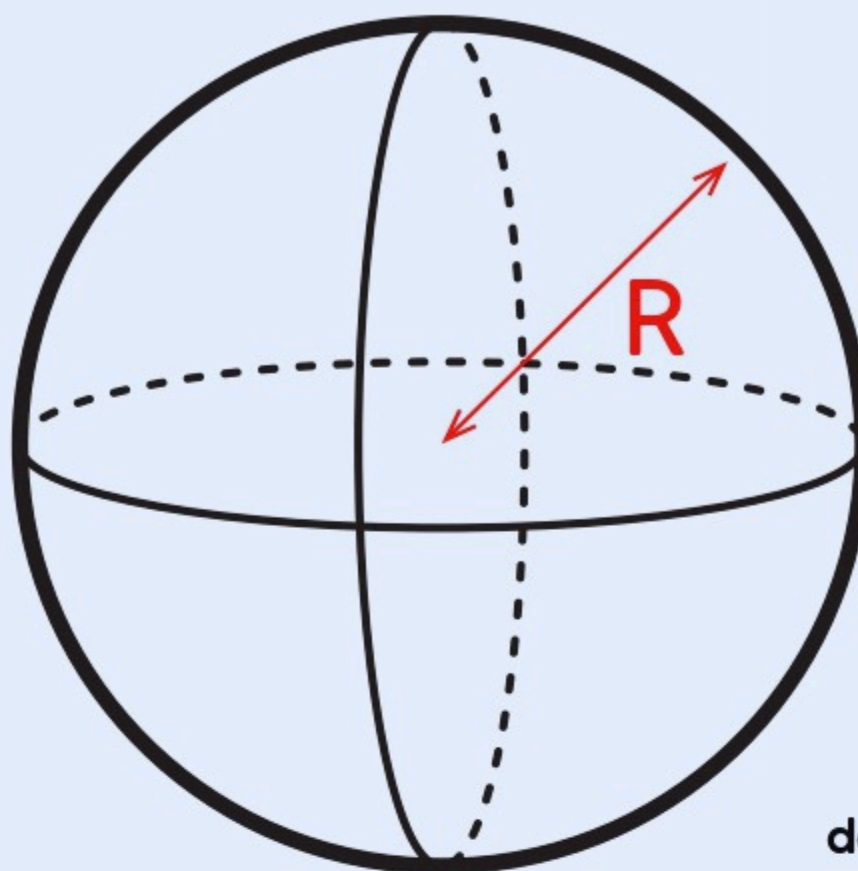
Esfera

VOLUME

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

ÁREA TOTAL

$$A_t = 4\pi R^2$$



R: raio da esfera

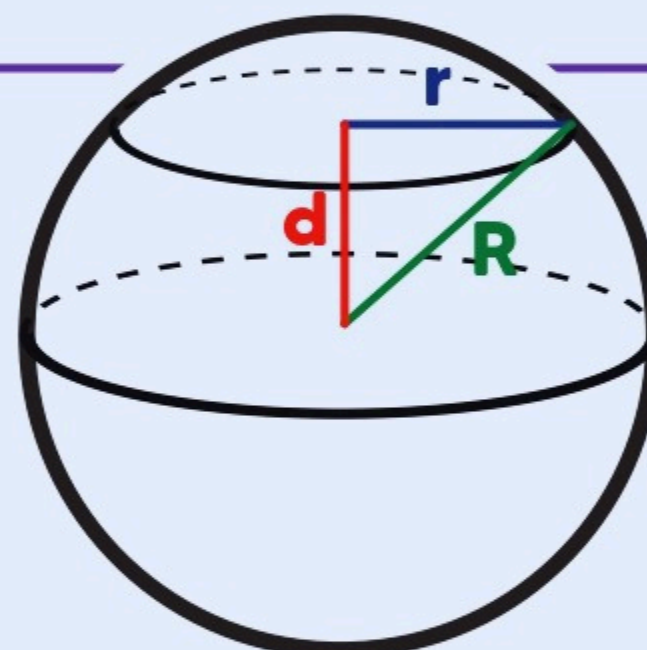
SECÇÃO

$$d^2 + r^2 = R^2$$

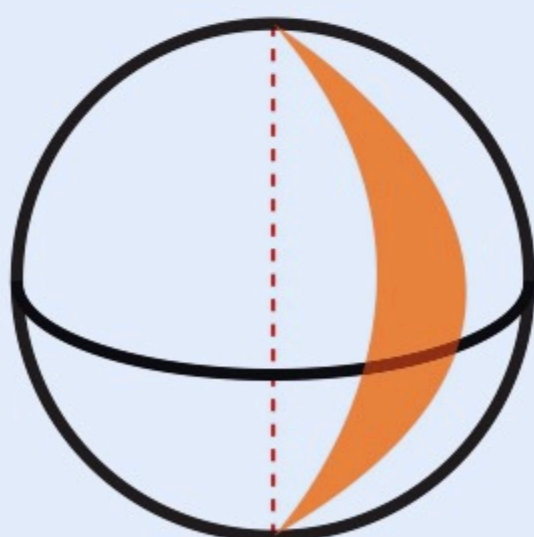
R: raio da esfera

r: raio da secção

d: distância entre a secção e o centro



FUSO

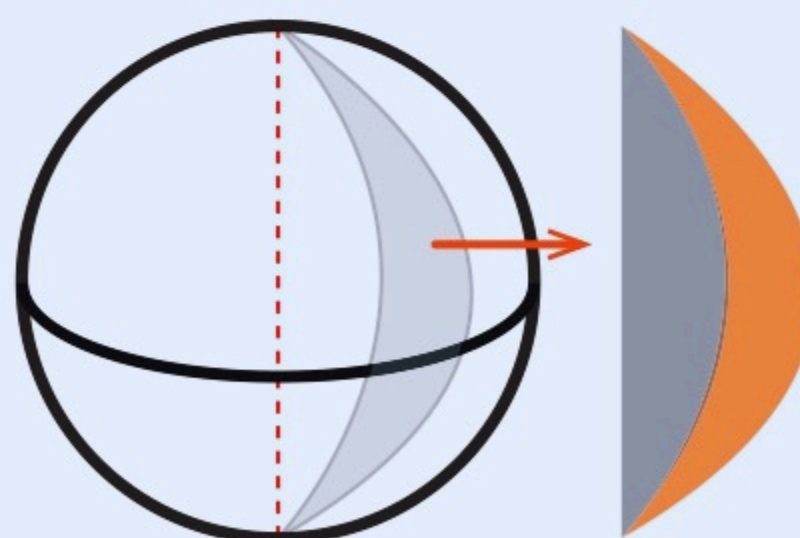


Área do Fuso

$$A = \frac{\alpha}{360} \cdot 4\pi R^2$$

α : ângulo de abertura do fuso

CUNHA



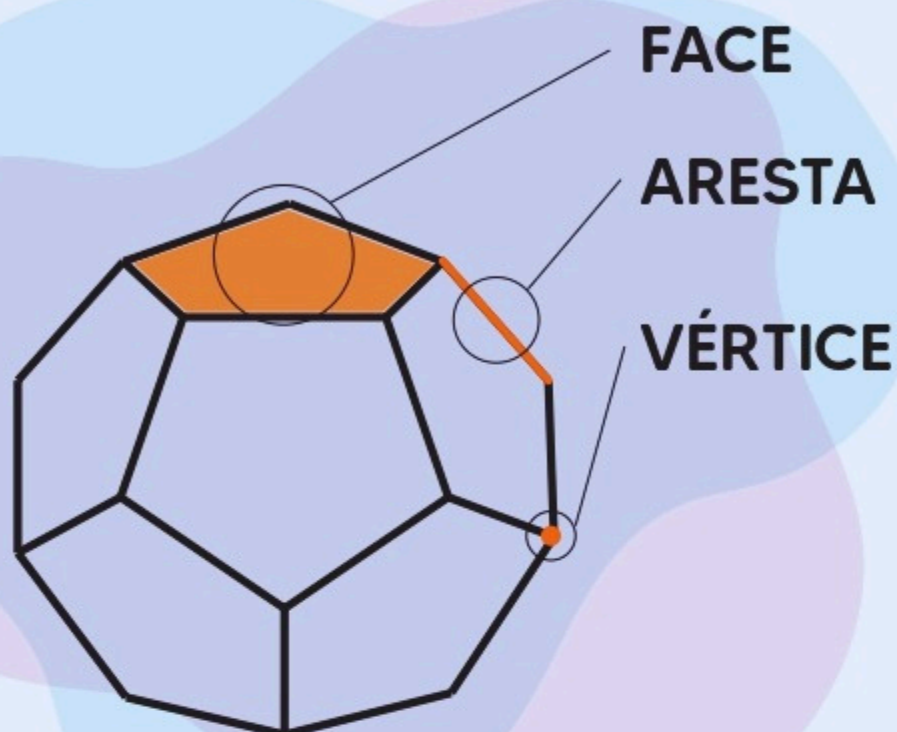
Volume da Cunha

$$V = \frac{\alpha}{360} \cdot \frac{4\pi R^3}{3}$$

Área da Cunha

$$A = \frac{\alpha}{360} \cdot 4\pi R^2 + \pi R^2$$

Poliedros



NOMENCLATURA

Tetraedro • 4 faces
 Pentaedro • 5 faces
 Hexaedro • 6 faces
 Heptaedro • 7 faces
 Octaedro • 8 faces
 Eneaedro • 9 faces
 Decaedro • 10 faces
 Dodecaedro • 12 faces
 Icosaedro • 20 faces

