ANÁLISE COMBINATÓRIA

O único lugar em que sucesso vem antes de trabalho é no dicionário.
Albert Einstein

Ledo Vaccaro Machado

Princípio Fundamental da Contagem

Se um evento ocorre em n etapas sucessivas, sendo $k_1, k_2, k_3, k_4, \ldots, k_n$ o número de possibilidades de ocorrência de cada etapa, então o número de modos pelos quais o evento pode ocorrer é dado por:

$$k_1 . k_2 . k_3 . k_4 . \ldots . k_n$$

1) Numa empresa há 5 engenheiros, 2 economistas e 4 administradores. Deseja-se formar uma comissão para estudar um projeto, composta de 1 engenheiro, 1 economista e 1 administrador. De quantos modos a comissão poderá ser formada?

2) Num colégio será formada uma comissão de professores, composta de um professor de cada matéria, para estabelecer um critério de avaliação. Se no colégio existem 4 professores de Matemática, 3 de Português, 3 de Biologia, 4 de Inglês, 6 de estudos sociais, 3 de Física e 2 de Química, de quantos modos a comissão poderá ser formada?

3) (GV-SP)Uma fábrica de automóveis produz três modelos de carro. Para cada um, os clientes podem escolher entre sete cores diferentes; três tipos de estofamento, que podem vir, seja em cinza, seja em vermelho; dois modelos distintos de pneus; e entre vidros brancos ou vidros tintos. Ademais, opcionalmente, é possível adquirir os seguintes acessórios: um cinzeiro; uma de duas marcas de rádio ou um modelo de toca-fitas; um aquecedor; e um câmbio hidramático. Quantos exemplares de carros distintos entre si a fábrica chega a produzir?

4) Considerando todos os números de três algarismos distintos que podemos formar com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0, responda:

a) quantos números são;
b) quantos são pares;
c) quantos são ímpares;
d) quantos são maiores que 500;
e) quantos são divisíveis por 5;
f) quantos apresentam o algarismo 4;
g) quantos apresentam todos os algarismos pares?

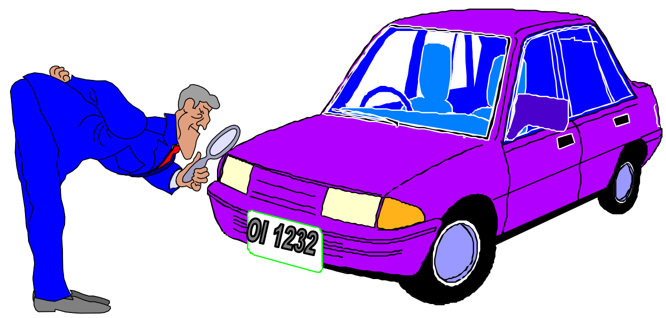
5) Para escrever todos os naturais de três algarismos, quantas vezes empregamos o algarismo 1?

6) De quantos modos podem se sentar 4 rapazes e 4 moças num banco de 8 lugares do modo que não fiquem dois rapazes juntos nem duas moças juntas?

7) Um professor deseja elaborar uma prova constituída por dez testes de múltipla-escolha, cada um com cinco alternativas das quais apenas uma é correta. De quantos modos diferentes pode ser escolhido o gabarito dessa prova?

8) (Sta. Casa)Existem 4 estradas de rodagem e 3 estradas de ferro entre as cidades A e B. Quantos são os diferentes percursos para fazer a viagem de ida e volta entre A e B, utilizando rodovia e trem, obrigatoriamente, em qualquer ordem?

9) (CESESP-PE) Num acidente automobilístico, após ouvir várias testemunhas, concluiu-se que o motorista culpado do acidente dirigia o veículo cuja placa era constituída de duas vogais distintas e quatro algarismos diferentes, sendo que o algarismo das unidades era o número 2. Assinale, então, a única alternativa correspondente ao número de veículos suspeitos:



a) 1080 b) 10800 c) 10080 d) 840 e) 60480

10) (MACK-SP) Os números de telefones de uma cidade são constituídos de 6 dígitos. Sabendo que o primeiro dígito nunca pode ser zero, se os números de telefones passarem a ser de 7 dígitos, o aumento possível na quantidade de telefones será:

a) 81×10^3 b) 90×10^3 c) 81×10^4 d) 81×10^5 e) 90×10^5

11) (USP) Quantos números ímpares de 4 algarismos, sem repetição, podem ser formados com os dígitos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?

