

PFC E ARRANJOS

1. Princípio fundamental da contagem

- O **Princípio Fundamental da Contagem** (PFC) é dividido em dois outros princípios: o **Princípio Multiplicativo** (regra do E) e o **Princípio Aditivo** (regra do OU).
- **Princípio Multiplicativo:** Se um experimento ocorre em mais de uma etapa, o total de possibilidades do experimento é o produto das possibilidades em cada etapa.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

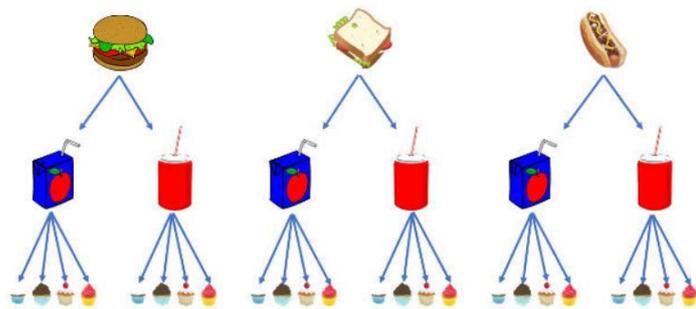
Uma lanchonete vende uma promoção de lanche a um preço único. No lanche, estão incluídos um sanduíche, uma bebida e uma sobremesa. São oferecidas três opções de sanduíches: hambúrguer especial, sanduíche vegetariano e cachorro-quente completo. Como opção de bebida pode-se escolher 2 tipos: suco de maçã ou guaraná. Para a sobremesa, existem quatro opções: cupcake de cereja, cupcake de chocolate, cupcake de morango e cupcake de baunilha. Considerando todas as opções oferecidas, de quantas maneiras um cliente pode escolher o seu lanche?

Resolução:

Primeiramente observamos que existem três etapas: a escolha do sanduíche (3 possibilidades), a escolha da bebida (2 possibilidades) e a escolha da sobremesa (4 possibilidades). Assim, pelo princípio multiplicativo, teremos:

$$3 \cdot 2 \cdot 4 = 24 \text{ formas diferentes de escolher o lanche.}$$

A grande vantagem do princípio multiplicativo é que conseguimos determinar a quantidade de formas diferentes de um experimento ocorrer, sem a necessidade de enumerar todas essas possibilidades. As 24 possibilidades diferentes de lanche estão ilustradas na figura a seguir, conhecida como **árvore de possibilidades**.



EXERCÍCIOS DE AULA

- 01)(UEG 2016) Uma montadora de carros oferece a seus clientes as seguintes opções na montagem de um carro: 2 tipos de motores (1.8 ou 2.0), 2 tipos de câmbios (manual ou automático), 6 cores (branco, preto, vermelho, azul, cinza ou prata) e 3 tipos de acabamento (simples, intermediário ou sofisticado). De quantas maneiras distintas pode-se montar esse carro?

a) 4 b) 13 c) 24 d) 36 e) 72

- 02) (IFPE 2014) Para ir da cidade A para a cidade D, Álvaro obrigatoriamente passa pelas cidades B e C, nessa ordem. Sabendo que existem cinco estradas diferentes de A para B, quatro estradas diferentes de B para C e três estradas diferentes de C para D, quantos trajetos diferentes existem de A para D?

a) 12 b) 15 c) 30 d) 60 e) 120

- 03) A senha de acesso ao internet banking de uma instituição financeira é composta por 6 dígitos que são algarismos escolhidos entre os números de 0 a 9. Uma pessoa deve escolher esses algarismos para criar a sua senha. Quantas senhas distintas podem ser criadas

- a) se houver a possibilidade de repetição dos algarismos escolhidos?
- b) se não for permitida a repetição dos algarismos escolhidos?
- c) se os algarismos adjacentes devem ser necessariamente diferentes?

2. Princípio da preferência

- Em um experimento, damos preferência de escolha às etapas que possuem alguma *restrição*.

EXERCÍCIO DE AULA

- 04) Uma pessoa dispõe de 8 canetinhas hidrográficas nas cores azul, amarelo, vermelho, verde, rosa, roxo, laranja e marrom. Ela deseja pintar os estados da região Sudeste do Brasil (um de cada cor) sem que haja repetição das cores escolhidas. Além disso, deseja pintar o Estado de São Paulo com as cores azul ou verde e o Estado do Rio de Janeiro com as cores vermelho, roxo ou marrom.



De quantas formas diferentes essa pessoa pode realizar essa tarefa?

- a) 1680.
- b) 384.
- c) 336.
- d) 180.
- e) 36.