TEOREMA DE EULER

(Para poliedros Convexos)

$$V + F = A + 2$$

V: Número de vértices
 F: Número de faces
 A: Número de arestas

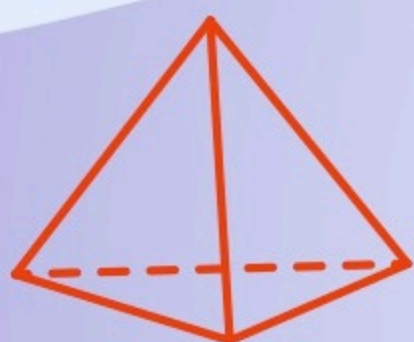
ARESTAS E FACES

$$2A = 3 \cdot F_{(T)} + 4 \cdot F_{(Q)} + 5 \cdot F_{(P)} + \dots$$

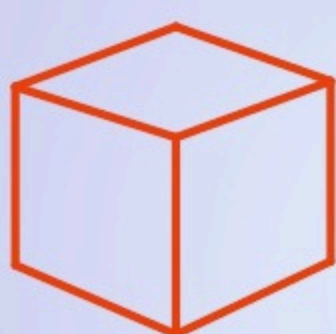
$F_{(T)}$: N° de faces triangulares
 $F_{(Q)}$: N° de faces quadradas
 $F_{(P)}$: N° de faces pentagonais

POLIEDROS DE PLATÃO

- Todas as faces são polígonos regulares e iguais
- Em todos os vértices coincidem o número de arestas
- Obedecem o teorema de Euler ($V - A + F = 2$).



tetraedro
regular



hexaedro
regular



octaedro
regular



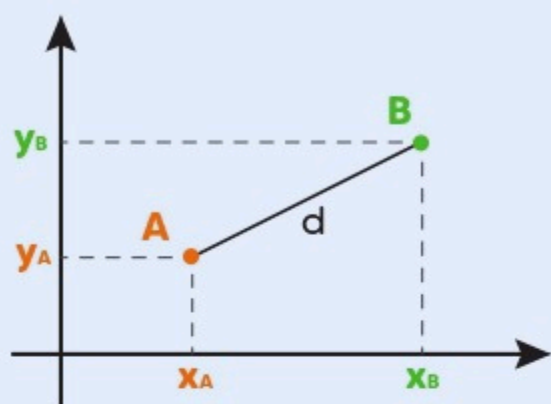
dodecaedro
regular



icosaedro
regular

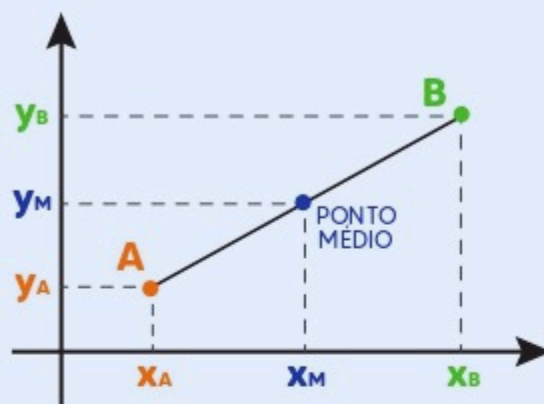
Pontos

DISTÂNCIA ENTRE PONTOS



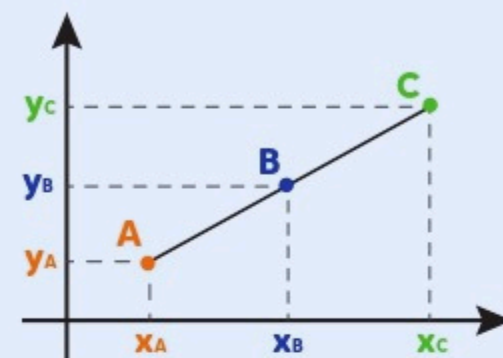
$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

PONTO MÉDIO



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \quad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

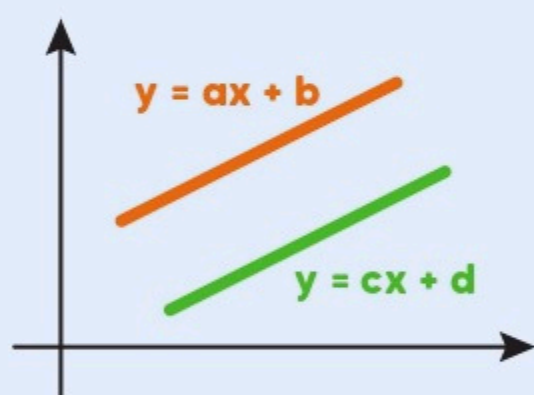
PONTOS COLINEARES



$$\text{Det} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

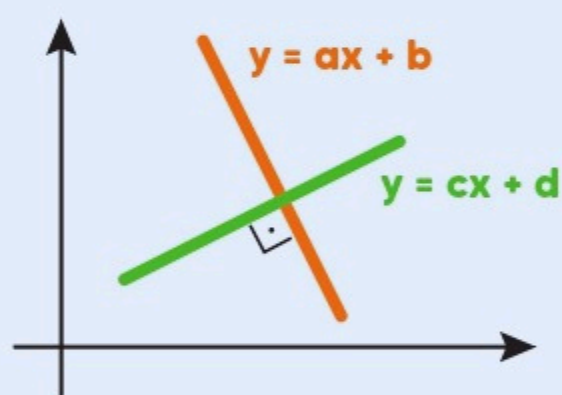
Retas

RETAS PARALELAS



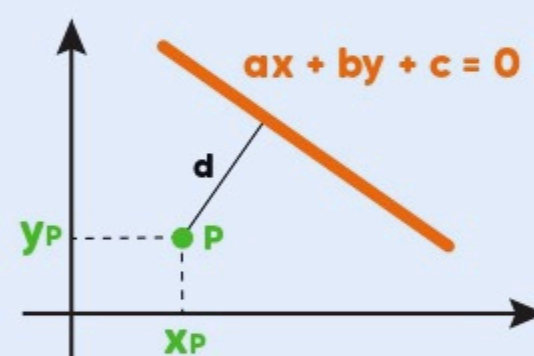
$$a = c$$

RETAS PERPENDICULARES



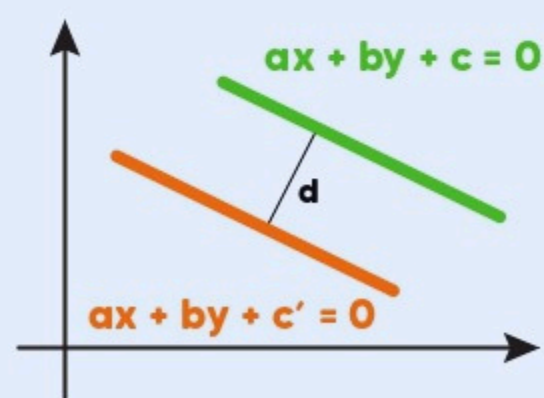
$$a = -\frac{1}{c}$$

DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA



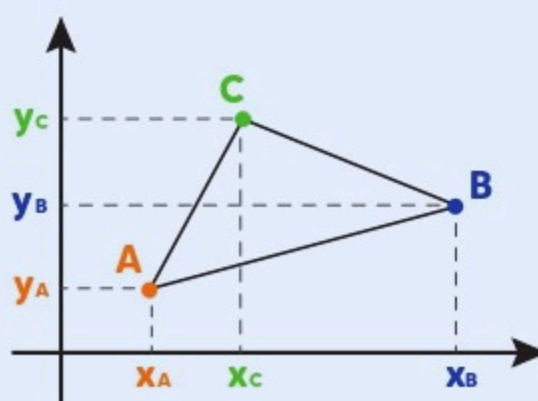
$$d = \left| \frac{ax_P + by_P + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