12) (MACK-SP) O total de números, formados com algarismos distintos, maiores que 50.000 e menores que 90.000 e que são divisíveis por 5 é:

a) 1.596 b) 2.352 c) 2.686 d) 2.788 e) 4.032

13) (PUC-SP) Chamam-se “palindromos” números inteiros que não se alteram quando é invertida a ordem de seus algarismos (por exemplo: 383, 4224, 74847). O número total de palíndromos de cinco algarismos é:

a) 900 b) 1000 c) 1900 d) 2500 e) 5000

14) (CESGRANRIO) Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6 formam-se números naturais de 6 algarismos distintos. Sabendo-se que neles não aparecem juntos dois algarismos pares nem dois algarismos ímpares, então o número total de naturais assim formados é:

a) 36 b) 48 c) 60 d) 72 e) 90

15) (CESGRANRIO) Em um computador digital "bit" é um dos algarismos 0 ou 1 e uma "palavra" é uma sucessão de "bits". O número de palavras distintas de 32 "bits" é:

a) $2.(2^{32} - 1)$ b) 2^{32} c) $\frac{32 \text{ X } 31}{2}$ d) 32^2 e) 2 X 32

16) (GV-SP) Um tabuleiro especial de xadrez possui 16 casas, dispostas em 4 linhas e 4 colunas. Um jogador deseja colocar 4 peças no tabuleiro, de tal forma que, em cada linha e cada coluna, seja colocada apenas uma peça. De quantas maneiras as peças poderão ser colocadas?

Fatorial

Dada um número natural *n*, n > 1, definimos:

$$\mathbf{n! = n.(n-1).(n-2). \ldots .3.2.1}$$

Definimos, ainda:

$$\mathbf{1! = 1 \quad e \quad 0! = 1}$$

17) Calcule o valor de:

a) $4!$ b) $9!$

c) $4! + 5!$ d) $4.5! + 5.3!$

e) $\frac{8!}{7!}$ f) $\frac{6!}{3!}$

g) $\frac{9!}{11!}$ h) $\frac{20!}{16!}$ i) $\frac{10!}{4!6!}$

j) $\frac{5!15!}{13!7!}$ l) $\frac{5.8!}{6!4!}$ m) $\frac{50!39!}{40!48!}$

n) $5.\frac{13!}{3!10!} + 13.\frac{5!}{3!2!}$ o) $\frac{1}{10!} - \frac{1}{11!}$ p) $3^0 + 0! - 1!$

18) Simplifique:

a) $\frac{n!}{(n-1)!}$ b) $\frac{(n+1)!}{n!}$ c) $\frac{(n-1)!}{(n+1)!}$

d) $\frac{(m+1)!n!}{m!(n-1)!}$ e) $\frac{n!}{2!(n-2)!}$ f) $\frac{(2n)!}{2!(2n-2)!}$

19) Determine os valores de *n* em cada caso:

a) $n! = 6$ b) $n! = 1$ c) $(n + 2)! = 24$ d) $(n – 1)! = 1$

20) Calcule *n* na equação $n! = 12.(n – 2)!$

21) Calcule *n* na equação $\dfrac{(n+1)! - n!}{(n-1)!} = 7n$.

22) Existe valor de *n* tal que $2^n \cdot n! = 0$?

23) (FEI-SP) Se $f(x) = \dfrac{(n+1)!\,(n-1)!}{n!(n+2)!}$, com $n \in \{1, 2, 3, 4, ...\}$, calcule f(70).