3. Princípio aditivo

- Se um experimento pode ocorrer de mais de uma forma, o total de possibilidades do experimento é a soma das possibilidades em cada uma das formas.

EXERCÍCIOS DE AULA

- 05) Uma estudante de Direito pretende adquirir livros para estudar três disciplinas: Direito Constitucional, Direito Tributário e Direito Internacional. Ao acessar o site de uma livraria encontrou 5 livros de autores diferentes para a disciplina Direito Constitucional, 7 livros para Direito Tributário e 4 livros para Direito Internacional.

Como a quantia que havia reservado para a compra dos livros não era suficiente para livros das três disciplinas, decidiu que iria comprar apenas dois livros, de disciplinas diferentes, deixando a aquisição do livro da terceira disciplina para uma outra ocasião.

A quantidade de maneiras diferentes que essa estudante tem para efetuar essa compra é

- a) 140. b) 105. c) 84. d) 83. e) 60.

- 06) Para uma cerimônia em comemoração ao dia 12 de outubro, serão escolhidas duas crianças do 6º ano do ensino fundamental de certa escola.

Deseja-se que seja escolhida uma criança do 6º ano A e outra do 6º ano B e também que as crianças não sejam do mesmo sexo. A tabela a seguir mostra a quantidade de crianças em cada uma das turmas.

Crianças	Turmas	
	6º ano A	6º ano B
Feminino	25	12
Masculino	15	18

A quantidade de formas diferentes que pode ser feita a escolhas dessas crianças é

- a) 1200. b) 630. c) 570. d) 450. e) 180.

4. Princípio das gavetas

- Se n objetos devem ser colocados em p gavetas, com $n > p$, então obrigatoriamente *haverá alguma gaveta com mais de um objeto*.

EXERCÍCIO DE AULA

- 07) (ESPM 2017) Em uma classe há 25 alunos. Podemos afirmar, com certeza, que:

- a) Algum aluno faz aniversário em janeiro.
 b) Em algum mês haverá 4 aniversários.
 c) Pelo menos 3 alunos fazem aniversário no mesmo mês.
 d) Pelo menos 2 alunos aniversariam em dezembro.
 e) No máximo 4 alunos fazem aniversário em um mesmo mês.

5. Princípio da inclusão-exclusão

- Em certas situações é muito fácil e rápido encontrar a quantidade de possibilidades que não estão incluídas pela restrição. Assim, calculamos o total de possibilidades sem levar em consideração essa restrição e excluimos dessas, as possibilidades em que a restrição não é cumprida.

EXERCÍCIO DE AULA

- 08) Uma pessoa esqueceu a senha para o acesso a um site de uma empresa de compras virtuais e solicitou a sua alteração. Acessando o e-mail que recebeu para redefinir a senha, se deparou com o seguinte quadro:

Alteração de senha:

Nova senha:

1

Confirmar nova senha:

2

Para sua segurança, a sua nova senha deverá possuir de 6 a 10 caracteres, dos quais:

- Ao menos 1 letra minúscula (a..z)
- Ao menos 1 letra maiúscula (A..Z)

Essa pessoa irá redefinir a senha usando 6 letras escolhidas dentre as 26 letras do alfabeto. De quantas formas distintas essa pessoa pode escolher essa senha de modo a respeitar as condições impostas?

- a) 26^6
 b) 52^6
 c) $26^2 \cdot 52^4$
 d) $52^6 - 26^6$
 e) $52^6 - 2 \cdot 26^6$

6. Arranjos simples

- Um problema é dito de arranjo simples quando forem satisfeitas as três condições a seguir:
- Todas as escolhas são feitas de um mesmo grupo;
 - Não há escolhas repetidas;
 - A ordem em que as escolhas são feitas é importante para o resultado.
- A fórmula a seguir pode ser utilizada para o cálculo das possibilidades distintas para um problema que possua essas três condições, entretanto, pode-se também utilizar o princípio fundamental da contagem sem haver a necessidade do conhecimento dessa fórmula.

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$



- A notação $A_{n,p}$ significa a quantidade de formas de se escolher p elementos dentre n disponíveis com as três condições citadas anteriormente.
- A simbologia $n!$ (lemos n fatorial) representa a multiplicação do número natural n por todos os seus antecessores positivos. Assim:

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \dots \cdot 1$$

Exs: $1! = 1$ $4! = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 24$
 $2! = 2 \cdot 1 = 2$ $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$
 $3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ $6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$

OBSERVAÇÃO

Por convenção, $0! = 1$, sendo a única possibilidade que foge à regra geral.

