

## PERMUTAÇÕES

- Um problema é dito de **permutação** quando os elementos escolhidos forem sempre os mesmos e somente a ordem das escolhas puder ser alterada.

### 1. Permutação simples

- Caso um problema de permutação tenha todos os seus elementos distintos, dizemos que se trata de uma **permutação simples**. Um dos problemas de permutação mais “famosos” são os problemas de **anagramas**.

- Um **anagrama** é uma palavra obtida ao embaralhar as letras de uma outra palavra. Por exemplo, vamos supor a palavra **PORTA**.

- A partir das letras da palavra **PORTA** podemos criar várias outras palavras com significado. A seguir temos alguns exemplos:

PARTO	TROPA	OPTAR
PRATO	TRAPO	TOPAR
	RAPTO	

- Também é possível criar “palavras” sem significado conforme os exemplos a seguir:

PATOR	APTOR	ARTOP
RATOP	AORTP	TOAPR
TRPOA	OPART	ORPTA

- De um modo geral, é possível criar  $5.4.3.2.1 = 120$  anagramas (com ou sem significado) com as letras da palavra **PORTA**.

- Assim, se uma palavra possui  $n$  letras (todas distintas), é possível formar  $n!$  anagramas e, de um modo ainda mais geral, existem  $n!$  maneiras de modificar a ordem de  $n$  elementos (todos distintos). Assim, a permutação simples de  $n$  elementos ( $P_n$ ) é dada por:

$$P_n = n!$$

### EXERCÍCIO RESOLVIDO

Quantos anagramas possui a palavra **PERNAMBUCO**?

#### Resolução:

A palavra **PERNAMBUCO** possui 10 letras, todas distintas, logo teremos  $10! = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 3\ 628\ 800$  maneiras de mudar a ordem dessas letras.

### EXERCÍCIOS DE AULA

- 01) Nas noites de segunda a sexta, um estudante deseja revisar os conteúdos de cinco disciplinas para o simulado que fará no sábado pela manhã. Ele irá revisar apenas uma disciplina a cada noite.

De quantas maneiras distintas esse estudante pode escolher qual disciplina irá revisar em cada dia da semana?

- a) 720.  
b) 120.  
c) 60.  
d) 24.  
e) 6.

- 02) Oito amigos foram ao cinema e irão se sentar em oito cadeiras vazias situadas lado a lado em uma mesma fileira da sala. Entre os oito amigos há um casal de namorados que deseja se sentar lado a lado.

Quantas maneiras distintas existem desses amigos ocuparem essas oito cadeiras?

- a) 8!    b)  $7! \times 6$     c)  $7! \times 2$     d) 7!    e)  $6! \times 4$

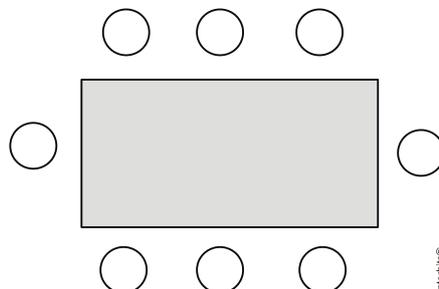
- 03) Uma pessoa pretende fazer uma viagem de carro de Aracaju para Maceió. Ele escolheu 20 músicas distintas e fez o *download* pelo seu aplicativo de *streaming*, já que o sinal de internet na estrada é ruim ou inexistente.

Entre as músicas escolhidas, 4 são do gênero sertanejo, 5 são de pagode, 3 são de *funk*, 4 são de *rock* e 4 são de MPB. Essa pessoa deseja ainda escolher a sequência que essas músicas irão tocar e decidiu que as músicas de um mesmo gênero toquem uma após a outra.

O número de maneiras distintas que essa pessoa possui para escolher essa sequência é igual a

- a) 20!.  
b)  $(5!)^2 \cdot (4!)^3 \cdot (3!)$ .  
c)  $(5!) \cdot (4!)^3 \cdot (3!)$ .  
d)  $5! \cdot 4! \cdot 3!$ .  
e) 5!.