24) (UC-PR) A soma das raízes da equação $(5x – 7)! = 1$ vale:

a) 5 b) 7 c) 12 d) 3 e) 4

25) (CESGRANRIO) Se $a_n = \dfrac{n!\,(n^2-1)!}{(n+1)!}$, então a_{1984} é igual a:

a) $\dfrac{1}{1985}$ b) 1984 c) 1983 d) $\dfrac{1985}{1984^2-1}$ e) $\dfrac{1984^2-1}{1984}$

26) (USP) Se *m* é um número inteiro não negativo, o valor da expressão: $[(m + 2)! – (m + 1)!]\, m!$ é:

a) $m!$ b) $(m!)^2$ c) 1 d) $(m + 1)!$ e) $[(m + 1)!]^2$

Permutação

Chamamos de **PERMUTAÇÃO DE *n* ELEMENTOS** a toda sucessão de *n* termos formada com os *n* elementos de um conjunto dado.

Duas permutações distinguem-se pela ordem de seus termos.

27) Determine o número de permutações que podem ser feitas com as letras da palavra **ALUNO**.

28) Determine o número de permutações que podem ser feitas com as letras da palavra **ESTUDAR**.

Quantidade de Permutações

O número de permutações de *n* elementos distintos é dado por:

$$P_n = n!$$

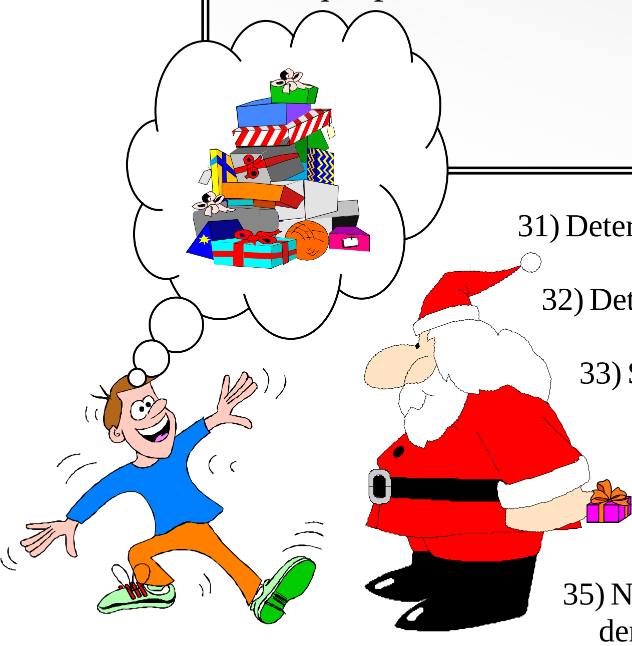
29) Determine o número de anagramas da palavra **ALADO**.

30) Determine o número de anagramas da palavra **BALADA**.

Permutações com Elementos Repetidos

Quando em uma permutação tem-se α elementos repetidos de um tipo, β elementos repetidos de um outro tipo, γ elementos repetidos de um terceiro tipo e assim sucessivamente, o número de permutações com elementos repetidos que podemos formar é dado por:

$$P_n^{\alpha,\beta,\gamma,\ldots} = \frac{n!}{\alpha!\beta!\gamma!}$$



31) Determine o número de anagramas da palavra **BANANA**.

32) Determine o número de anagramas da palavra **MISSISSIPI**.

33) Seis pessoas desejam se colocar num banco de seis lugares. De quantos modos elas podem se colocar no banco?

34) De quantos modos podemos distribuir 8 presentes para 8 pessoas, dando um presente para cada uma?

35) Num baile há 20 rapazes e 20 moças. De quantos modos podem ser formados 20 pares (moça-rapaz) para uma dança?

36) Permutando os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6, quantos números maiores que 500.000 podemos formar?

37) Permutando os algarismos 1, 1, 2, 2, 2 e 3, quantos números maiores que 300.000 podemos formar?

38) Considerando os anagramas da palavra **ALUNO**,

a) quantos começam por vogal ?
b) quantos começam e terminam por vogal ?
c) quantos apresentam as vogais **AUO** juntas nesta ordem?
d) quantos apresentam as vogais juntas, porém em qualquer ordem ?