EXERCÍCIO DE AULA

09) Para aproveitar um feriadão, três amigos decidiram fazer uma viagem de ônibus de Aracaju para Salvador. Como deixaram para comprar as passagens em cima da hora, há apenas um horário disponível e uma única companhia viária e, dos 45 assentos que o ônibus possui, somente dez não foram vendidos.

Esses três amigos foram ao guichê da companhia e cada um irá escolher o número da sua poltrona no ônibus.

O total de formas distintas que há para eles fazerem essas escolhas é

- a) $A_{45,3}$ b) $A_{45,10}$
c) $A_{10,3}$ d) $C_{45,3}$
e) $C_{10,3}$

OBSERVAÇÃO

- Em algumas situações pode ser permitida a repetição das escolhas e, nesse caso, teremos um problema de **arranjo com repetição**.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

As placas de automóveis de um certo país são compostas de três letras seguidas de quatro algarismos. Quantas placas podem ser formadas utilizando como letras apenas as vogais?

Resolução:

Como podemos usar somente as vogais (A, E, I, O, U) e podemos repeti-las, teremos possibilidades para cada letra. Já para os algarismos teremos 10 possibilidades para cada um. Assim, haverá $5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1\ 250\ 000$ placas distintas que podem ser formadas.

OBSERVAÇÃO

- É bastante comum que se deseje que um elemento específico obrigatoriamente esteja entre os escolhidos, nesse caso, primeiramente escolhemos a posição desse elemento obrigatório e, em seguida, os demais elementos que completarão as escolhas.

EXERCÍCIO DE AULA

10) Suponha que na disputa da final da prova de natação dos 100 metros livres em uma Olimpíada, apenas um representante do Brasil faça parte do grupo dos oito atletas participantes. Considerando que todos esses atletas têm possibilidade de vencer, as possíveis classificações para os três primeiros de modo que o brasileiro esteja entre eles é

- a) 336 b) 243 c) 126 d) 84 e) 42

EXERCÍCIO PROPOSTOS

01) (UECE 2017) Quantos números inteiros positivos pares, com três dígitos distintos, podemos formar com os algarismos 3, 4, 5, 6 e 7?

- a) 24. b) 28. c) 32. d) 36. e) 44.

02) (FGV) Usando as letras do conjunto $\{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$, quantas senhas de 4 letras podem ser formadas de modo que duas letras adjacentes, isto é, vizinhas, sejam necessariamente diferentes?

- a) 7 290 b) 5 040 c) 10 000 d) 6 840 e) 11 220

03) (UCS-RS) Em uma prova as seis primeiras questões eram do tipo C/E em que o candidato devia optar entre certo ou errado para sua resposta. Nas outras quatro questões, o candidato devia escolher, entre três alternativas, a verdadeira. Quantas sequências de respostas são possíveis na resolução da prova?

- a) $(6 \cdot 2)^2$ b) $(6 \cdot 2) + (4 \cdot 3)$ c) $6^2 \cdot 4^3$
d) 10^{2+3} e) $2^6 \cdot 3^4$

04) (UFJF 2017) Para concorrer à eleição a diretor e a vice-diretor de uma escola, há 8 candidatos. O mais votado assumirá o cargo de diretor e o segundo mais votado, o de vice-diretor. Quantas são as possibilidades de ocupação dos cargos de diretor e vice-diretor dessa escola?

- a) 15 b) 27 c) 34 d) 56 e) 65

05) (IFPE 2017) Um *pixel* é o menor elemento de uma imagem digital e, em casos de imagens coloridas, é composto por um conjunto de 3 pontos: vermelho, verde e azul. Cada um desses pontos é capaz de exibir 256 tonalidades distintas. Combinando tonalidades desses três pontos, quantas cores diferentes podem ser exibidas?

- a) 3^{256} b) $3 \cdot 256$ c) 256^3 d) 256 e) $27 \cdot 256$

06) (UEG 2016) Um aluno terá que escrever a palavra PAZ utilizando sua caneta de quatro cores distintas, de tal forma que nenhuma letra dessa palavra tenha a mesma cor. O número de maneiras que esse aluno pode escrever essa palavra é:

- a) 64 b) 24 c) 12 d) 4

07) Qual a quantidade mínima de cartas que devem ser retiradas ao acaso de um baralho com 52 cartas (13 de cada naipe), para garantir que ao menos duas delas são de um mesmo naipe?

- a) 14 b) 13 c) 5 d) 4 e) 2

08) (UNICAMP 2013 – Modificada) Para acomodar a crescente quantidade de veículos, estuda-se mudar as placas, atualmente com três letras e quatro algarismos numéricos, para quatro letras e três algarismos numéricos, como está ilustrado abaixo.