- 04) (UPE 2013) Oito amigos entraram em um restaurante para jantar e sentaram-se numa mesa retangular, com oito lugares, como mostra a figura a seguir:



Dentre todas as configurações possíveis, quantas são as possibilidades de dois desses amigos, Amaro e Danilo, ficarem sentados em frente um do outro?

- a) 1 440    b) 1 920    c) 2 016    d) 4 032    e) 5 760

05) Uma hamburgueria decidiu inovar na distribuição das senhas para os seus clientes saberem que seu pedido estava pronto. Ao invés das tradicionais senhas numéricas cada cliente recebia uma senha com as cinco letras da palavra **BACON**.

As senhas seriam distribuídas tomando como sequência todas as permutações possíveis dessas cinco letras e seguindo a ordem alfabética. Assim, a primeira senha distribuída seria **ABCNO** e a última, **ONCBA**.

A alteração da forma das senhas, apesar de inovadora, desagradou a maioria dos clientes pois estes não sabiam quantos pedidos restavam até que o seu estivesse pronto.

Um cliente recebeu a senha **CBNOA**. Caso a senha fosse a tradicional numérica começando com 001, ele teria recebido a senha

- a) 006. b) 058. c) 064. d) 072. e) 090

## 2. Permutação com elementos repetidos

- A **permutação com repetição** possui as mesmas características da permutação simples porém, entre os elementos, há alguns repetidos (iguais).
- Observe que, ao mudar a ordem dos elementos repetidos, a escolha não se altera. Nesse caso, para evitar que escolhas idênticas sejam contadas várias vezes, necessita-se dividir a quantidade obtida pelo número de formas que é possível mudar a ordem dos elementos repetidos.
- A quantidade de maneiras distintas de se permutar  $n$  elementos em que  $a, b, c, \dots$  são as quantidades de elementos repetidos é dada pela expressão:

$$P_n^{a,b,c,\dots} = \frac{n!}{a! \cdot b! \cdot c! \cdot \dots}$$

## EXERCÍCIOS RESOLVIDOS

Quantos anagramas possui a palavra **BOLO**?

**Resolução:**

A palavra BOLO possui 4 letras, sendo 2 letras iguais (**O**). Assim, terá:

$$P_4^2 = \frac{4!}{2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1} = 4 \cdot 3 = 12 \text{ anagramas}$$

Quantos anagramas possui a palavra **ARACAJU**?

**Resolução:**

A palavra ARACAJU possui 7 letras, sendo 3 letras iguais (**A**). Assim, terá:

$$P_7^3 = \frac{7!}{3!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 840 \text{ anagramas}$$

Quantos anagramas possui a palavra **BANANA**?

**Resolução:**

A palavra BANANA possui 6 letras, sendo 3 letras iguais (**A**) e duas letras iguais (**N**). Assim, terá:

$$P_6^{3,2} = \frac{6!}{3! \cdot 2!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 60 \text{ anagramas}$$

## EXERCÍCIOS DE AULA

06) Um triatleta está em fase final de preparação para uma importante competição. Para isso ele treina todos os dias de segunda à sábado, descansando apenas no domingo. Durante os seis dias da semana, em dois deles ele treina natação, em dois outros, ele treina ciclismo e nos dois demais dias, ele treina corrida.

A cada semana ele escolhe uma ordem diferente dos dias em que irá praticar cada uma das modalidades.

A quantidade total de formas distintas que esse triatleta pode escolher quais os dias que irá treinar cada uma das modalidades é igual a

- a) 720. b) 360. c) 180. d) 90. e) 45.