DISTÂNCIA ENTRE RETAS



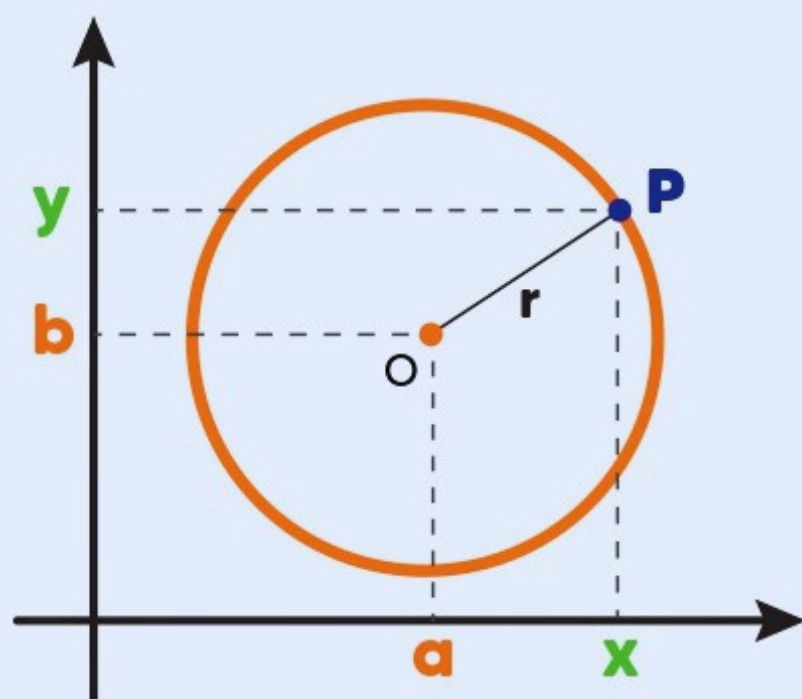
$$d = \left| \frac{c - c'}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

ÁREA DO TRIÂNGULO



$$A = \frac{1}{2} \text{Det} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$