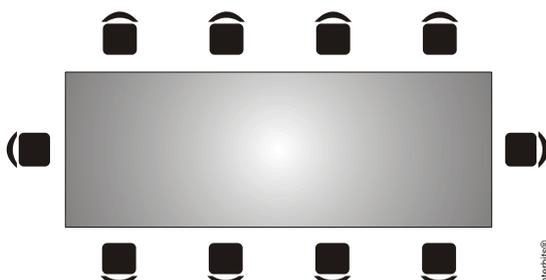
Considere o alfabeto com 26 letras e os algarismos de 0 a 9. O novo número máximo possível de placas em relação à máxima quantidade antiga será

- a) inferior ao dobro.
b) superior ao dobro e inferior ao triplo.
c) superior ao triplo e inferior ao quádruplo.
d) superior ao quádruplo e inferior ao quádruplo.
e) superior ao quádruplo.

09) O professor Euclides foi dar uma palestra em um auditório com capacidade para 140 pessoas sentadas. No término da sua apresentação observou quantos lugares estavam vazios e fez uma aposta com os participantes que pelo menos cinco participantes da palestra fariam aniversário no mesmo dia do mês. Qual é o número máximo de lugares vazios no auditório para garantir que Euclides ganhe a aposta?

- a) 15
b) 17
c) 20
d) 21
e) 25

10) (PUC-SP 2011) Na sala de reuniões de certa empresa há uma mesa retangular com 10 poltronas dispostas da forma como é mostrado na figura abaixo.



Certo dia, sete pessoas foram convocadas para participar de uma reunião a ser realizada nessa sala: o presidente, o vice-presidente, um secretário e quatro membros da diretoria. Sabe-se que: o presidente e o vice-presidente deverão ocupar exclusivamente as poltronas das cabeceiras da mesa; o secretário deverá ocupar uma poltrona ao lado do presidente. Considerando que tais poltronas são fixas no piso da sala, de quantos modos as sete pessoas podem nelas se acomodar para participar de tal reunião?

- a) 3.360 b) 2.480 c) 1.680 d) 1.240 e) 840

11) (UPE 2016) Um palíndromo ou capicua é um número, que se lê da mesma maneira nos dois sentidos, ou seja, da esquerda para a direita ou ao contrário, como 333, 1661 e 28482.

Assinale a alternativa correspondente à quantidade de palíndromos que são números pares de cinco algarismos do nosso sistema de numeração.

- a) 300 b) 400 c) 500 d) 600 e) 800

12) (UECE 2014) Paulo possui 709 livros e identificou cada um destes livros com um código formado por três letras do nosso alfabeto, seguindo a "ordem alfabética" assim definida: AAA, AAB,..., AAZ, ABA, ABB,..., ABZ, ACA,... Então, o primeiro livro foi identificado com AAA, o segundo com AAB,... Nestas condições, considerando o alfabeto com 26 letras, o código associado ao último livro foi

- a) BAG. b) BAU. c) BBC. d) BBG. e) BBZ

13) (INSPER 2014) Desde o dia da partida inaugural até o dia da final de um torneio de futebol, terão sido transcorridos 32 dias. Considerando que serão disputados, ao todo, 64 jogos nesse torneio, pode-se concluir que, necessariamente,

- a) ocorrerão duas partidas por dia no período de disputa do torneio.
b) haverá um único jogo no dia em que for disputada a final.
c) o número médio de jogos disputados por equipe será, no máximo, 2.
d) ocorrerá pelo menos um dia sem jogos no período de disputa do torneio.
e) haverá duas partidas do torneio que ocorrerão no mesmo dia.

14) (PUC-SP 2018 – Adaptada) A secretária de um médico precisa agendar quatro pacientes, A, B, C e D, para um mesmo dia. Os pacientes C e D não podem ser agendados no período da manhã e o paciente B não pode ser agendado no período da tarde.

Sabendo que para esse dia estão disponíveis 3 horários no período da manhã e 4 no período da tarde, o número de maneiras distintas de a secretária agendar esses pacientes é

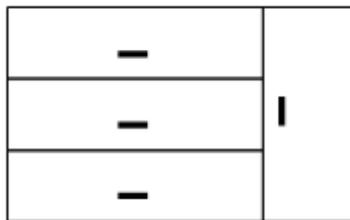
- a) 72. b) 126. c) 138. d) 144. e) 160.

15) (UPF 2014) Alice não se recorda da senha que definiu no computador. Sabe apenas que é constituída por quatro letras seguidas, com pelo menos uma consoante.

Se considerarmos o alfabeto como constituído por 23 letras, bem como que não há diferença para o uso de maiúsculas e minúsculas, quantos códigos dessa forma é possível compor?

