

**Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem**

---

1. (Uece 2016) No Brasil, os veículos de pequeno, médio e grande porte que se movimentam sobre quatro ou mais pneus são identificados com placas alfanuméricas que possuem sete dígitos, dos quais três são letras do alfabeto português e quatro são algarismos de 0 a 9, inclusive estes. Quantos desses veículos podem ser emplacados utilizando somente letras vogais e algarismos pares?

- a) 78625.
- b) 78125.
- c) 80626.
- d) 80125.

2. (Uemg 2016) “Genius era um brinquedo muito popular na década de 1980 (...). O brinquedo buscava estimular a memorização de cores e sons. Com formato semelhante a um OVNI, possuía 4 botões de cores distintas que emitiam sons harmônicos e se iluminavam em sequência. Cabia aos jogadores repetir o processo sem errar”.

Origem: Wikipédia, a enciclopédia livre. (Adaptado).



Considerando uma fase do jogo em que 3 luzes irão acender de forma aleatória e em sequência, podendo cada cor acender mais de uma vez.

O número máximo de formas que essa sequência de 3 luzes poderá acender é:

- a) 12.
- b) 24.
- c) 36.
- d) 64.

3. (Unicamp 2015) O número mínimo de pessoas que deve haver em um grupo para que possamos garantir que nele há pelo menos três pessoas nascidas no mesmo dia da semana é igual a

- a) 21.
- b) 20.
- c) 15.
- d) 14.

4. (Uepa 2015) Atual tendência alimentar baseada no maior consumo de legumes, verduras e frutas impulsiona o mercado de produtos naturais e frescos sem agrotóxicos e uma diminuição no consumo de produtos que levam glúten, lactose e açúcar. Uma empresa especializada no preparo de refeições, visando a esse novo mercado de consumidores, disponibiliza aos seus clientes uma “quentinha executiva” que pode ser entregue no local de trabalho na hora do

**Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem**

---

almoço. O cliente pode compor o seu almoço escolhendo entradas, pratos principais e sobremesas. Se essa empresa oferece 8 tipos de entradas, 10 tipos de pratos principais e 5 tipos de sobremesas, o número de possibilidades com que um cliente pode compor seu almoço, escolhendo, dentre os tipos ofertados, duas entradas, um prato principal e uma sobremesa é:

- a) 400
- b) 600
- c) 800
- d) 1.200
- e) 1.400

5. (Ueg 2015) Numa lanchonete o lanche é composto por três partes: pão, molho e recheio. Se essa lanchonete oferece aos seus clientes duas opções de pão, três de molho e quatro de recheio, a quantidade de lanches distintos que ela pode oferecer é de

- a) 9
- b) 12
- c) 18
- d) 24

6. (Upe 2014) Na comemoração de suas Bodas de Ouro, Sr. Manuel e D. Joaquina resolveram registrar o encontro com seus familiares através de fotos. Uma delas sugerida pela família foi dos avós com seus 8 netos. Por sugestão do fotógrafo, na organização para a foto, todos os netos deveriam ficar entre os seus avós.

De quantos modos distintos Sr. Manuel e D. Joaquina podem posar para essa foto com os seus netos?

- a) 100
- b) 800
- c) 40 320
- d) 80 640
- e) 3 628 800

7. (Uepa 2014) Um jovem descobriu que o aplicativo de seu celular edita fotos, possibilitando diversas formas de composição, dentre elas, aplicar texturas, aplicar molduras e mudar a cor da foto. Considerando que esse aplicativo dispõe de 5 modelos de texturas, 6 tipos de molduras e 4 possibilidades de mudar a cor da foto, o número de maneiras que esse jovem pode fazer uma composição com 4 fotos distintas, utilizando apenas os recursos citados, para publicá-las nas redes sociais, conforme ilustração abaixo, é:



- a)  $24 \times 120^4$ .
- b)  $120^4$ .
- c)  $24 \times 120$ .
- d)  $4 \times 120$ .
- e) 120.

8. (Insper 2014) Desde o dia da partida inaugural até o dia da final de um torneio de futebol, terão sido transcorridos 32 dias. Considerando que serão disputados, ao todo, 64 jogos nesse torneio, pode-se concluir que, necessariamente,

- a) ocorrerão duas partidas por dia no período de disputa do torneio.
- b) haverá um único jogo no dia em que for disputada a final.
- c) o número médio de jogos disputados por equipe será, no máximo, 2.
- d) ocorrerá pelo menos um dia sem jogos no período de disputa do torneio.

**Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem**

---

e) haverá duas partidas do torneio que ocorrerão no mesmo dia.

9. (Upe 2014) A seguir, temos o fatorial de alguns números.

$$1! = 1 \quad 2! = 2 \times 1 \quad 3! = 3 \times 2 \times 1 \quad 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

Considere o astronômico resultado de  $2013!$  Quanto vale a soma dos seus três últimos algarismos?

- a) 0
- b) 6
- c) 13
- d) 20
- e) 21

10. (Enem PPL 2014) Um procedimento padrão para aumentar a capacidade do número de senhas de banco é acrescentar mais caracteres a essa senha. Essa prática, além de aumentar as possibilidades de senha, gera um aumento na segurança. Deseja-se colocar dois novos caracteres na senha de um banco, um no início e outro no final. Decidiu-se que esses novos caracteres devem ser vogais e o sistema conseguirá diferenciar maiúsculas de minúsculas.

Com essa prática, o número de senhas possíveis ficará multiplicado por

- a) 100.
- b) 90.
- c) 80.
- d) 25.
- e) 20.

11. (Uel 2013) Os clientes de um banco, ao utilizarem seus cartões nos caixas eletrônicos, digitavam uma senha numérica composta por cinco algarismos. Com o intuito de melhorar a segurança da utilização desses cartões, o banco solicitou a seus clientes que cadastrassem senhas numéricas com seis algarismos.

Se a segurança for definida pela quantidade de possíveis senhas, em quanto aumentou percentualmente a segurança na utilização dos cartões?

- a) 10%
- b) 90%
- c) 100%
- d) 900%
- e) 1900%

12. (PucRJ 2012) Seja A o conjunto dos números inteiros positivos com três algarismos. Seja B o subconjunto de A dos números ímpares com três algarismos distintos. Quantos elementos tem o conjunto B?

- a) 125
- b) 168
- c) 320
- d) 360
- e) 900

13. (Uepa 2012) Um profissional de design de interiores precisa planejar as cores que serão utilizadas em quatro paredes de uma casa, para isso possui seis cores diferentes de tinta. O número de maneiras diferentes que esse profissional poderá utilizar as seis cores nas paredes, sabendo-se que somente utilizará uma cor em cada parede, é:

- a) 24
- b) 30
- c) 120

**Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem**

---

- d) 360
- e) 400

14. (Uepb 2012) Com os números naturais  $n$ ,  $1 \leq n \leq 9$ , o total de números inteiros que podemos obter com três algarismos distintos, não divisíveis por 5, é:

- a) 448
- b) 446
- c) 444
- d) 348
- e) 346

15. (Unisinos 2012) Num restaurante, são oferecidos 4 tipos de carne, 5 tipos de massa, 8 tipos de salada e 6 tipos de sobremesa. De quantas maneiras diferentes podemos escolher uma refeição composta por 1 carne, 1 massa, 1 salada e 1 sobremesa?

- a) 23.
- b) 24.
- c) 401.
- d) 572.
- e) 960.

16. (Ufjf 2012) Uma empresa escolherá um chefe para cada uma de suas repartições A e B. Cada chefe deve ser escolhido entre os funcionários das respectivas repartições e não devem ser ambos do mesmo sexo.

Abaixo é apresentado o quadro de funcionários das repartições A e B.

| FUNCIONÁRIOS | REPARTIÇÕES |   |
|--------------|-------------|---|
|              | A           | B |
| Mulheres     | 4           | 7 |
| Homens       | 6           | 3 |

De quantas maneiras é possível ocupar esses dois cargos?

- a) 12.
- b) 24.
- c) 42.
- d) 54.
- e) 72.

17. (Mackenzie 2012) Os vértices de um cubo são pintados de azul ou de vermelho. A pintura dos vértices é feita de modo que cada aresta do cubo tenha pelo menos uma de suas extremidades pintada de vermelho.

O menor número possível de vértices pintados de vermelho nesse cubo é

- a) 2
- b) 3
- c) 4
- d) 6
- e) 8

18. (Enem 2012) O diretor de uma escola convidou os 280 alunos de terceiro ano a participarem de uma brincadeira. Suponha que existem 5 objetos e 6 personagens numa casa de 9 cômodos; um dos personagens esconde um dos objetos em um dos cômodos da casa. O objetivo da brincadeira é adivinhar qual objeto foi escondido por qual personagem e em qual cômodo da casa o objeto foi escondido.