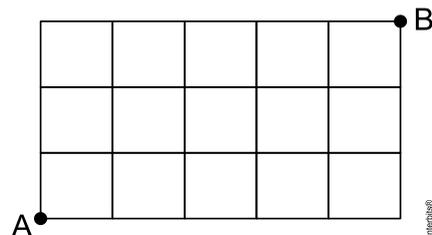
07) Uma pessoa pratica atividades físicas todos os dias de segunda a sexta. Durante três desses cinco dias ela pratica musculação e nos outros dois dias ela pratica dança.

Nos dias em que pratica musculação, ela opta por um dos 5 treinos disponíveis: bíceps, tríceps, peito, costas ou ombros. Já nos dias em que pratica dança, ela escolhe um dos 4 estilos disponíveis: zumba, walking dance, balé fitness ou frevo.

De quantas formas distintas essa pessoa pode escolher suas atividades físicas em uma semana de modo que não repita o mesmo treino de musculação, nem o mesmo estilo de dança?

- a) 20000. b) 7200. c) 2000. d) 720. e) 120.

08) (UPF 2016) Na figura a seguir, as linhas horizontais e verticais representam ruas e os quadrados representam quarteirões. A quantidade de trajetos de comprimento mínimo ligando A a B é:



- a) 40320 d) 120  
b) 6720 e) 56  
c) 256

3. Permutação circular

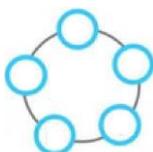
➤ A **permutação circular** é um problema de permutação em que os elementos ficam dispostos formando um círculo. Por exemplo, pessoas de mãos dadas formando uma roda, crianças sentadas em um carrossel, pedras formando um colar.

EXERCÍCIO RESOLVIDO

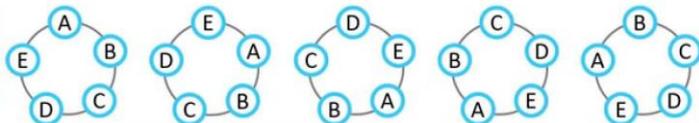
Cinco crianças (A, B, C, D e E) desejam dar as mãos de modo a formar uma roda. De quantas maneiras distintas isso pode ser feito?

Resolução:

Inicialmente vamos imaginar que existem cinco lugares formando uma roda que serão ocupados pelas cinco crianças.



Assim, teríamos **5!** maneiras de escolher a posição de cada criança. Entretanto, pelo fato de as crianças formarem um círculo, uma vez escolhidas os lugares de cada criança, qualquer “giro” da roda no sentido horário ou anti-horário, não altera a escolha. Por exemplo, as cinco escolhas a seguir são idênticas.



Dessa forma, assim como ocorreu com a permutação com repetição, necessita-se dividir a quantidade obtida (5!) pelo número de formas que é possível “girar” esses elementos (4 formas).

Assim, há  $\frac{5!}{5} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{5} = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 4!$  maneiras de formar essa roda com as cinco crianças.

➤ De um modo geral, a quantidade de maneiras distintas de se permutar ciclicamente **n** elementos é dada pela expressão:

$$PC_n = \frac{n!}{n} \rightarrow PC_n = (n-1)!$$

EXERCÍCIOS DE AULA

09) A roda gigante sempre foi o brinquedo favorito de casais nos parques de diversões. Certa roda gigante é constituída de 15 assentos duplos que serão ocupados por 15 casais.

De quantas formas distintas esses casais podem ser dispostos de modo que cada casal permaneça junto?

- a) 15!    b) 14!    c)  $15! \cdot 2^{15}$     d)  $14! \cdot 2^{15}$     e)  $\frac{15!}{2^{15}}$

10) Um grupo de 12 ativistas políticos pretendem fazer uma homenagem à Revolução Francesa. Para isso, 4 deles vestiram camisas com cor azul, outros 4 vestiram camisas com cor branca e os últimos 4 vestiram camisas com cor vermelha, em referência às cores da bandeira da França.

Em determinada parte da homenagem, os 12 ativistas irão dar as mãos formando um círculo e, para causar um impacto visual, necessitam que os ativistas que possuem camisas com a mesma cor fiquem juntos na formação.