- a) 23^4
- b) $23^3 \cdot 18$
- c) $23^3 \cdot 72$
- d) $23^4 - 5^4$
- e) $18^4 + 5^4$

16) Chiquinho vai construir, a pedido de Fábio, o armário representado na figura abaixo, que é constituído de três gavetas e uma porta lateral. Chiquinho dispõe de fórmica de cinco cores diferentes, e Fábio deseja que divisões adjacentes sejam de cores diferentes. O número de modos que o armário pode ser construído é



- a) 100.
- b) 120.
- c) 180.
- d) 240.
- e) 625.

17) (UFJF 2012) Uma empresa escolherá um chefe para cada uma de suas repartições A e B. Cada chefe deve ser escolhido entre os funcionários das respectivas repartições e não devem ser ambos do mesmo sexo.

A seguir é apresentado o quadro de funcionários das repartições A e B.

FUNCIONÁRIOS	REPARTIÇÕES	
	A	B
Mulheres	4	7
Homens	6	3

De quantas maneiras é possível ocupar esses dois cargos?

- a) 12.
- b) 24.
- c) 42.
- d) 54.
- e) 72.

18) O mapa a seguir representa cinco municípios vizinhos de um estado brasileiro.



Uma pessoa deseja colorir esse mapa com apenas quatro cores (azul, amarelo, verde e violeta) com a condição de que os municípios vizinhos não tenham a mesma cor. Essa pessoa pode colorir esse mapa de

- a) 12 maneiras.
- b) 48 maneiras.
- c) 144 maneiras.
- d) 256 maneiras.
- e) 1024 maneiras.

19) (FUVEST 2010 – Modificada) Maria deve criar uma senha de 4 dígitos para sua conta bancária. Nessa senha, somente os algarismos 1,2,3,4,5 podem ser usados e um mesmo algarismo pode aparecer mais de uma vez. Contudo, supersticiosa, Maria não quer que sua senha comece com o número 13, isto é, o algarismo 1 seguido imediatamente pelo algarismo 3. De quantas maneiras distintas Maria pode escolher sua senha?

- a) 550
- b) 575
- c) 600
- d) 625
- e) 650

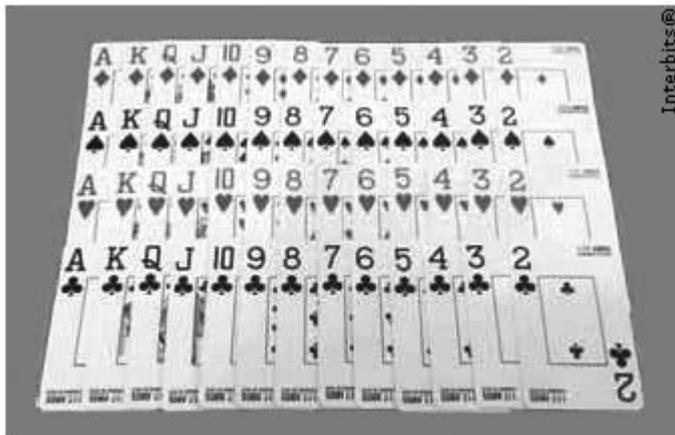
20) (FAMEMA 2017) Uma pessoa dispõe de 5 blocos de papel colorido nas cores azul, amarelo, verde, branco e rosa, sendo cada um deles de uma única cor, e irá utilizar 3 folhas para anotações. O número total de maneiras possíveis de essa pessoa escolher essas 3 folhas, sendo pelo menos 2 delas de uma mesma cor, é

- a) 22.
- b) 12.
- c) 15.
- d) 18.
- e) 25.

21) (ESPM 2017) As placas de automóveis no Brasil são formadas por 3 letras do alfabeto completo (26 letras), seguidas por 4 algarismos do sistema decimal de numeração. A quantidade de placas em que as 3 letras e os 4 algarismos são consecutivos (por exemplo: ABC 0123, MNP 4567) é igual a:

- a) 168
- b) 216
- c) 184
- d) 156
- e) 244

22) (UERJ 2013) Na ilustração abaixo, as 52 cartas de um baralho estão agrupadas em linhas com 13 cartas de mesmo naipe e colunas com 4 cartas de mesmo valor.