Circunferência



$$r^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

a e b: coordenadas do centro

x e y: coordenadas de um ponto da circunferência

r: raio da circunferência

Elipse

$\overline{A_1A_2}$: Eixo maior

$\overline{B_1B_2}$: Eixo menor

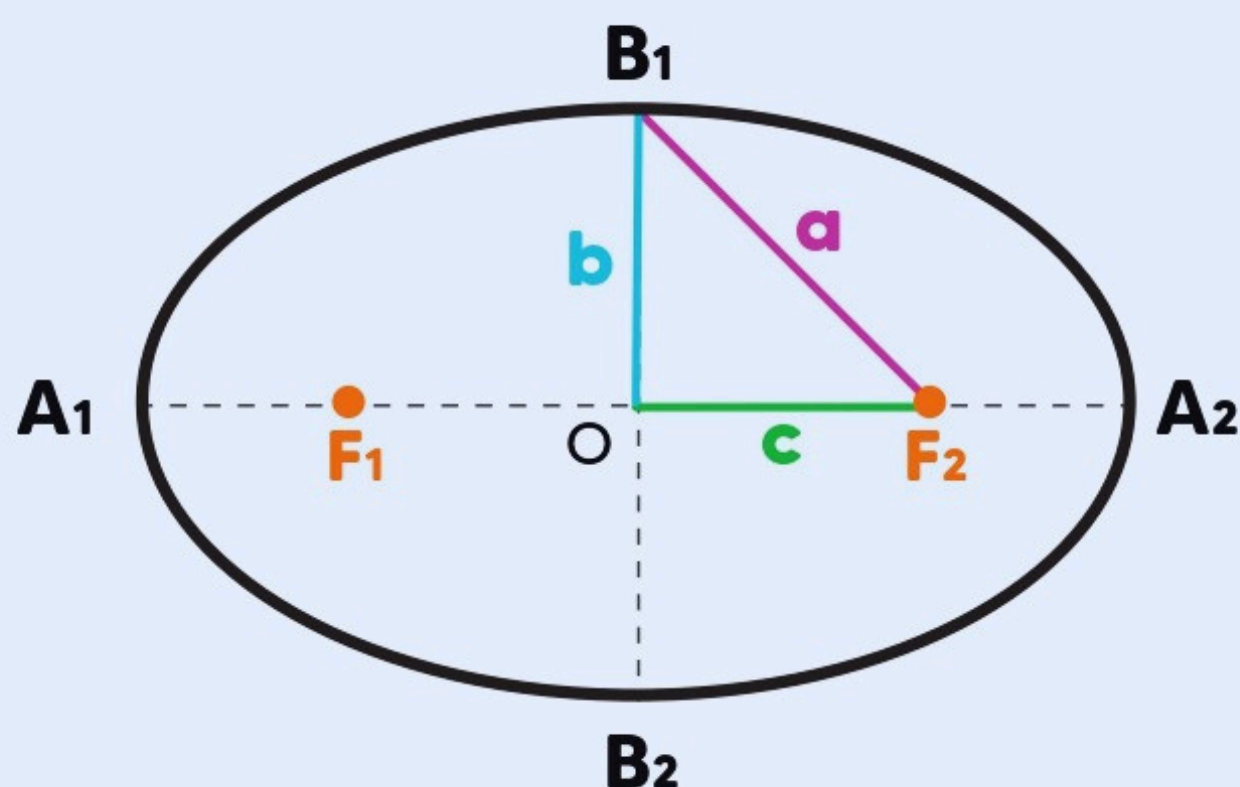
F_1 e F_2 : Focos

O: Centro

$2a$: Medida do eixo maior

$2b$: Medida do eixo menor

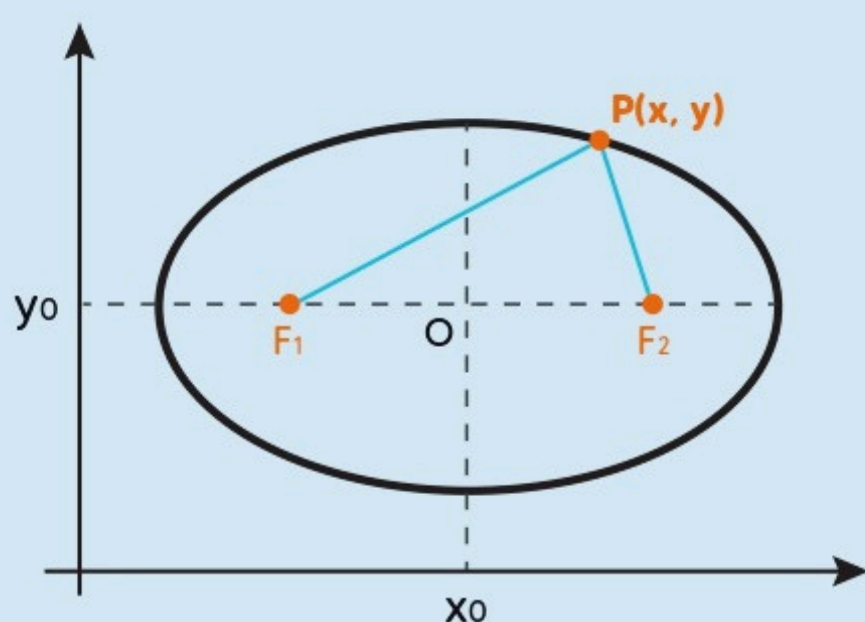
$2c$: Distância focal



$$a^2 = b^2 + c^2$$

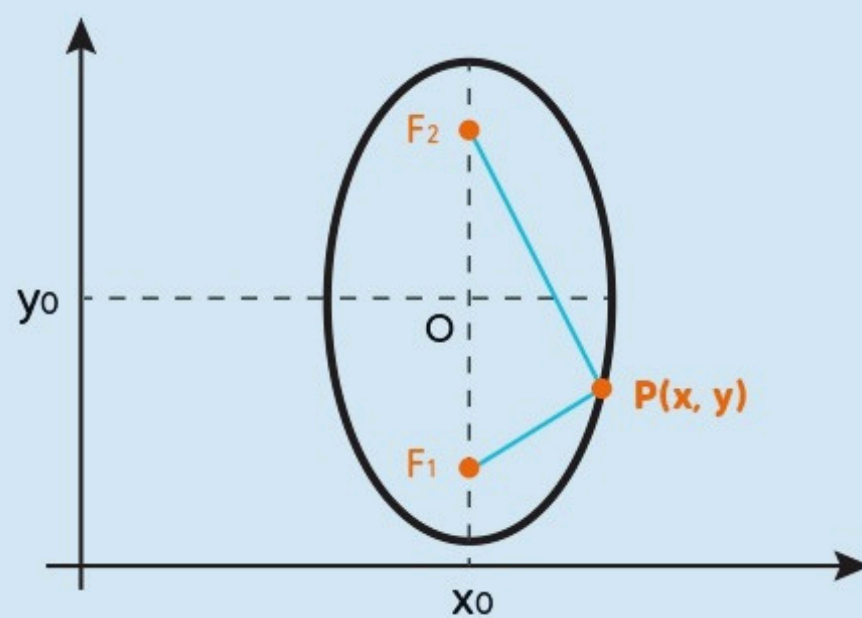
$$\text{Excentricidade} = \frac{c}{a}$$

$$|\overline{F_1P} + \overline{F_2P}| = 2a$$



$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

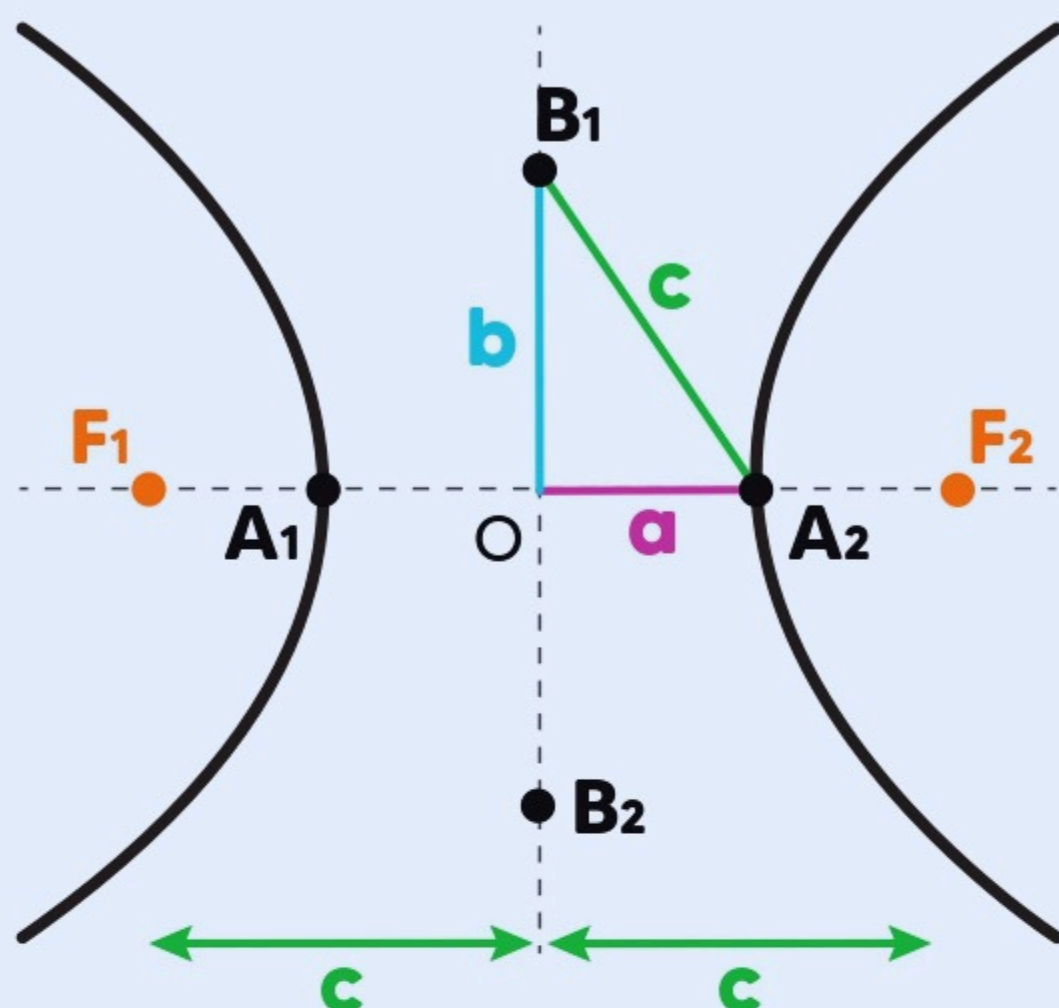
Eixo maior horizontal



$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} + \frac{(y - y_0)^2}{a^2} = 1$$

Eixo maior vertical

Hipérbole



$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\text{Excentricidade} = \frac{c}{a}$$

$\overline{A_1A_2}$: Eixo real ou transverso

$\overline{B_1B_2}$: Eixo imaginário

F_1 e F_2 : Focos

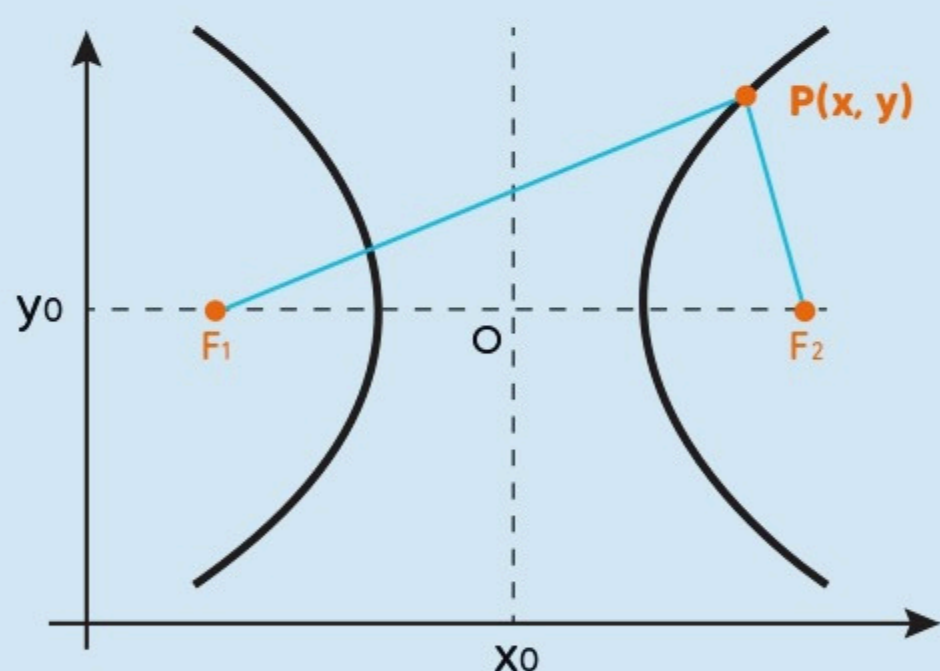
O: Centro

$2a$: Medida do eixo real

$2b$: Medida do eixo imaginário

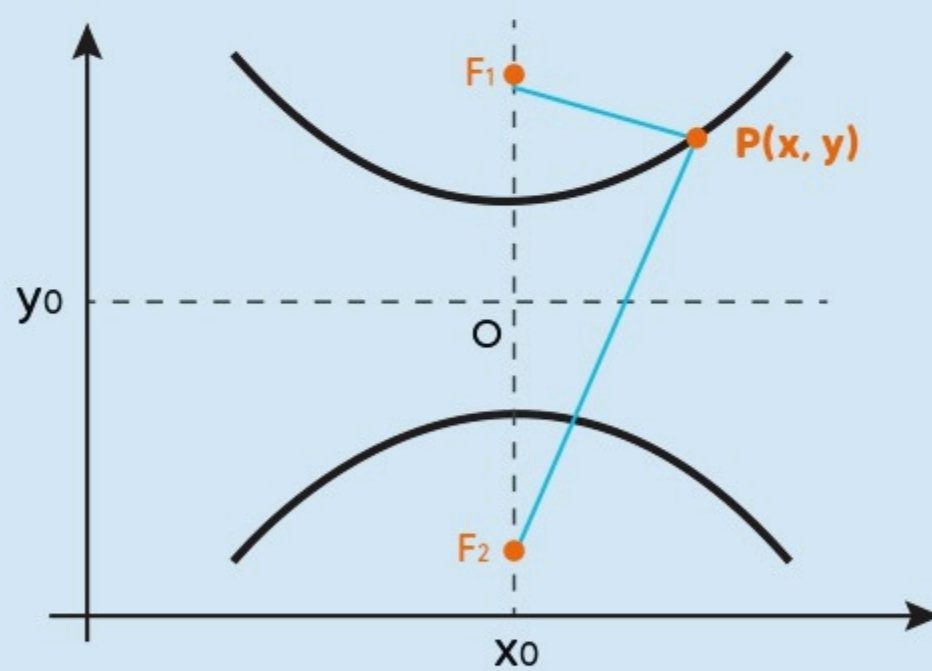
$2c$: Distância focal

$$|\overline{F_1P} - \overline{F_2P}| = 2a$$



$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

Eixo real horizontal



$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} - \frac{(y - y_0)^2}{a^2} = 1$$

Eixo real vertical

Progressão Aritmética (P.A.)

TERMO GERAL

$$a_n = a_1 + r(n-1)$$

RAZÃO

$$r = a_n - a_{n-1}$$

TERMO MÉDIO

$$a_n = \frac{a_{n+k} + a_{n-k}}{2}$$

SOMA DE TERMOS

$$S_n = \frac{(A_1 + A_n) \cdot n}{2}$$



Progressão Geométrica (P.G.)