A quantidade de maneiras que eles podem formar esse círculo é igual a

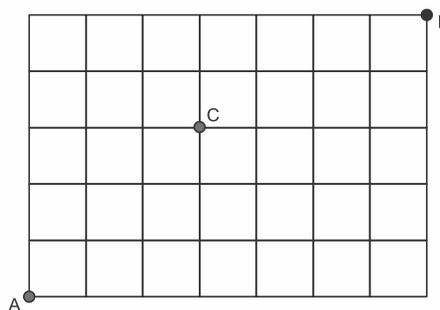
- a)  $\frac{12!}{(4!)^3}$     b) 12!    c)  $(4!)^4$     d)  $3! \cdot (4!)^3$     e)  $2! \cdot (4!)^3$

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01) (UNICAMP 2020) Cinco pessoas devem ficar em pé, uma ao lado da outra, para tirar uma fotografia, sendo que duas delas se recusam a ficar lado a lado. O número de posições distintas para as cinco pessoas serem fotografadas juntas é igual a

- a) 48.  
b) 60.  
c) 72.  
d) 96.  
e) 120.

02) (UFRGS 2020) Um aplicativo de transporte disponibiliza em sua plataforma a visualização de um mapa com ruas horizontais e verticais que permitem realizar deslocamentos partindo do ponto A e chegando ao ponto B, conforme representado na figura abaixo.



O número de menores caminhos possíveis que partem de A e chegam a B, passando por C, é

- a) 28.  
b) 35.  
c) 100.  
d) 300.  
e) 792.

**03) (UEMG 2019)** Em uma apresentação na escola, oito amigos, entre eles Carlos, Timóteo e Joana, formam uma fila.

Calcule o número de diferentes formas que esta fila de amigos pode ser formada de modo que Carlos, Timóteo e Joana fiquem sempre juntos.

a)  $6!$  b)  $8!$  c)  $5! \cdot 3!$  d)  $6! \cdot 3!$  e)  $8! \cdot 3!$

**04) (UFMS 2019)** O Sr. Asdrúbal se preocupa muito com a segurança na internet, por isso troca mensalmente a senha de seu correio eletrônico. Para não esquecer a senha, ele utiliza o ano de nascimento de seu gato e a palavra *pet* para formar sua senha, totalizando 7 caracteres. No momento de alterar a senha, ele apenas inverte a ordem da palavra e dos números. Sabendo que o gato nasceu no ano de 2009 e que as letras da palavra *pet* são mantidas juntas e nessa mesma ordem, quantas senhas distintas o Sr. Asdrúbal consegue formar?

P	E	T	2	0	0	9
---	---	---	---	---	---	---

a) 5.040. b) 720. c) 120. d) 72. e) 60.

**05) (EPCAR 2019)** No ano de 2017, 22 alunos da EPCAR foram premiados na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP).

Desses alunos, 14 ganharam medalhas, sendo 3 alunos do 3º esquadrão, 9 do 2º esquadrão e 2 do 1º esquadrão. Os demais receberam menção honrosa, sendo 2 alunos do 3º esquadrão, 4 do 2º esquadrão e 2 do 1º esquadrão.

Para homenagear os alunos premiados, fez-se uma fotografia para ser publicada pela Nascentv em uma rede social.

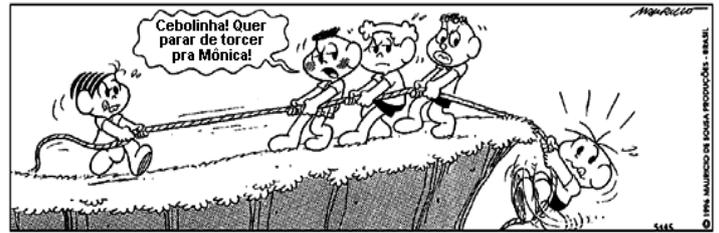
Admitindo-se que, na fotografia, os alunos que receberam menção honrosa ficaram agachados, sempre numa única ordem, sem alteração de posição entre eles, à frente de uma fila na qual se posicionaram os alunos medalhistas, de modo que, nesta fila:

- as duas extremidades foram ocupadas somente por alunos do 2º esquadrão que receberam medalha;
- os alunos do 1º esquadrão, que receberam medalha, ficaram um ao lado do outro; e
- os alunos do 3º esquadrão, que receberam medalha, ficaram, também, um ao lado do outro.