Denomina-se quadra a reunião de quatro cartas de mesmo valor. Observe, em um conjunto de cinco cartas, um exemplo de quadra:



O número total de conjuntos distintos de cinco cartas desse baralho que contêm uma quadra é igual a:

- a) 624
- b) 676
- c) 715
- d) 720
- e) 750

23) (UERJ – Modificado) Com o objetivo de melhorar o tráfego de veículos, a prefeitura de uma grande cidade propôs a construção de quatro terminais de ônibus. Para estabelecer conexão entre os terminais, foram estipuladas as seguintes quantidades de linhas de ônibus:

- do terminal A para o B, 4 linhas distintas;
- do terminal B para o C, 3 linhas distintas;
- do terminal A para o D, 5 linhas distintas;
- do terminal D para o C, 2 linhas distintas.

Não há linhas diretas entre os terminais A e C.

Supondo que um passageiro utilize exatamente duas linhas de ônibus para ir do terminal A para o terminal C, calcule a quantidade possível de trajetos distintos que ele poderá fazer.

- a) 18
- b) 20
- c) 22
- d) 60
- e) 120

24) (UEG 2017 – Modificada) Uma comissão será composta pelo presidente, tesoureiro e secretário. Cinco candidatos se inscrevem para essa comissão, na qual o mais votado será o presidente, o segundo mais votado, o tesoureiro e o terceiro mais votado, o secretário.

Dessa forma, de quantas maneiras possíveis essa comissão poderá ser formada?

- a) 120
- b) 60
- c) 40
- d) 20
- e) 10

25) José e a família, que moram em Brasília, pretendem viajar nas férias de janeiro para Buenos Aires. Consultando um agente de viagem, José recebeu a informação que só há voos para Buenos Aires com conexão em São Paulo, Rio ou Curitiba e obteve a seguinte malha de voos para a data solicitada:

De	Para	Companhias aéreas
Brasília	São Paulo	A, B, C, D
Brasília	Rio	A, B, C, D
Brasília	Curitiba	A, B
São Paulo	Buenos Aires	A, B, C, D, E
Rio	Buenos Aires	B, C, E
Curitiba	Buenos Aires	A, B, C, F

De quantas maneiras diferentes ele poderá escolher o voo de ida, podendo usar companhias aéreas diferentes?

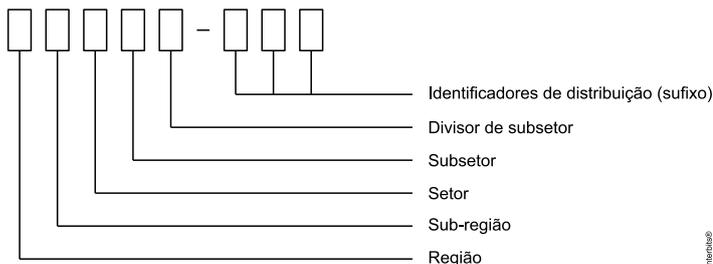
- a) 24
- b) 36
- c) 40
- d) 42
- e) 64

26) (PUC-SP 2015 – Modificada) No vestiário de uma Academia de Ginástica há exatamente 30 armários, cada qual para uso individual. Se, no instante em que dois alunos dessa Academia entram no vestiário para mudar suas roupas, apenas 8 dos armários estão desocupados, quantas opções eles terão para escolher seus respectivos armários?

- a) $A_{30,8}$
- b) $A_{30,3}$
- c) $A_{30,2}$
- d) $A_{8,3}$
- e) $A_{8,2}$

EXERCÍCIO ENEM

01) (ENEM (Libras) 2017) O Código de Endereçamento Postal (CEP) código numérico constituído por oito algarismos. Seu objetivo é orientar e acelerar o encaminhamento, o tratamento e a distribuição de objetos postados nos Correios. Ele está estruturado segundo o sistema métrico decimal, sendo que cada um dos algarismos que o compõe codifica região, sub-região, setor, subsetor, divisor de subsetor e identificadores de distribuição conforme apresenta a ilustração.



O Brasil encontra-se dividido em dez regiões postais para fins de codificação. Cada região foi dividida em dez sub-regiões. Cada uma dessas, por sua vez, foi dividida em dez setores. Cada setor, dividido em dez subsetores. Por fim, cada subsetor foi dividido em dez divisores de subsetor. Além disso, sabe-se que os três últimos algarismos após o hífen são denominados de sufixos e destinam-se à identificação individual de localidades, logradouros, códigos especiais e unidades dos Correios.

A faixa de sufixos utilizada para codificação dos logradouros brasileiros inicia em 000 e termina em 899.

Disponível em: www.correios.com.br Acesso em: 22 ago. 2017 (adaptado).

Quantos CEPs podem ser formados para a codificação de logradouros no Brasil?