39) Considere os anagramas da palavra **PROFESSOR**:

a) quantos são?
b) quantos começam por **P** ?
c) quantos começam por **R** ?
d) quantos começam por vogal ?

Arranjo

Denominamos **ARRANJO DE n ELEMENTOS TOMADOS p A p** a qualquer sucessão de *p* elementos distintos escolhidos em um conjunto de *n* elementos.

Dois arranjos distinguem-se pela ordem de seus elementos ou pelos elementos que o constituem.

Quantidade de Arranjos

O número de arranjos de *n* elementos distintos tomados *p* a *p* é dado por:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

40) Vinte equipes disputam o Campeonato Carioca de Futebol. Quantas são as possibilidades de classificação nos dois primeiros lugares (campeão e vice-campeão)?

41) Dez diretores de uma empresa são candidatos aos cargos de presidente e vice-presidente da mesma. Quantos são os possíveis resultados da eleição?

42) Numa corrida de fórmula 1, há 25 pilotos participando e apenas os seis primeiros colocados ganham pontos. Quantas são as possibilidades de classificação nos seis primeiros lugares?

43) Num baile há 12 rapazes e 15 moças. Para uma certa dança, cada rapaz escolhe uma moça, formando, assim. 12 pares. De quantos modos diferentes estes pares podem ser formados?

44) Calcule os números:

a) $A_{5,\,2}$ b) $A_{5,\,3}$ c) $A_{7,\,4}$ d) $A_{7,\,3}$ e) $A_{10,5}$

45) Calcule os números:

a) P_3 b) P_5 c) $P_3.P_4$ d) P_5^2 e) $P_5^{2,2}$ f) $P_7^{2,2,3}$

Combinação

Denominamos **COMBINAÇÃO DE n ELEMENTOS TOMADOS p A p** a qualquer subconjunto de *p* elementos escolhidos em um conjunto de *n* elementos.

Duas combinações distinguem-se pelos elementos que a constituem.

46) Oito alunos fizeram um trabalho de grupo, mas apenas três deles deverão apresentá-lo perante a classe. De quantos modos podem ser escolhidos os três que farão a apresentação ?

47) São dados dez pontos em um plano, entre os quais não há três colineares. Quantos triângulos podem ser formados com vértices em três destes pontos ?

48) Numa agência de banco, três funcionários serão promovidos a cargos de gerência. Havendo sete funcionários qualificados para a função, de quantos modos poderão ser escolhidos os promovidos ?

Quantidade de Combinações

O número de combinações de *n* elementos tomados *p* a *p* é dado por:

$$\mathbf{C_{n,p} = \frac{n!}{p!(n-p)!}}$$

49) Calcule os números:

a) $C_{8,\,5}$ b) $C_{6,\,4}$ c) $C_{5,\,2}$ d) $C_{12,\,9}$ e) $C_{7,\,3}$ f) $C_{7,\,4}$

g) $C_{9,\,6}$ h) $C_{9,\,3}$ i) $C_{5,\,1}$ j) $C_{15,\,1}$ l) $C_{4,\,0}$ m) $C_{8,\,0}$

50) Verifique que $C_{n,\,p} = C_{n,\,n-p}$.

51) Verifique que $C_{n,\,1} = n$.

52) Verifique que $C_{n,\,0} = 1$.

53) Verifique que $C_{n,\,n} = 1$.

54) Numa festa compareceram 36 pessoas. Se cada uma delas cumprimentou todas as outras ao chegar, quantos cumprimentos foram realizados?

55) Tomando-se quatro fatores distintos entre os elementos do conjunto {2. 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}, quantos produtos de valores diferentes podem ser obtidos?