Marque a alternativa que contém o número de fotografias distintas possíveis que poderiam ter sido feitas.

a)  $(24) \cdot 9!$   
 b)  $(72) \cdot 9!$   
 c)  $(144) \cdot 9!$   
 d)  $(288) \cdot 9!$   
 e)  $(864) \cdot 9!$

**06) (UEMG 2010)** Observe a tirinha de quadrinhos, a seguir:



Copyright ©1999 Mauricio de Sousa Produções Ltda. Todos os direitos reservados

5445

A Mônica desafia seus amigos, numa brincadeira de “cabo de guerra”.

Supondo que a posição da Mônica pode ser substituída por qualquer um de seus amigos, e que ela pode ocupar o outro lado, junto com os demais, mantendo-se em qualquer posição, o número de maneiras distintas que podem ocorrer nessa brincadeira será igual a

a) 60  
 b) 150  
 c) 600  
 d) 120  
 e) 720

**07) (UFJF 2011)** Para uma viagem, seis amigos alugaram três motocicletas distintas, com capacidade para duas pessoas cada. Sabe-se que apenas quatro desses amigos são habilitados para pilotar motocicletas e que não haverá troca de posições ao longo do percurso. De quantas maneiras distintas esses amigos podem se dispor nas motocicletas para realizar a viagem?

a) 24  
 b) 72  
 c) 120  
 d) 144  
 e) 720

**08) (Unigranrio – Medicina 2017)** Quantos são os anagramas da palavra **VESTIBULAR**, em que as consoantes aparecem juntas, mas em qualquer ordem?

a) 120 b) 720 c) 17.280 d) 34.560 e) 86.400

**09) (UEFS 2017)** Uma estudante ainda tem dúvidas quanto aos quatro últimos dígitos do número do celular de seu novo colega, pois não anotou quando ele lhe informou, apesar de saber quais são não se lembra da ordem em que eles aparecem.

Nessas condições, pode-se afirmar que o número de possibilidades para a ordem desses quatro dígitos é

a) 240  
 b) 160  
 c) 96  
 d) 24  
 e) 16

10) Uma repartição pública tem o seu funcionamento iniciado às 7 horas, porém, devido a um alagamento no trajeto da sua residência ao trabalho, a pessoa responsável por organizar o atendimento atrasou 20 minutos e, ao chegar na repartição, já havia dez pessoas para serem atendidas.

Para melhor organizar o atendimento, essa pessoa decidiu criar senhas numeradas de 1 a 10 e distribuir às pessoas que estavam esperando. Percebeu ainda que entre as dez pessoas, havia dois idosos e uma gestante, além de um casal de namorados.

O número de maneiras que essa pessoa tem para distribuir essas senhas de atendimento de modo que haja preferência no atendimento dos idosos e da gestante e que o casal de namorados seja atendido um após o outro é igual a

- a)  $10!$ .
- b)  $3!.6!$ .
- c)  $3!.7!$ .
- d)  $3!.6!.2$ .
- e)  $3!.7!.2$ .

11) (Escola Naval 2013) Um aspirante da Escola Naval tem, em uma prateleira de sua estante, 2 livros de Cálculo, 3 livros de História e 4 livros de Eletricidade. De quantas maneiras ele pode dispor estes livros na prateleira de forma que os livros de cada disciplina estejam sempre juntos?