Todos os alunos decidiram participar. A cada vez um aluno é sorteado e dá a sua resposta. As respostas devem ser sempre distintas das anteriores, e um mesmo aluno não pode ser

## Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem

---

sorteado mais de uma vez. Se a resposta do aluno estiver correta, ele é declarado vencedor e a brincadeira é encerrada.

O diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há

- a) 10 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- b) 20 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- c) 119 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- d) 260 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.
- e) 270 alunos a mais do que possíveis respostas distintas.

19. (Ucs 2012) Em uma prova, as seis primeiras questões eram do tipo C/E, em que o candidato devia optar entre *certo* ou *errado* para sua resposta. Nas outras quatro questões, o candidato devia escolher, entre três alternativas, a verdadeira.

Quantas sequências de respostas são possíveis na resolução da prova?

- a)  $(6 \cdot 2)^2$
- b)  $(6 \cdot 2) + (4 \cdot 3)$
- c)  $6^2 \cdot 4^3$
- d)  $10^{2+3}$
- e)  $2^6 \cdot 3^4$

20. (Pucrs 2010) Uma melodia é uma sequência de notas musicais. Para compor um trecho de três notas musicais sem repeti-las, um músico pode utilizar as sete notas que existem na escala musical. O número de melodias diferentes possíveis de serem escritas é:

- a) 3
- b) 21
- c) 35
- d) 210
- e) 5040

21. (Insper 2009) Uma empresa possui 1.000 funcionários. No último ano, foram realizadas 2.000 reuniões internas nessa empresa (ou seja, reuniões em que todos os participantes são funcionários). Assim, é correto concluir que nesse ano, necessariamente,

- a) Todos os funcionários da empresa participaram de no mínimo duas reuniões internas.
- b) Houve funcionários da empresa que participaram de uma única reunião interna.
- c) Houve reuniões internas na empresa com apenas dois participantes.
- d) Houve no mínimo duas reuniões internas na empresa com números de participantes diferentes.
- e) Houve no mínimo duas reuniões internas na empresa com o mesmo número de participantes.

22. (Enem 2004) No Nordeste brasileiro, é comum encontrarmos peças de artesanato constituídas por garrafas preenchidas com areia de diferentes cores, formando desenhos. Um artesão deseja fazer peças com areia de cores cinza, azul, verde e amarela, mantendo o mesmo desenho, mas variando as cores da paisagem (casa, palmeira e fundo), conforme a figura.

Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem

---



O fundo pode ser representado nas cores azul ou cinza; a casa, nas cores azul, verde ou amarela; e a palmeira, nas cores cinza ou verde. Se o fundo não pode ter a mesma cor nem da casa nem da palmeira, por uma questão de contraste, então o número de variações que podem ser obtidas para a paisagem é

- a) 6.
- b) 7.
- c) 8.
- d) 9.
- e) 10.

**Gabarito:**

**Resposta da questão 1:**

[B]

Considerando como vogais apenas as letras a, e, i, o e u, há 5 possibilidades para cada letra e 5 possibilidades para cada algarismo. Em consequência, pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é  $5^7 = 78125$ .

**Observação:** O item não considera o acordo ortográfico vigente.

**Resposta da questão 2:**

[D]

Pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é  $4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$ .

**Resposta da questão 3:**

[C]

Como a semana tem 7 dias, para garantir que há pelo menos três pessoas no mesmo dia da semana, é necessário que haja pelo menos  $2 \cdot 7 + 1 = 15$  pessoas no grupo.

**Resposta da questão 4:**

[E]

O cliente pode escolher duas entradas de  $\binom{8}{2} = \frac{8!}{2! \cdot 6!} = 28$  modos, um prato principal de 10 maneiras e uma sobremesa de 5 modos. Portanto, pelo Princípio Multiplicativo, a resposta é  $28 \cdot 10 \cdot 5 = 1400$ .

**Resposta da questão 5:**

[D]

Pelo Princípio Multiplicativo, segue que a resposta é  $2 \cdot 3 \cdot 4 = 24$ .

**Resposta da questão 6:**

[D]

Supondo que todos aparecerão na foto lado a lado, temos 2 possibilidades para os avós e  $P_8 = 8! = 40320$  possibilidades para os netos. Portanto, pelo Princípio Fundamental da Contagem, existem  $2 \cdot 40320 = 80640$  maneiras distintas de fazer a foto.

**Resposta da questão 7:**

[A]

Supondo que ao modificar a ordem das fotos obtemos composições distintas, tem-se que o número de maneiras possíveis de fazer uma composição é dado por

$$P_4 \cdot (5 \cdot 6 \cdot 4)^4 = 24 \cdot 120^4.$$

**Resposta da questão 8:**

**Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem**

---

[E]

Seja  $[x]$  o maior inteiro menor do que ou igual a  $x$ .