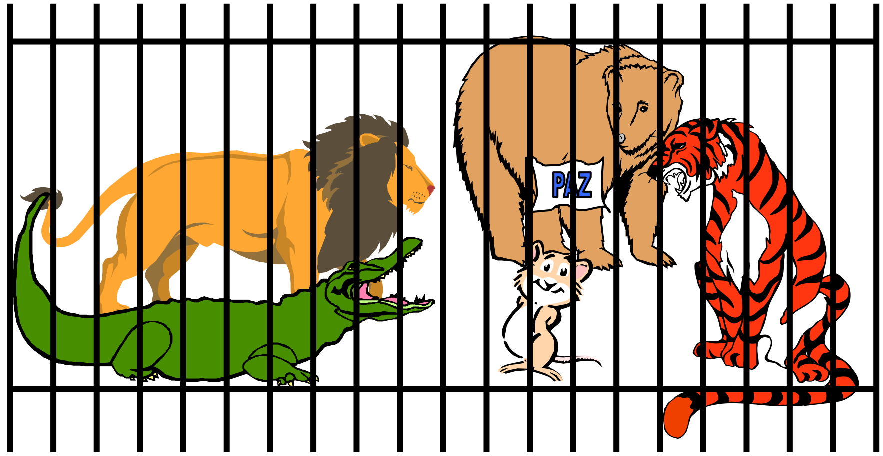
56) São dados seis pontos distintos pertencentes a uma circunferência. Quantos polígonos convexos existem com vértices nestes pontos?

57) (FUVEST-SP) Considere os números obtidos do número 12 345 efetuando-se todas as permutações de seus algarismos. Colocando-se esses números em ordem crescente, qual o lugar ocupado pelo número 43 521?

58) (FAAP-SP) Um indivíduo faz uma relação de nomes de onze pessoas amigas. Calcule de quantas maneiras ele poderá convidar cinco destas pessoas para jantar sabendo-se que na relação há um único casal inseparável.

59) (PUCC-SP) Num zoológico há dez animais dos quais devem ser selecionados cinco para ocupar uma determinada jaula. Se entre eles há dois que devem permanecer sempre juntos, encontre o total de maneiras distintas de escolher os cinco que vão ocupar a jaula.

60) Num zoológico há dez animais, dos quais devem ser selecionados cinco para ocupar uma determinada jaula. Se entre eles há dois que nunca devem permanecer juntos, encontre o total de maneiras distintas de escolher os cinco que vão ocupar a jaula.



61) Quantas diagonais tem um polígono convexo de gênero n?

62) Tomam-se seis pontos sobre uma reta e oito sobre uma paralela a esta reta. Quantos triângulos existem com vértices nesse conjunto de 14 pontos?

63) (MAPOFEI-SP) A diretoria de uma firma é constituída por 7 diretores brasileiros e 4 japoneses. Quantas comissões de 3 brasileiros e 3 japoneses podem ser formadas?

64) Numa congregação de 20 professores, exatamente 6 lecionam Matemática. Qual o número de comissões de 4 professores que podem ser formadas de modo que exista pelo menos um professor de Matemática na comissão?

65) Numa congregação de 20 professores, exatamente 6 lecionam Matemática. Qual o número de comissões de 4 professores que podem ser formadas de modo que exista exatamente um professor de Matemática na comissão?

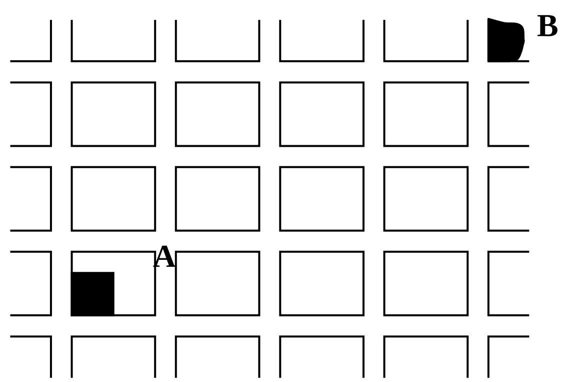
66) Numa congregação de 20 professores, exatamente 6 lecionam Matemática. Qual o número de comissões de 4 professores que podem ser formadas de modo que exista no máximo um professor de Matemática na comissão?