- a) 1728
- b) 1280
- c) 960
- d) 864
- e) 288

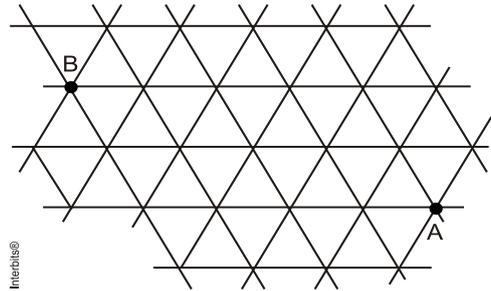
12) (Faculdade Albert Einstein 2017) Oito adultos e um bebê irão tirar uma foto de família. Os adultos se sentarão em oito cadeiras, um adulto por cadeira, que estão dispostas lado a lado e o bebê sentará no colo de um dos adultos. O número de maneiras distintas de dispor essas 9 pessoas para a foto é

- a)  $8 \cdot 8!$
- b)  $9!$
- c)  $9 \cdot 8^8$
- d)  $8^9$
- e)  $9^8$

13) (IFSUL 2017) O número de anagramas distintos que podemos formar com o termo DIREITO é

- a) 5040
- b) 2520
- c) 720
- d) 120
- e) 7

14) (UERJ 2011) Uma rede é formada de triângulos equiláteros congruentes, conforme a representação abaixo.



Uma formiga se desloca do ponto A para o ponto B sobre os lados dos triângulos, percorrendo  $X$  caminhos distintos, cujos comprimentos totais são todos iguais a  $d$ . Sabendo que  $d$  corresponde ao menor valor possível para os comprimentos desses caminhos,  $X$  equivale a:

- a) 20
- b) 15
- c) 12
- d) 10
- e) 40

15) (UFU 2017) Para realizar uma venda, uma loja virtual solicita de seus clientes o cadastramento de uma senha pessoal que permitirá acompanhar a entrega de sua compra. Essa senha anteriormente era composta por quatro algarismos e uma letra (minúscula), sem quaisquer restrições de posicionamentos entre letra e algarismos. Com o grande aumento no número de vendas, houve a necessidade de ampliação no número de senhas, as quais passaram a ser compostas por cinco algarismos e uma letra (minúscula). Sabe-se que existem 26 letras no alfabeto e 10 algarismos disponíveis.

Se denotarmos por  $N$  e  $M$ , respectivamente, o número total de senhas possíveis, antes e após a mudança, então, a relação entre  $N$  e  $M$  é dada por:

- a)  $M = 10 \cdot N$
- b)  $M = 5!N$
- c)  $M = 6!N$
- d)  $M = 12 \cdot N$
- e)  $M = 26 \cdot N$

16) (FATEC 2016) No Boxe, um dos esportes olímpicos, um pugilista tem à sua disposição quatro golpes básicos: o *jab*, o *direto*, o *cruzado* e o *gancho*. Suponha que um pugilista, preparando-se para os Jogos Olímpicos do Rio, em 2016, queira criar uma sequência com 6 golpes, empregando necessariamente dois *jabs*, dois *diretos*, um *cruzado* e um *gancho*.

Assim, o número máximo de sequências que ele poderá criar será de

- a) 180.
- b) 160.
- c) 140.
- d) 120.
- e) 100.



17) Para acessar a sua conta bancária através de um terminal de autoatendimento, uma pessoa deve cadastrar uma senha de cinco caracteres sendo que devem ser obrigatoriamente duas letras e três algarismos, em qualquer ordem. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento é dado por

- $10^3 \cdot 26^2$
- $10^3 \cdot 52^2$
- $10^3 \cdot 52^2 \cdot 5!$
- $10^3 \cdot 26^2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!}$
- $10^3 \cdot 52^2 \cdot \frac{5!}{2! \cdot 3!}$

18) (IMED 2018) Desenvolvido em 1835, pelo pintor e inventor Samuel Finley Breese Morse, o Código Morse é um sistema binário de representação a distância de números, letras e sinais gráficos, utilizando-se de sons curtos e longos, além de pontos e traços para transmitir mensagens. Esse sistema é composto por todas as letras do alfabeto e todos os números. Os caracteres são representados por uma combinação específica de pontos e traços [...]