Pelo Princípio das Gavetas de Dirichlet, haverá pelo menos

$$\left[ \frac{64-1}{32} \right] + 1 = [1,96875] + 1 = 1 + 1 = 2$$

partidas do torneio que ocorrerão no mesmo dia.

**Resposta da questão 9:**

[A]

Tem-se que  $2013! = 2013 \cdot 2012 \cdot \dots \cdot 1000 \cdot 999!$ . Daí, sendo 1000 um fator de  $2013!$ , podemos garantir que os três últimos algarismos de  $2013!$  são iguais a zero. Portanto, o resultado é zero.

**Resposta da questão 10:**

[A]

Supondo que serão utilizadas apenas as vogais a, e, i, o e u, segue-se, pelo Princípio Multiplicativo, que a resposta é  $10 \cdot 10 = 100$ .

**Observação:** Considerando o acordo ortográfico de 2009, a questão não teria resposta.

**Resposta da questão 11:**

[D]

O número de senhas com 5 algarismos é  $10^5$  e o número de senhas com 6 algarismos é  $10^6$ . Desse modo, o aumento percentual da segurança foi de

$$\frac{10^6 - 10^5}{10^5} \cdot 100\% = \frac{10^5 \cdot (10 - 1)}{10^5} \cdot 100\% \\ = 900\%.$$

**Resposta da questão 12:**

[C]

Existem 5 escolhas para o algarismo das unidades, 8 escolhas para o algarismo das centenas (devemos excluir o zero) e 8 escolhas para o algarismo das dezenas. Portanto, pelo PFC, B possui  $8 \cdot 8 \cdot 5 = 320$  elementos.

**Resposta da questão 13:**

[D]

Existem 6 modos de escolher a cor da primeira parede, 5 para escolher a cor da segunda, 4 de escolher a cor da terceira e 3 de escolher a cor da quarta. Portanto, pelo PFC, existem  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$  maneiras de pintar as paredes de modo que cada uma tenha uma cor distinta.

**Resposta da questão 14:**

[A]

## Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem

---

Para que um número inteiro não seja divisível por 5, seu algarismo das unidades não pode ser 0 ou 5. Como zero não pode ser, temos 8 escolhas para o algarismo das unidades, 8 escolhas para o das dezenas e 7 escolhas para o das centenas. Portanto, pelo PFC, o resultado é  $7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$ .

**Resposta da questão 15:**

[E]

Aplicando o princípio fundamental da contagem, temos:  $4 \cdot 5 \cdot 8 \cdot 6 = 960$ .

**Resposta da questão 16:**

[D]

Existem 4 maneiras de escolher uma mulher da repartição A, e 3 maneiras de escolher um homem da repartição B. Logo, pelo PFC, existem  $4 \cdot 3 = 12$  modos de escolher uma mulher da repartição A e um homem da repartição B.

Por outro lado, existem 6 maneiras de escolher um homem da repartição A, e 7 maneiras de escolher uma mulher da repartição B. Assim, existem  $6 \cdot 7 = 42$  modos de escolher um homem da repartição A e uma mulher da repartição B.

Por conseguinte, é possível ocupar os dois cargos de  $12 + 42 = 54$  maneiras.

**Resposta da questão 17:**

[C]

Pintando um vértice de azul e outro de vermelho em cada aresta, segue que o menor número possível de vértices pintados de vermelho nesse cubo é 4.

**Resposta da questão 18:**

[A]

Pelo PFC, existem  $5 \cdot 6 \cdot 9 = 270$  respostas possíveis. Portanto, o diretor sabe que algum aluno acertará a resposta porque há  $280 - 270 = 10$  alunos a mais do que o número de respostas possíveis.

**Resposta da questão 19:**

[E]

Para as seis primeiras questões existem  $2^6$  sequências possíveis, enquanto que para as quatro últimas há  $3^4$  sequências possíveis. Portanto, pelo PFC, existem  $2^6 \cdot 3^4$  resultados possíveis.

**Resposta da questão 20:**

[D]

$$7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$$

**Resposta da questão 21:**

[E]

**Resposta da questão 22:**

[B]

### Análise Combinatória – princípio fundamental da contagem

---

Se o fundo for azul, teremos 2 escolhas para a casa e 2 escolhas para a palmeira. Se o fundo for cinza, teremos 3 escolhas para a casa e 1 escolha para a palmeira. Portanto, existem  $2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = 7$  variações possíveis.