TERMO GERAL

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

RAZÃO

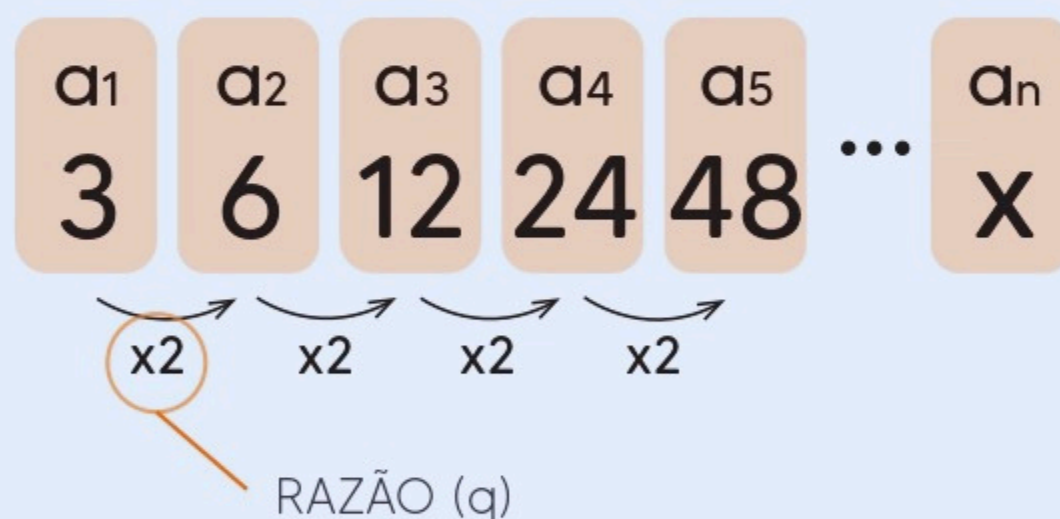
$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

TERMO MÉDIO

$$a_n = \sqrt{(a_{n+k}) \cdot (a_{n-k})}$$

SOMA DE TERMOS

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{(q - 1)}$$



SOMA DE INFINITOS TERMOS

$$S_{\infty} = \frac{a_1}{(1-q)}$$

Estatística

MÉDIA

1	2	2	2	3	3	3	3
3	3	3	3	4	5	6	6
7	7	8	8	9	9	10	10

Some todos os dados e divida pelo número de elementos deste conjunto

$$\bar{X} = \frac{\text{SOMA DOS TERMOS}}{\text{NÚMERO DE TERMOS}}$$

$$\bar{X} = \frac{120}{24}$$

$$\bar{X} = 5$$

MODA

1	2	2	2	3	3	3	3
3	3	3	3	4	5	6	6
7	7	8	8	9	9	10	10

É o valor mais frequente (que mais se repete) do conjunto de dados

$$Mo = 3$$

MEDIANA

1	2	2	2	3	3	3	3
3	3	3	3	4	5	6	6
7	7	8	8	9	9	10	10

Bote os termos em ordem crescente ou decrescente e pegue o termo que está no meio

$$Me = \frac{3 + 4}{2} = 3,5$$

Caso não exista um único valor, tire a média entre os dois valores encontrados

VARIÂNCIA

Dispersão dos dados variáveis em relação à média

$$Va = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

EXEMPLO:

2	3	4
4	5	6

Primeiro encontre a média:

$$\bar{X} = \frac{2+3+4+4+5+6}{9} = \frac{24}{6} = 4$$

Encontre a variância (subtraia todos os termos pela média e eleve ao quadrado):

$$Va = \frac{(2-4)^2 + (3-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2 + (5-4)^2 + (6-4)^2}{6}$$

$$Va = \frac{(-2)^2 + (-1)^2 + (0)^2 + (0)^2 + (1)^2 + (2)^2}{6}$$

$$Va = \frac{4+1+0+0+1+4}{6} = \frac{10}{6} = 1,666...$$

Raiz quadrada da variância para achar o desvio padrão:

$$Dp = \sqrt{1,666} = 1,291$$

DESVIO PADRÃO

Raiz quadrada da variância. Indica a distância média entre a variável e a média aritmética da amostra

$$Dp = \sqrt{Va}$$

Matemática Financeira

FRAÇÃO → PORCENTAGEM

Multiplique o numerador por 100 e divida pelo denominador

EXEMPLO:
 $\frac{3}{4} \rightarrow \frac{300}{4} = 75\%$

DECIMAL → PORCENTAGEM

Multiplique por 100
 Passe a virgula duas casas para a direita

EXEMPLO:
 $0,06 \rightarrow 6\%$

PORCENTAGEM → FRAÇÃO

Adicione o denominador 100 e simplifique a fração

EXEMPLO:
 $75\% \rightarrow \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

PORCENTAGEM → DECIMAL

Divida por 100
 Passe a virgula duas casas para a esquerda

EXEMPLO:
 $0,5\% \rightarrow 0,005$

AUMENTO

$$V_i \cdot (1 + A) = V_f$$

DESCONTO

$$V_i \cdot (1 - D) = V_f$$

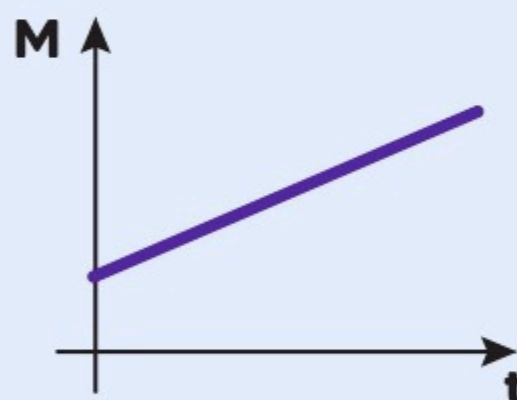
V_i : Valor Inicial
 V_f : Valor Final
 A : Aumento (em decimal)
 D : Desconto (em decimal)



JUROS SIMPLES

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J$$



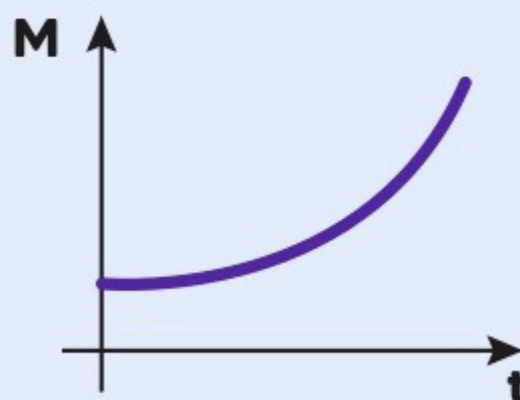
Ex: Capital de R\$ 100,00
 a uma taxa de 10%:

INÍCIO: 100,00
 MÊS 2: 110,00
 MÊS 3: 120,00
 MÊS 3: 130,00
 MÊS 4: 140,00

JUROS COMPOSTOS

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

$$M = C + J$$



Ex: Capital de R\$ 100,00
 a uma taxa de 10%:

INÍCIO: 100,00
 MÊS 2: 110,00
 MÊS 3: 121,00
 MÊS 3: 133,10
 MÊS 4: 146,41

J : Juros (R\$)
 M : Montante (Valor Final)
 C : Capital (Valor Inicial)
 i : Taxa de Juros (em decimal)
 t : Tempo (dias, meses, anos)

Análise Combinatória

FATORIAL

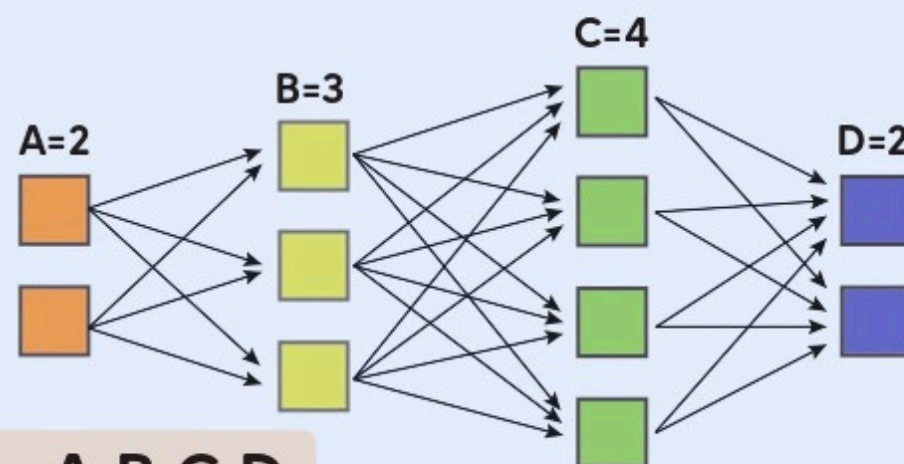
$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$$

EXEMPLO:

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$$

n: número de elementos
p: número de espaços

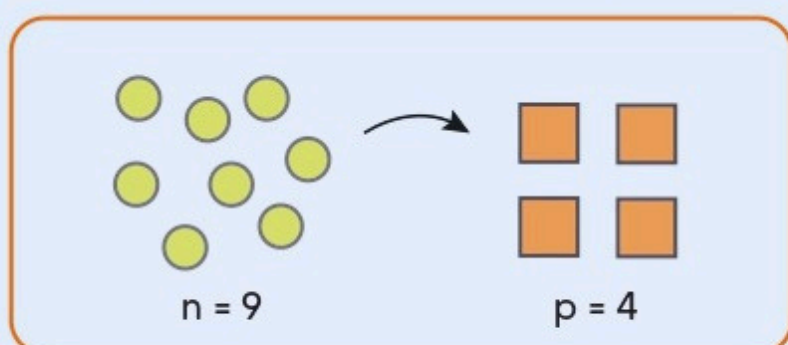
PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM



$$P = A \cdot B \cdot C \cdot D$$

COMBINAÇÃO $n > p$

A ordem dos termos não altera o resultado



SEM ELEMENTOS
REPETIDOS

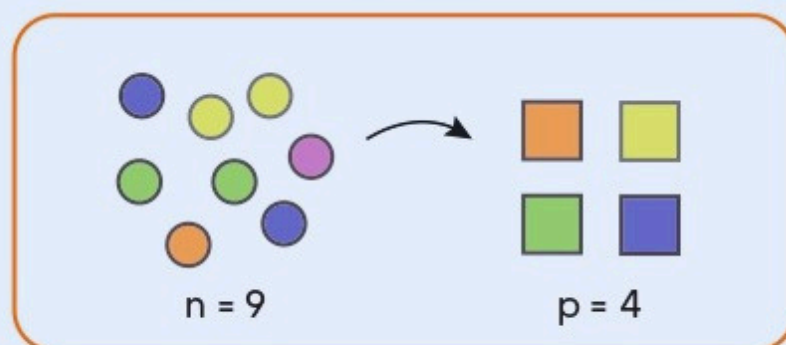
$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

COM ELEMENTOS
REPETIDOS

$$C_{n,p} = \frac{(n+p-1)!}{p! \cdot (n-1)!}$$

ARRANJO $n > p$

A ordem dos termos altera o resultado



SEM REPETIÇÃO
DE ELEMENTOS

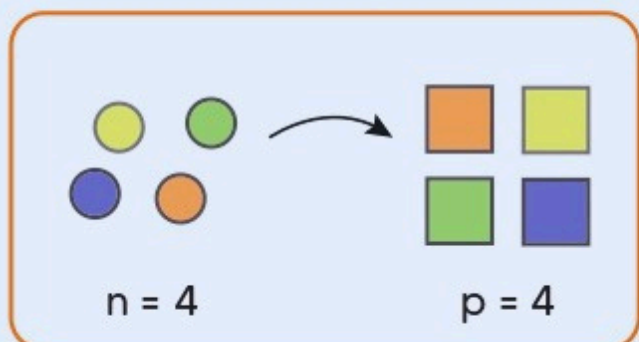
$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

COM REPETIÇÃO
DE ELEMENTOS

$$A_{n,p} = n^p$$

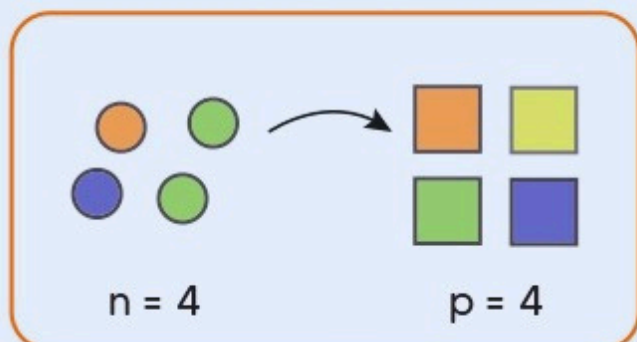
PERMUTAÇÃO $n = p$

Todos os termos são usados e a ordem deles altera o resultado



PERMUTAÇÃO SIMPLES

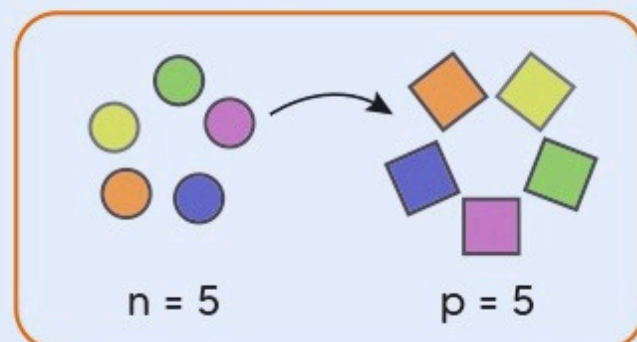
$$P_n = n!$$



PERMUTAÇÃO COM
ELEMENTOS REPETIDOS

$$P_n = \frac{n!}{a! b! c!}$$

a, b, c: elementos que se repetem



PERMUTAÇÃO CIRCULAR

$$P_n = (n-1)!$$

Matrizes

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} \end{bmatrix}$$

a_{ij}

i: número da linha
j: número da coluna

MATRIZ QUADRADA

Matriz que possui o mesmo número de linhas e colunas ($i = j$)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

DIAGONAL SECUNDÁRIA

DIAGONAL PRINCIPAL

OPERAÇÕES

SOMA E SUBTRAÇÃO

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u & v \\ w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+u & b+v \\ c+w & d+x \\ e+y & f+z \end{bmatrix}$$

PRODUTO ENTRE NÚMERO E MATRIZ

$$x \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xa & xb \\ xc & xd \\ xe & xf \end{bmatrix}$$

PRODUTO ENTRE MATRIZ E MATRIZ

É feito o produto entre linhas da primeira matriz com as colunas da segunda matriz

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & v & w \\ x & y & z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a \cdot u + b \cdot x & a \cdot v + b \cdot y & a \cdot w + b \cdot z \\ c \cdot u + d \cdot x & c \cdot v + d \cdot y & c \cdot w + d \cdot z \\ e \cdot u + f \cdot x & e \cdot v + f \cdot y & e \cdot w + f \cdot z \end{bmatrix}$$

TIPOS DE MATRIZES

MATRIZ TRANSPOSTA

Linha viram colunas, colunas viram linhas

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}_{i \times j} \quad A^t = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}_{j \times i}$$

MATRIZ SIMÉTRICA

Quando uma matriz é igual a sua transposta

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix} \quad A^t = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix}$$

MATRIZ OPOSTA

Matrizes iguais com sinais trocados

$$A = \begin{bmatrix} a & -b \\ c & -d \\ -e & f \end{bmatrix} \quad -A = \begin{bmatrix} -a & b \\ -c & d \\ e & -f \end{bmatrix}$$

MATRIZ INVERSA

O produto de uma matriz (A) pela sua matriz inversa (A^{-1}) é igual a matriz identidade (I)

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matriz Identidade (I): matriz quadrada onde todos os termos da sua diagonal principal são iguais a 1 e os demais termos são nulos.

Determinantes

MATRIZ 2x2

Faça a diferença entre o produto dos termos da **diagonal principal** com o produto dos termos da **diagonal secundária**.

$$\text{Det} = \text{D.P.} - \text{D.S.} = ad - cb$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} = (5)(-1) - (2)(4)$$

$$\text{Det} = (-5) - (8)$$

$$\text{Det} = -5 - 8$$

$$\text{Det} = -13$$

MATRIZ 3x3

Regra de Sarrus: a) Repita as duas primeiras colunas. b) Faça o produto dos termos das **3 diagonais principais** e o mesmo com as **3 diagonais secundárias**. c) Faça a diferença entre as diagonais principais e as secundárias

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} = \text{D.P.} - \text{D.S.} = (aei + bfg + cdh) - (gec + hfa + idb)$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} = 1 \cdot 5 \cdot 9 + 4 \cdot 8 \cdot 3 + 7 \cdot 2 \cdot 6 - 3 \cdot 5 \cdot 7 - 6 \cdot 8 \cdot 1 - 9 \cdot 2 \cdot 4$$

$$\text{Det} = 45 + 96 + 84 - 105 - 48 - 72$$

$$\text{Det} = 225 - 225$$

$$\text{Det} = 0$$

MATRIZES MAIORES

Cofatores: a) Escolha qualquer linha ou coluna. b) Multiplique todos os termos pelos seus respectivos cofatores (C_{ij}). c) Some todos os termos encontrados.

Dica: Escolha aquela linha ou coluna que possui mais termos nulos

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

Termo

$$\text{Det} = a_{31} \cdot C_{31} + a_{32} \cdot C_{32} + a_{33} \cdot C_{33} + a_{34} \cdot C_{34}$$

Cofator

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Usaremos a terceira linha:

$$\text{Det} = a_{31} \cdot C_{31} + a_{32} \cdot C_{32} + a_{33} \cdot C_{33} + a_{34} \cdot C_{34}$$

Como achar o cofator de um número?

- Eleve -1 pela soma do número da linha pela coluna: $(-1)^{i+j}$
- Multiplique pela determinante da matriz que resulta ao se eliminar todos os termos da linha e coluna que esse elemento se encontra.

Vamos calcular cada cofator:

$$C_{31} = (-1)^{3+1} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^4 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = +1 \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = 40$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^5 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = -20$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^6 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = +1 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = -5$$

$$C_{34} = (-1)^{3+4} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^7 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = -5$$

Logo...