Fonte: FRANCISCO, Wagner de Cerqueira e. "Código Morse"; Brasil Escola. Disponível em <<http://brasilecola.uol.com.br/geografia/codigo-morse.htm>>. Acesso em 03 de outubro de 2017.

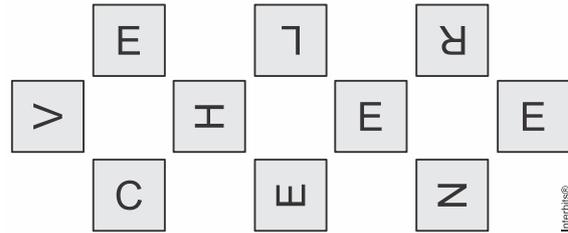
Considerando o exposto no texto e um conjunto de sinais composto de 2 traços e 3 pontos, quantas mensagens podem ser representadas usando todos os elementos do conjunto?

- 10 mensagens
- 20 mensagens
- 30 mensagens
- 120 mensagens
- 200 mensagens

19) (IMED 2016) O número de candidatos inscritos para realização do último vestibular de verão, em um determinado curso, corresponde ao número de anagramas da palavra VESTIBULAR que começam por VE e terminam por AR. Esse número é igual a:

- 120.
- 240.
- 360.
- 540.
- 720.

20) (Simulado UERJ 2018 – Modificada) Dez cartões com as letras da palavra "envelhecer" foram colocados sobre uma mesa com as letras viradas para cima, conforme indicado abaixo.



Em seguida, fizeram-se os seguintes procedimentos com os cartões:

- foram virados para baixo, ocultando-se as letras;
- foram embaralhados;
- foram alinhados ao acaso;
- foram desvirados, formando um anagrama.

Observe um exemplo de anagrama:



Quantos anagramas formados contêm as quatro vogais juntas (EEEE) ?

- 120
- 360
- 720
- 1440
- 5040

21) (UFRR) Numa reunião devem intervir 5 pessoas: A, B, C, D e E, com a condição de que B não deve intervir antes do que A. Sob esta restrição é possível definir:

- 24 listas diferentes de oradores.
- 40 listas diferentes de oradores.
- 60 listas diferentes de oradores.
- 96 listas diferentes de oradores.
- 114 listas diferentes de oradores.

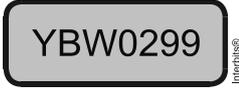
22) Astrogildo sempre foi muito interessado por Matemática e resolveu dizer à sua noiva Berenice daqui a quantos dias será o casamento deles de uma maneira muito peculiar.

Inicialmente ele disse a ela que a lua de mel dos dois seria no **CARIBE** e disse também que a quantidade de dias restantes para o casamento será a posição que a palavra **CARIBE** ocupa ao se escrever todos os seus anagramas em ordem alfabética.

Sem conseguir resolver o problema e muito curiosa quanto à sua resolução, Berenice perguntou a Astrogildo qual era a resposta que prontamente respondeu que era a

- 123ª posição.
- 181ª posição.
- 205ª posição.
- 263ª posição.
- 289ª posição.

23) (UERJ 2012) A tabela abaixo apresenta os critérios adotados por dois países para a formação de placas de automóveis. Em ambos os casos, podem ser utilizados quaisquer dos 10 algarismos de 0 a 9 e das 26 letras do alfabeto romano.

País	Descrição	Exemplo de placa
X	3 letras e 3 algarismos, em qualquer ordem	
Y	um bloco de 3 letras, em qualquer ordem, à esquerda de outro bloco de 4 algarismos, também em qualquer ordem	

Considere o número máximo de placas distintas que podem ser confeccionadas no país X

igual a  $n$  e no país Y igual a  $p$ . A  $\frac{n}{p}$  razão corresponde a:

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 6
- e) 9

24) (UFPA 2011) A prefeitura de certo município solicitou ao Governo Federal uma verba para a execução das seguintes obras:

- saneamento básico;
- calçamento de ruas;
- construção de uma escola;
- construção de uma creche;
- construção de casas populares.