- a) $5 \cdot 0 + 9 \cdot 10^2$ b) $10^5 + 9 \cdot 10^2$ c) $2 \cdot 9 \cdot 10^7$
d) $9 \cdot 10^2$ e) $9 \cdot 10^7$

02) (ENEM PPL 2017) Desde 1999 houve uma significativa mudança nas placas dos carros particulares em todo o Brasil. As placas, que antes eram formadas apenas por seis caracteres alfanuméricos, foram acrescidas de uma letra, passando a ser formadas por sete caracteres, sendo que os três primeiros caracteres devem ser letras (dentre as 26 letras do alfabeto) e os quatro últimos devem ser algarismos (de 0 a 9). Essa mudança possibilitou a criação de um cadastro nacional unificado de todos os veículos licenciados e ainda aumentou significativamente a quantidade de combinações possíveis de placas. Não são utilizadas placas em que todos os algarismos sejam iguais a zero.

Disponível em: <http://g1.globo.com>. Acesso em: 14 jan. 2012 (adaptado).

Nessas condições, a quantidade de placas que podem ser utilizadas é igual a

- a) $26^3 + 9^4$
b) $26^3 \times 9^4$
c) $26^3(10^4 - 1)$
d) $(26^3 + 10^4) - 1$
e) $(26^3 \times 10^4) - 1$

03) (ENEM 2017) Uma empresa construirá sua página na internet e espera atrair um público de aproximadamente um milhão de clientes. Para acessar essa página, será necessária uma senha com formato a ser definido pela empresa. Existem cinco opções de formato oferecidas pelo programador, descritas no quadro, em que "L" e "D" representam, respectivamente, letra maiúscula e dígito.

Opção	Formato
I	LDDDDD
II	DDDDDD
III	LLDDDD
IV	DDDDD
V	LLLDD

As letras do alfabeto, entre as 26 possíveis, bem como os dígitos, entre os 10 possíveis, podem se repetir em qualquer das opções.

A empresa quer escolher uma opção de formato cujo número de senhas distintas possíveis seja superior ao número esperado de clientes, mas que esse número não seja superior ao dobro do número esperado de clientes.

A opção que mais se adequa às condições da empresa é

- a) I. b) II. c) III. d) IV. e) V.

04) (ENEM 2017) O comitê organizador da Copa do Mundo 2014 criou a logomarca da Copa, composta de uma figura plana e o slogan "Juntos num só ritmo", com mãos que se unem formando a taça Fifa. Considere que o comitê organizador resolvesse utilizar todas as cores da bandeira nacional (verde, amarelo, azul e branco) para colorir a logomarca, de forma que regiões vizinhas tenham cores diferentes.



JUNTOS NUM SÓ RITMO

Disponível em: www.pt.fifa.com.
Acesso em: 19 nov. 2013 (adaptado).

De quantas maneiras diferentes o comitê organizador da Copa poderia pintar a logomarca com as cores citadas?

- a) 15
b) 30
c) 108
d) 360
e) 972

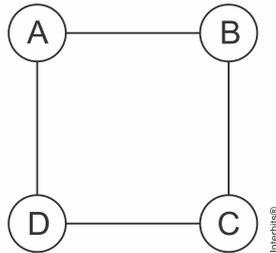


05)(ENEM PPL 2016) Computadores utilizam, por padrão, dados em formato binário, em que cada dígito, denominado de *bit*, pode assumir dois valores (0 ou 1). Para representação de caracteres e outras informações, é necessário fazer uso de uma sequência de *bits*, o *byte*. No passado, um *byte* era composto de 6 *bits* em alguns computadores, mas atualmente tem-se a padronização que o *byte* é um octeto, ou seja, uma sequência de 8 *bits*. Esse padrão permite representar apenas 2^8 informações distintas.

Se um novo padrão for proposto, de modo que um *byte* seja capaz de representar pelo menos 2.560 informações distintas, o número de bits em um byte deve passar de 8 para

- a) 10. b) 12. c) 13. d) 18. e) 20.

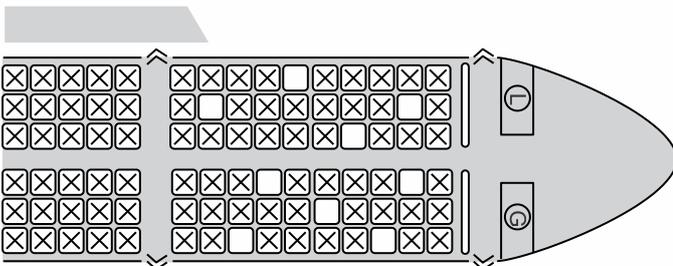
06)(ENEM 2016 2ª aplicação) Para estimular o raciocínio de sua filha, um pai fez o seguinte desenho e o entregou à criança juntamente com três lápis de cores diferentes. Ele deseja que a menina pinte somente os círculos, de modo que aqueles que estejam ligados por um segmento tenham cores diferentes.