67) (GV-SP) Num exame, um professor dispõe de 12 questões que serão entregues a três alunos, cada um recebendo quatro questões. Quantas diferentes situações teremos?

68) Determine o número de soluções inteiras não negativas da equação $x + y + z = 15$.

69) Quantas são as soluções inteiras positivas da equação $x + y + z + w = 20$?

70) Na figura representamos uma parte do mapa de uma cidade, onde existe um colégio na esquina A e um clube na esquina B. Saindo do colégio e caminhando pelas ruas sempre em direção a B, quantos caminhos existem para chegar ao clube?



71) (FATEC-SP) Com os dígitos 1, 2, 3, 4 e 5 deseja-se formar números com cinco algarismos não repetidos, de modo que o 1 sempre preceda o 5. A quantidade de números assim construídos é:

a) 66 b) 54 c)78 d) 50 e) 60

72) (MACK-SP) Num tribunal, dez réus devem ser julgados isoladamente num mesmo dia: três são paulista, dois mineiros, três gaúchos e dois baianos. O número de formas de não julgar consecutivamente três paulistas é:

a) P_7 b) P_8 c) $P_{10} - P_8$ d) $P_{10} - P_3.P_7$ e) $P_{10} - P_8.P_3$

73) (USP) Uma urna contém bolas brancas, pretas e vermelhas. O número de maneiras distintas de se retirar, com reposição, 6 bolas, duas de cada uma das três cores:

a) não pode ser calculado sem conhecermos a composição da urna.
b) é 45.
c) é 90.
d) é 3755.
e) nenhuma das anteriores.

74) (MACK-SP) Com *n* elementos iguais a X e 3 elementos iguais a Y formam-se um total de 7n + 7 permutações. Então, *n* vale:

a) 8 b) 7 c) 6 d) 5 e) 4

75) (MACK-SP) Dentre os anagramas que podemos formar com *n* letras, das quais somente duas são iguais, 120 apresentam estas duas letras iguais juntas. Então *n* vale:

a) 4 b) 5 c) 6 d) 7 e) 122

76) (UF-PA) Entres as afirmativas abaixo, marque a única correta:

a) 0! =0
b) $5! = A_5^1$
c) $A_n^3 + 3.A_n^2 + A_n^1 = n^3$
d) existem 24 "palavras" distintas, feitas com as letras da palavra MAPA
e) $P_4 = 1$

77) (MACK-SP) Separam-se os números inteiros de 1 a 10 em dois conjuntos de 5 elementos, de modo que 1 e 8 não estejam no mesmo conjunto. Isso pode ser feito de *n* modos distintos. O valor de *n* é:

a) 20 b) 35 c) 70 d) 140 e) 200

78) (ITA-SP) Um general possui *n* soldados para tomar uma posição inimiga. Desejando efetuar um ataque com dois grupos, um frontal com *r* soldados e outro de retaguarda com *s* soldados (r + s = n), ele poderá dispor seus homens de:

a) $\dfrac{n!}{(r+s)!}$ maneiras distintas neste ataque.

b) $\dfrac{n!}{r!s!}$ maneiras distintas neste ataque.

c) $\dfrac{2.(n!)}{(r.s)!}$ maneiras distintas neste ataque.

d) $\dfrac{2.(n!)}{(r+s)!}$ maneiras distintas neste ataque.

e) $\dfrac{2.(n!)}{r!.s!}$ maneiras distintas neste ataque.

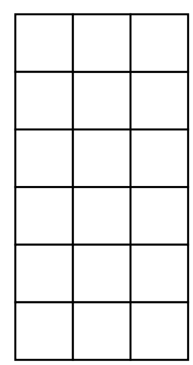
79) (FATEC-SP) Com os conjuntos $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$ e $B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$, quantos subconjuntos de $A \cup B$ podemos formar, com quatro elementos, nos quais não existem a_i, b_j com $i = j$, onde $1 \leq i \leq 5$ e $1 \leq j \leq 5$?

a) 80 b) 90 c) 140 d) 210 e) n.d.a.