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} = a_{31} \cdot C_{31} + a_{32} \cdot C_{32} + a_{33} \cdot C_{33} + a_{34} \cdot C_{34}$$

$$\text{Det} = (2) \cdot (40) + (0) \cdot (-20) + (1) \cdot (-5) + (3) \cdot (-5)$$

$$\text{Det} = 80 + 0 - 5 - 15$$

$$\text{Det} = 60$$

Propriedades das Determinantes

1 Ao se multiplicar (ou dividir) qualquer linha ou coluna por um número qualquer, o valor de sua determinante também será multiplicado por esse número.

$$\text{Det} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 10 \quad \text{Det} \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 & 2 \cdot 4 & 2 \cdot 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 2 \cdot 5 = 10$$

2 Troque duas linhas ou colunas entre si e o sinal da determinante será invertido. (O sinal se inverterá uma vez para cada troca realizada)

$$\text{Det} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 5 \quad \text{Det} \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} = -5$$

3 Ao se subtrair ou somar uma linha qualquer por outra da mesma matriz, o valor da determinante não será alterado. O mesmo acontece para operações entre colunas. (Esse processo pode ser feito várias vezes em seguida)

$$\text{Det} \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 5 \quad \text{Det} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 5$$

A primeira coluna foi subtraída pela segunda coluna

Sistemas Lineares

Tomaremos como exemplo, o sistema linear com 3 incógnitas, esse sistema pode ser transformado em uma matrix 2x3 como é mostrado a seguir:

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 6 \\ 4x - 2y - z = -4 \\ -y + 2z = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Os valores das incógnitas x, y e z podem ser achados através das fórmulas:

$$x = \frac{\text{Det}(x)}{\text{Det}}$$

$$y = \frac{\text{Det}(y)}{\text{Det}}$$

$$z = \frac{\text{Det}(z)}{\text{Det}}$$

Todas essas determinantes podem ser achadas por:

$$\text{Det} \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} = -51$$

$$\text{Det}(x) \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 \\ -4 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$\text{Det}(y) \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 4 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} = -51$$

$$\text{Det}(z) \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 4 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} = -102$$

No exemplo, para achar o Det(z), devemos substituir todos os coeficientes da coluna "z" da matriz principal pela coluna **resultado**.

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{0}{-51} = 0$$

$$y = \frac{Dy}{D} = \frac{-51}{-51} = 1$$

$$z = \frac{Dz}{D} = \frac{-102}{-51} = 2$$

INTERPRETAÇÃO DE VALORES

Existem 3 possibilidades para os resultados de um sistema linear:

A determinante principal é diferente de zero

$$D \neq 0$$

A MATRIZ É POSSÍVEL E DETERMINADA

Significa que só existe 1 possível solução para o sistema.

A determinante principal (D) e TODAS as secundárias (Dx, Dy, Dz ...) são iguais a zero

$$D = 0$$

$$D(\#) = 0$$

A MATRIZ É POSSÍVEL, PORÉM INDETERMINADA

Significa que existem infinitas soluções para o sistema devido a indeterminação 0/0.

A determinante principal (D) é igual a zero, porém as secundárias (Dx, Dy, Dz ...) são diferentes de zero

$$D = 0$$

$$D(\#) \neq 0$$

A MATRIZ É IMPOSSÍVEL

Significa que não existe nenhuma solução real para o sistema já que não é possível a divisão por 0.

Triângulo de Pascal

n = 0	$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$	1
n = 1	$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$	1 1
n = 2	$\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$	1 2 1
n = 3	$\begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \end{pmatrix}$	1 3 3 1
n = 4	$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix}$	1 4 6 4 1
n = 5	$\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \end{pmatrix}$	1 5 10 10 5 1
n = 6	$\begin{pmatrix} 6 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix}$	1 6 15 20 15 6 1

Para achar qualquer termo do triângulo

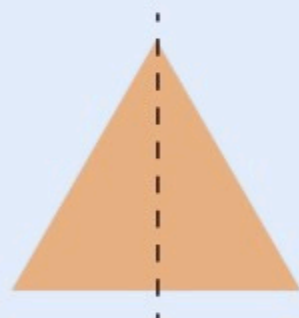
$$\begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} = C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

Lembre-se que para esse conteúdo iniciamos a partir do termo zero, não 1!

Exemplo: Segundo termo da quarta linha
Quarta linha: $n = 3$
Segundo termo: $p = 1$

Propriedade 1 • Simetria

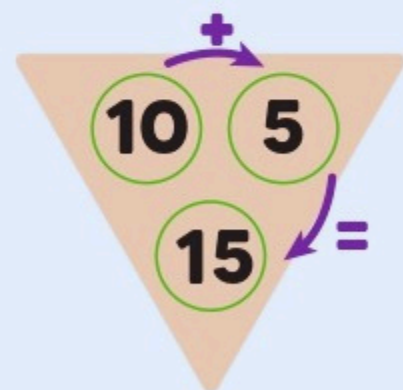
Corte o triângulo no meio e você verá que todos os termos estão espelhados (iguais).



$$\begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ n-p \end{pmatrix}$$

Propriedade 2 • Soma

Isso pode te ajudar a montar o triângulo mais facilmente! Qualquer termo no triângulo é igual a soma dos dois termos que estão acima dele.



$$\begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n-1 \\ p-1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n-1 \\ p \end{pmatrix}$$

Propriedade 3 • Soma da linha

A soma de todos os termos de uma linha são sempre potências de 2.

$$S = 2^n$$

Binômio de Newton

De forma geral, o desenvolvimento de um binômio se faz por:

- a) Os coeficientes de cada termo podem ser achados através dos termos de uma linha do Triângulo de Pascal.
- b) O expoente do primeiro termo é decrescente (começa por n e termina com zero).
- c) O expoente do segundo termo é crescente (começa por 0 e termina com n).
- d) Se o binômio for uma soma $(x+y)$, todos os termos são positivos, se for a diferença $(x-y)$, os sinais são alternados começando pelo sinal positivo $(+ - + - + \dots)$

$$(x + y)^n = \binom{n}{0} x^n \cdot y^0 + \binom{n}{1} x^{n-1} \cdot y^1 + \binom{n}{2} x^{n-2} \cdot y^2 + \dots + \binom{n}{n-2} x^2 \cdot y^{n-2} + \binom{n}{n-1} x^1 \cdot y^{n-1} + \binom{n}{n} x^0 \cdot y^n$$

www.marcioazulayexatas.com

EXEMPLO: $(x - 2)^6$

a) Primeiro utilize o triângulo de pascal para encontrar os coeficientes ($n = 6$)

$$\binom{6}{0} = 1 \quad \binom{6}{1} = 6 \quad \binom{6}{2} = 15 \quad \binom{6}{3} = 20 \quad \binom{6}{4} = 15 \quad \binom{6}{5} = 6 \quad \binom{6}{6} = 1$$

b) Acrescente o primeiro termo do binômio "x" com expoente decrescente (6, 5, 4, 3...)

$$1 \cdot x^6 \quad 6 \cdot x^5 \quad 15 \cdot x^4 \quad 20 \cdot x^3 \quad 15 \cdot x^2 \quad 6 \cdot x^1 \quad 1 \cdot x^0$$

c) Acrescente o segundo termo do binômio "2" com expoente crescente (0, 1, 2, 3...)

$$1 \cdot x^6 \cdot 2^0 \quad 6 \cdot x^5 \cdot 2^1 \quad 15 \cdot x^4 \cdot 2^2 \quad 20 \cdot x^3 \cdot 2^3 \quad 15 \cdot x^2 \cdot 2^4 \quad 6 \cdot x^1 \cdot 2^5 \quad 1 \cdot x^0 \cdot 2^6$$

d) O sinal entre os termos é negativo, logo, acrescente sinais alternados

$$+ 1 \cdot x^6 \cdot 2^0 \quad - 6 \cdot x^5 \cdot 2^1 \quad + 15 \cdot x^4 \cdot 2^2 \quad - 20 \cdot x^3 \cdot 2^3 \quad + 15 \cdot x^2 \cdot 2^4 \quad - 6 \cdot x^1 \cdot 2^5 \quad + 1 \cdot x^0 \cdot 2^6$$

Faça as últimas operações para achar a versão simplificada

$$x^6 - 12 \cdot x^5 + 60 \cdot x^4 - 160 \cdot x^3 + 240 \cdot x^2 - 192 \cdot x + 64$$

TERMO GERAL

Para achar qualquer termo sem precisar fazer o desenvolvimento completo

$$(-1)^p \cdot \binom{n}{p} x^{n-p} \cdot y^p$$

1º termo: $p = 0$
2º termo: $p = 1$
3º termo: $p = 2 \dots$

EXEMPLO: Determine o 4º termo do desenvolvimento do binômio $(2x - 3)^9$

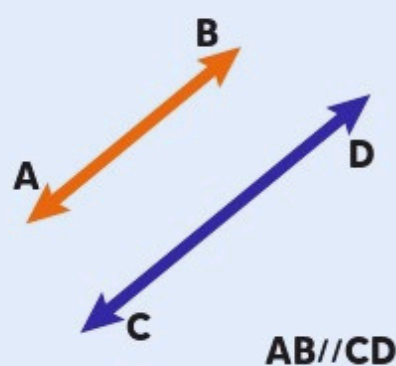
4º termo: $p = 3$

$$\begin{aligned} (-1)^p \cdot \binom{n}{p} x^{n-p} \cdot y^p &= (-1)^3 \cdot \binom{9}{3} (2x)^{9-3} \cdot (3)^3 = (-1) \cdot 84 \cdot (2x)^6 \cdot (3)^3 = \\ &= (-1) \cdot 84 \cdot 64x^6 \cdot 27 = -145.152x^6 \end{aligned}$$