O Governo Federal aprovou a concessão da verba solicitada, na condição de que fosse estabelecida uma ordem na execução das obras, de modo que, tendo sido liberada a verba para a primeira obra, a verba para a segunda só seria liberada após a conclusão da primeira, e assim sucessivamente até a execução da última obra. Nesse contexto, considere o planejamento feito pela prefeitura:

- a primeira obra escolhida foi a construção das casas populares;
- o calçamento das ruas só poderá ser executado com o saneamento básico concluído.

Atendendo às condições estabelecidas pelo Governo Federal e ao planejamento da prefeitura, é correto afirmar que o número de maneiras possíveis e distintas para a realização dessas 5 obras é:

- a) 8
- b) 10
- c) 12
- d) 14
- e) 16

25) Um grupo de 12 ativistas políticos pretendem fazer uma homenagem à Revolução Francesa. Para isso, 4 deles vestiram camisas com a cor azul, outros 4 vestiram camisas com a cor branca e os últimos 4 vestiram camisas com a cor vermelha, em referência às cores da bandeira da França.

Em determinada parte da homenagem, os 12 ativistas irão dar as mãos formando um círculo e, para causar um impacto visual, necessitam que as pessoas que possuem camisas com a mesma cor fiquem juntas na formação.

A quantidade de maneiras que eles podem formar esse círculo é igual a

- a)  $\frac{12!}{(4!)^3}$
- b)  $12!$
- c)  $(4!)^4$
- d)  $(4!)^3$
- e)  $3! \cdot (4!)^3$

### EXERCÍCIOS ENEM

01) (ENEM 2016) Para cadastrar-se em um site, uma pessoa precisa escolher uma senha composta por quatro caracteres, sendo dois algarismos e duas letras (maiúsculas ou minúsculas). As letras e os algarismos podem estar em qualquer posição. Essa pessoa sabe que o alfabeto é composto por vinte e seis letras e que uma letra maiúscula difere da minúscula em uma senha.

Disponível em: [www.infowester.com](http://www.infowester.com). Acesso em: 14 dez. 2012.

O número total de senhas possíveis para o cadastramento nesse site é dado por

- a)  $10^2 \cdot 26^2$
- b)  $10^2 \cdot 52^2$
- c)  $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2!}$
- d)  $10^2 \cdot 26^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$
- e)  $10^2 \cdot 52^2 \cdot \frac{4!}{2! \cdot 2!}$

02) (ENEM 2011) O setor de recursos humanos de uma empresa vai realizar uma entrevista com 120 candidatos a uma vaga de contador. Por sorteio, eles pretendem atribuir a cada candidato um número, colocar a lista de números em ordem numérica crescente e usá-la para convocar os interessados. Acontece que, por um defeito do computador, foram gerados números com 5 algarismos distintos e, em nenhum deles, apareceram dígitos pares.

Em razão disso, a ordem de chamada do candidato que tiver recebido o número 75 913 é

- a) 24.
- b) 31.
- c) 32.
- d) 88.
- e) 89.

### LINKS PARA AS VÍDEO AULAS

<https://bitly.com/BLp2r>

**GABARITO**

EXERCÍCIOS PROPOSTOS		
01) C	02) D	03) D
04) E	05) E	06) D
07) D	08) E	09) D
10) D	11) A	12) A
13) B	14) B	15) D
16) A	17) E	18) A
19) E	20) E	21) C
22) D	23) B	24) C
25) E		

EXERCÍCIOS ENEM	
01) E	02) E

**O SUCESSO É  
A SOMA DE  
PEQUENOS  
ESFORÇOS  
REPETIDOS  
DIA APÓS DIA.**