80) (USP) De quantas maneiras distintas um grupo de 10 pessoas pode ser dividido em 3 grupos de 5, 3 e 2 pessoas?

a) 2340 b) 2480 c) 3640 d) 2520 e) n.d.a.

81) (UFRGS) Existem *n* maneiras distintas de marcar 6 quadrados na figura, marcando exatamente 2 em cada coluna e 1 em cada linha. O valor de *n é:*



a) 36 b) 45 c) 60 d) 90 e) 120

82) (UF-Viçosa) Resolvendo a equação $C_x^2 = 21$, encontramos:

a) x = – 6 ou x = 7 b) x = – 6 c) x = 21
d) x = 13 e) x = 7

83) (GV-SP) Um professor conta exatamente 3 piadas no seu curso anual. Ele tem por norma nunca contar as mesmas três piadas que contou em qualquer outro ano. Qual é o mínimo número de piadas diferentes que ele pode contar em 35 anos?

a) 5 b) 12 c) 7 d) 32 e) 21

84) (CESGRANRIO) Seja M um conjunto de 20 elementos. O número de elementos de M que contêm exatamente 18 elementos é:

a) 360 b) 190 c) 180 d) 120 e) 18

85) (UNIFICADO-RJ) Durante a Copa do Mundo, que foi disputada por 24 países, as tampinhas de Coca-Cola traziam palpites sobre as países que se classificariam nos três primeiros lugares (por exemplo: 1º lugar, Brasil; 2º lugar, Nigéria; 3º lugar, Holanda).
Se, em cada tampinha, os três países são distintos, quantas tampinhas diferentes poderiam existir?

a) 69 b) 2024 c) 9562 d) 12144 e) 13824

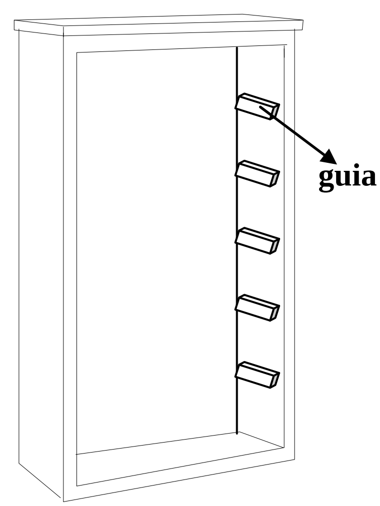
86) (UFF-RJ) Uma empresa vai fabricar cofres com senhas de 4 letras, usando as 18 consoantes e as 5 vogais. Se cada senha deve começar com uma consoante e terminar com uma vogal, sem repetir letras, o número de senhas possíveis é:

a) 3060 b) 24480 c) 37800 d)51210 e) 73440

87) (UFRJ) Uma partícula desloca-se sobre uma reta, percorrendo 1cm para a esquerda ou para a direita a cada movimento.

Calcule de quantas maneiras diferentes a partícula pode realizar uma seqüência de 10 movimentos terminando na posição de partida.

88) (UFF-RJ) A figura representa uma estante cujas prateleiras, que se encaixam em 5 guia laterais, foram retiradas para limpeza.



Sabendo-se que serão recolocadas somente 3 prateleiras, de cores diferentes, o total de maneiras distintas pelas quais isto pode ser feito é:

a) 180 b) 120 c) 60
d) 10 e) 6

89) (UFRJ) Um grupo constituído por 4 mulheres e 4 homens deve ocupar as 8 cadeiras dispostas ao redor de uma mesa circular.
O grupo deve ser acomodado de modo que cada homem sente entre duas mulheres.
João e Maria estão nesse grupo de pessoas; entretanto, por motivos de ordem estritamente pessoal, não podem sentar-se lado a lado.
Duas acomodações de pessoas ao redor da mesa são consideradas diferentes quando pelo menos uma das pessoas não tem o mesmo vizinho à direita, nas duas acomodações.