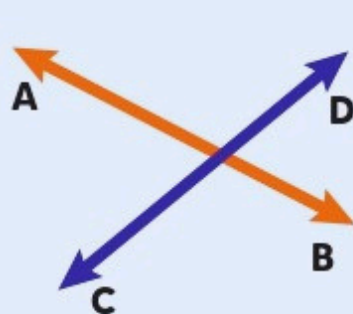
Vetores

CLASSIFICAÇÃO DE RETAS

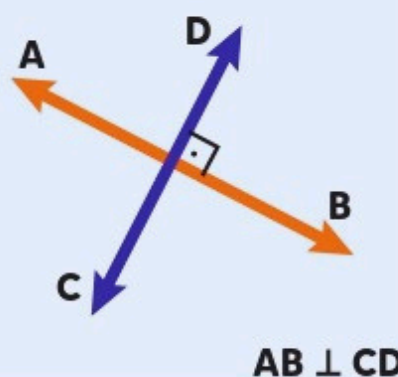
RETAS PARALELAS



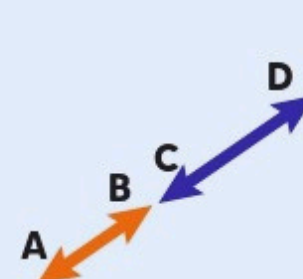
RETAS CONCORRENTES



RETAS PERPENDICULARES

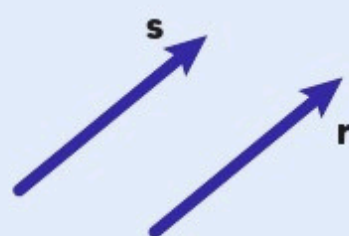


RETAS COINCIDENTES

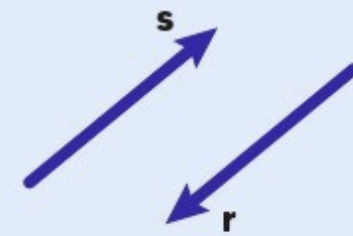


CLASSIFICAÇÃO DE VETORES

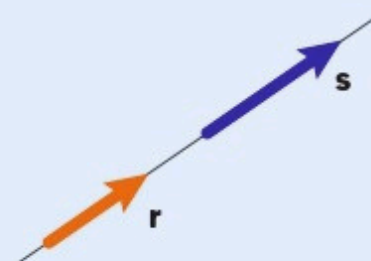
IGUAIS



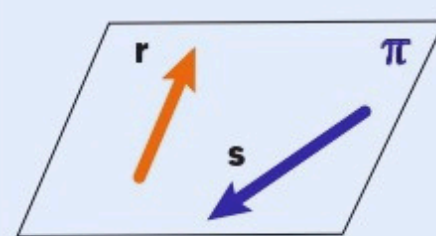
OPOSTOS



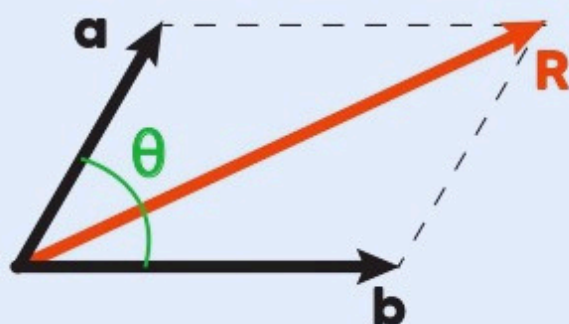
COLINEARES (MESMA RETA)



COPLANARES (MESMO PLANO)



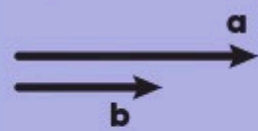
RESULTANTE DE VETORES



$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab \cdot \cos\theta$$

CASOS DIRETOS

$$\theta = 0^\circ$$



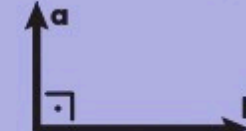
$$R = a + b$$

$$\theta = 180^\circ$$



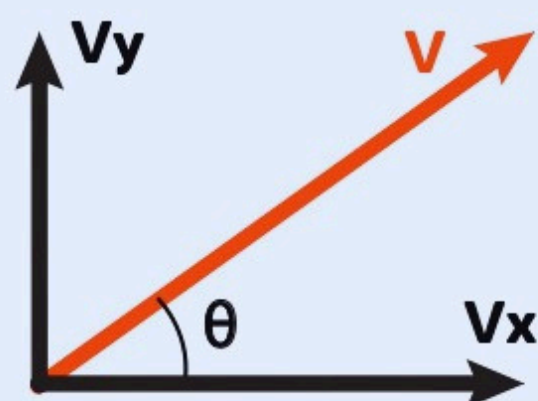
$$R = a - b$$

$$\theta = 90^\circ$$



$$R^2 = a^2 + b^2$$

RESULTANTE DE VETORES



COMPONENTE HORIZONTAL

$$V_x = V \cdot \cos\theta$$

COMPONENTE VERTICAL

$$V_y = V \cdot \sin\theta$$

A função **cosseno** é usada para achar aquela componente que **toca** no ângulo, o **seno** é usado para aquela componente que **não toca** no ângulo

Números Complexos

Todo número complexo é formado por uma parte real e uma imaginária

$$Z = a + bi$$

Diagrama mostrando a decomposição de $Z = a + bi$:

- Z é o número complexo.
- a é a parte real.
- bi é a parte imaginária.

$Z = 3 + 4i$	$a = 3, b = 4$
$Z = 1 - i$	$a = 1, b = -1$
$Z = 6i$	$a = 0, b = 6$
$Z = i - 10$	$a = -10, b = 1$

Unidade Imaginária

$i = \sqrt{-1}$	$i^5 = \sqrt{-1}$	$i^9 = \sqrt{-1}$
$i^2 = -1$	$i^6 = -1$	$i^{10} = -1$
$i^3 = -\sqrt{-1}$	$i^7 = -\sqrt{-1}$	$i^{11} = -\sqrt{-1}$
$i^4 = 1$	$i^8 = 1$	$i^{12} = 1$

Conjugado

Troque o sinal da parte imaginária

$$z = 3 + 4i$$

$$\bar{z} = 3 - 4i$$

Módulo

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Ex: $z = 3 + 4i$

$$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Forma Trigonométrica

$$z = |z| \cdot \cos(\theta) + |z| \cdot \sin(\theta) \cdot i \rightarrow \cos(\theta) = \frac{a}{|z|} ; \sin(\theta) = \frac{b}{|z|}$$

Polinômios

$$f(x) = x^2$$

Monômio (1 termo)

$$f(x) = x^3 - 4$$

Binômio (2 termos)

$$f(x) = x^3 + y^2 - 4$$

Trinômio (3 termos)

$$f(x) = x^2y + x^3 + y^2 - 4$$

Polinômio (4 ou mais termos)

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R$$

Diagrama da divisão polinomial:

$$\begin{array}{r} \text{polinômio} \quad \text{divisor} \\ P(x) \quad | \quad D(x) \\ R \quad \quad Q(x) \\ \text{resto} \quad \quad \text{quociente (resultado)} \end{array}$$

Se você é apaixonado por matemática ou procura aprimorar seus conhecimentos nesta área, então tenho uma ótima notícia para você. Apresento a você o e-book "Desvendando a Matemática".

Este e-book é a chave para transformar sua relação com a matemática e ajudá-lo a compreender de maneira mais clara e fácil conceitos complexos. Com uma linguagem acessível e exemplos práticos, este e-book oferece uma jornada de aprendizagem enriquecedora e divertida.

Se você já se sentiu confuso ou intimidado com a matemática, este e-book é para você. Ele irá ajudá-lo a dominar conceitos básicos e avançados, tornando seus estudos mais eficientes e produtivos. Além disso, você terá acesso a uma vasta coleção de fórmulas e exemplos para ajudá-lo a consolidar seu conhecimento.

Não perca mais tempo lutando com a matemática. Adquira agora o e-book "Desvendando a Matemática" e comece a desvendar seu verdadeiro potencial. Com este e-book em mãos, você estará pronto para encarar qualquer desafio matemático que venha pela frente.

Não perca esta oportunidade única de transformar sua paixão por matemática em conhecimento efetivo. Adquira agora o e-book "Desvendando a Matemática".

ADQUIRA OS SEUS E-BOOKS