De quantas maneiras diferentes a criança pode fazer o que o pai pediu?

- a) 6 b) 12 c) 18 d) 24 e) 72

07) (ENEM 2015) Uma família composta por sete pessoas adultas, após decidir o itinerário de sua viagem, consultou o *site* de uma empresa aérea e constatou que o voo para a data escolhida estava quase lotado. Na figura, disponibilizada pelo *site* as poltronas ocupadas estão marcadas com X e as únicas poltronas disponíveis são as mostradas em branco.

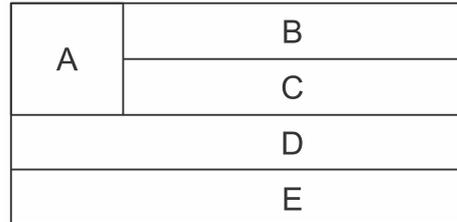


Disponível em: www.gebh.net. Acesso em: 30 out. 2013 (adaptado).

O número de formas distintas de se acomodar a família nesse voo é calculado por

- a) $\frac{9!}{2!}$ b) $\frac{9!}{7! \times 2!}$ c) $7!$
 d) $\frac{5!}{2!} \times 4!$ e) $\frac{5!}{4!} \times \frac{4!}{3!}$

08) (ENEM PPL 2015) A bandeira de um estado é formada por cinco faixas, A, B, C, D e E, dispostas conforme a figura.



Deseja-se pintar cada faixa com uma das cores verde, azul ou amarelo, de tal forma que faixas adjacentes não sejam pintadas com a mesma cor.

O cálculo do número de possibilidades distintas de se pintar essa bandeira, com a exigência acima, é

- a) $1 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2.$
 b) $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 2.$
 c) $3 \times 2 \times 1 \times 1 \times 3.$
 d) $3 \times 2 \times 1 \times 2 \times 2.$
 e) $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2.$

09) (ENEM 2014) Um cliente de uma videolocadora tem o hábito de alugar dois filmes por vez. Quando os devolve, sempre pega outros dois filmes e assim sucessivamente. Ele soube que a videolocadora recebeu alguns lançamentos, sendo 8 filmes de ação, 5 de comédia e 3 de drama e, por isso, estabeleceu uma estratégia para ver todos esses 16 lançamentos. Inicialmente alugará, em cada vez, um filme de ação e um de comédia. Quando se esgotarem as possibilidades de comédia, o cliente alugará um filme de ação e um de drama, até que todos os lançamentos sejam vistos e sem que nenhum filme seja repetido.

De quantas formas distintas a estratégia desse cliente poderá ser posta em prática?

- a) $20 \times 8! + (3!)^2$
 b) $8! \times 5! \times 3!$
 c) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^8}$
 d) $\frac{8! \times 5! \times 3!}{2^2}$
 e) $\frac{16!}{2^8}$

10) (ENEM PPL 2014) Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Decidiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas.

Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por

a) 100. b) 90. c) 80. d) 25. e) 20.

11) (ENEM 2013) Um banco solicitou aos seus clientes a criação de uma senha pessoal de seis dígitos, formada somente por algarismos de 0 a 9, para acesso à conta-corrente pela internet. Entretanto, um especialista em sistemas de segurança eletrônica recomendou à direção do banco recadastrar seus usuários, solicitando, para cada um deles, a criação de uma nova senha com seis dígitos, permitindo agora o uso das 26 letras do alfabeto, além dos algarismos de 0 a 9. Nesse novo sistema, cada letra maiúscula era considerada distinta de sua versão minúscula. Além disso, era proibido o uso de outros tipos de caracteres. Uma forma de avaliar uma alteração no sistema de senhas é a verificação do coeficiente de melhora, que é a razão do novo número de possibilidades de senhas em relação ao antigo.

O coeficiente de melhora da alteração recomendada é

a) $\frac{62^6}{10^6}$ b) $\frac{62!}{10!}$ c) $\frac{62! \cdot 4!}{10! \cdot 56!}$
 d) $62! - 10!$ e) $62^6 - 10^6$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01) A	02) A	03) E
04) D	05) C	06) B
07) C	08) B	09) A
10) A	11) B	12) D
13) E	14) D	15) D
16) C	17) D	18) C
19) C	20) E	21) A
22) A	23) C	24) B
25) C	26) E	

EXERCÍCIOS ENEM

01) E	02) C	03) E
04) E	05) B	06) C
07) A	08) B	09) B
10) A	11) A	

LINKS PARA AS VÍDEO AULAS

<https://bitly.com/bejuD>