Determine o número de diferentes acomodações possíveis dessas 8 pessoas ao redor da mesa circular.

90) (PUC-RJ) Um torneio de xadrez, no qual cada jogador joga com todos os outros, tem 435 partidas. Quantos jogadores o disputam?

a) 25 b) 23 c) 20 d) 24 e) 30

91) (UNIFICADO-RJ) Um grupo de 9 pessoas, dentre elas os irmãos João e Pedro, foi acampar. Na hora de dormir, montaram 3 barracas diferentes, sendo que, na primeira, dormiram duas pessoas; na segunda, três pessoas; e, na terceira, as quatro restantes. De quantos modos diferentes eles se podem organizar, sabendo que a única restrição é a de que os irmãos João e Pedro NÃO podem dormir na mesma barraca?

92) (UNIFICADO-RJ) Uma fábrica deverá participar de uma exposição de carros com 6 modelos diferentes, sendo dois deles de cor vermelha e os demais de cores variadas. Esses carros serão colocados em um “stand” com capacidade para 3 modelos, somente com cores diferentes. O número de maneiras distintas desse “stand” ser arrumado é:

a) 24 b) 36 c) 60 d) 72 e) 96

93) (PUC-RJ) Calcule o número de retas determinadas por 100 pontos, diferentes um do outro, situados sobre uma circunferência.

94) (UNIFICADO-RJ) Um fiscal do Ministério do Trabalho faz uma visita mensal a cada uma das cinco empresas de construção civil existentes no município. Para evitar que os donos dessas empresas saibam quando o fiscal as inspecionará, ele varia a ordem de suas visitas. De quantas formas diferentes esse fiscal pode organizar o calendário de visita mensal a essas empresas?

a) 180 b) 120 c) 100 d) 48 e) 24

95) (UFF-RJ) Com as letras da palavra **PROVA** podem ser escritos **x** anagramas que começam por vogal e **y** anagramas que começam e terminam por consoante.
Os valores de **x** e **y** são, respectivamente:

a) 48 e 36 b) 48 e 72 c) 72 e 36 d) 24 e 36 e) 72 e 24

96) (CESGRANRIO) Uma indústria fabrica 100 produtos diferentes, que já estão no mercado. Para facilitar a identificação de cada produto, via computador, deve ser criado um código de barras especial, onde cada barra é ┃ ou █ O número mínimo de barras necessárias para se criar um código de barras que identifique cada um dos 100 produtos é igual a: (se necessário, use log 2 = 0,3)

a) 5 b) 6 c) 7 d) 8 e) 9

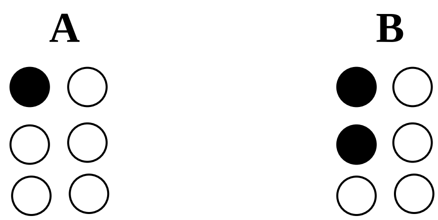
97) (CESGRANRIO) Considere cinco pontos, três a três não colineares. Usando esses pontos como vértices de um triângulo, o número de todos os triângulos distintos que se podem formar é:

a) 5 b) 6 c) 9 d) 10 e) 15

98) (CESGRANRIO) Seja **A** um conjunto de 4 elementos. O número de funções $f: A \to A$ tais que a equação $f(x) = x$ não tenha solução é:

a) 4 b) 23 c) 72 d) 81 e) 256

99) (FUVEST) A escrita Braille para cegos é um sistema de símbolos onde cada carácter é formado por uma matriz de 6 pontos, dos quais pelo menos um se destaca em relação aos outros. Assim, por exemplo:



Qual o número máximo de caracteres distintos que podem ser representados neste sistema de escrita?

a) 63 b) 89 c) 26 d) 720 e) 36

100) (CESGRANRIO) A figura abaixo representa uma área de ruas de mão única. Em cada esquina em que há duas opções de direção (vide figura), o tráfico se divide igualmente entre elas. Se 512 carros entram na área por *P*, o número dos que vão sair por *Y* é:

a) 128
b) 192
c) 256
d) 320
e) 384