

# DIVISIBILIDADE

## 1. CRITÉRIOS DE DIVISIBILIDADE

Para saber se um número é divisível por outro, basta efetuar a divisão. Porém existem formas de saber se um número é divisível por outro sem precisar efetuar a divisão. Essas formas são os critérios de divisibilidade:

### Divisibilidade por 2.

Um número é divisível por 2 quando for par, ou seja, quando o algarismo das unidades for igual a 0,2,4,6 ou 8.

#### Exemplos:

- ⊙ Os números 2742, 234572, 111348, 230 são divisíveis por 2, pois são números pares;
- ⊙ Os números 513, 2187 não são divisíveis por 2.

### Divisibilidade por 3.

Um número é divisível por 3 quando a soma de seus algarismos for divisível por 3.

#### Exemplos:

- ⊙ 111111 é divisível por 3 pois a soma de seus algarismos  $1+1+1+1+1+1=6$  e seis é divisível por 3;
- ⊙ 432 é divisível por 3 pois a soma de seus algarismos  $4+3+2=9$  é divisível por 3;
- ⊙ 1621 não é divisível por 3 pois a soma de seus algarismos  $1+6+2+1=10$  e 10 não é divisível por 3.

### Divisibilidade por 4.

Um número é divisível por 4 quando:

- a) Os dois últimos algarismos que o compõe for divisível por 4. Ou
- b) Os dois últimos algarismos que o compõe forem iguais a zero.

#### Exemplos:

- ⊙ 316 é divisível por 4 pois seus dois últimos algarismos, que é 16, é divisível por 4;
- ⊙ 1000 é divisível por 4 pois os seus dois últimos algarismos são iguais a zero;
- ⊙ 215 não é divisível por 4, pois os dois últimos algarismos, 15, não é divisível por 4.

### Divisibilidade por 5.

Um número é divisível por 5 quando termina em 0 ou 5.

#### Exemplos:

- ⊙ 115 é divisível por 5, pois termina em 5;
- ⊙ 230 é divisível por 5, pois termina em 0;
- ⊙ 211 não é divisível por 5, pois não termina em 0 e nem em 5.

### Divisibilidade por 6.

Um número é divisível por 6 quando for divisível por 2 e por 3 ao mesmo tempo.

#### Exemplos:

- ⊙ 702 é divisível por 6, pois 702 é par, logo divisível por 2 e a soma de seu algarismos  $7+0+2=9$ , logo divisível por 3;
- ⊙ 104 é divisível por 2, porém 104 não é divisível por 3, logo 104 não é divisível por 6.

### Divisibilidade por 9.

Um número é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos for divisível por 9.

#### Exemplos:

- ⊙ 423 é divisível por 9, pois  $4+2+3=9$  e 9 é divisível por 9;
- ⊙ 112 não é divisível por 9, pois a soma de seus algarismos  $1+1+2=4$ , e 4 não é divisível por 9.

### Divisibilidade por 10, 100, 1000,...

Um número é divisível por 10 quando termina em zero, em 100 quando termina em dois zeros, em 1000 quando termina em três zeros, etc.

#### Exemplos:

- ⊙ 30 é divisível por 10, pois termina em zero;
- ⊙ 200 é divisível por 100, pois termina com dois zeros;
- ⊙ 432000 é divisível por 1000, pois termina em três zeros.

## 2. MÚLTIPLOS

Múltiplo de um número é o produto desse número por outro número natural qualquer.

Sabemos que  $30 = 3 \times 10$  ou que  $30 : 3 = 10$  ou  $30 : 10 = 3$ . Dizemos que 30 é divisível por 3 e por 10, logo 30 é um múltiplo de 3 e de 10. Assim como  $15 = 3 \cdot 5$  diremos que 15 é um múltiplo de 3 e 5.

Para encontrar o conjunto dos múltiplos de um número, basta multiplicá-lo pelos elementos dos conjuntos dos números naturais.

#### Exemplo:

Encontrar os múltiplos de 3.

$$\left. \begin{array}{l} 3 \times 0 = 0 \\ 3 \times 1 = 3 \\ 3 \times 2 = 6 \\ 3 \times 3 = 9 \\ \vdots \quad \quad \quad \vdots \end{array} \right\} M(3) = \{0, 3, 6, 9, \dots\}$$

é o conjunto dos múltiplos de 3.

## 3. DIVISORES

Um número natural  $a$  é divisor de outro número natural  $b$ , quando  $b$  for divisível por  $a$ .

#### Exemplos:

- 1) 5 é um divisor de 20, pois 20 é divisível por 5.

$$\begin{array}{r} 20 \overline{) 5 \quad \quad} \\ \underline{0 \quad 4} \end{array}$$

- 2) 3 é um divisor de 15, pois 15 é divisível por 3.

$$\begin{array}{r} 15 \overline{)3} \\ 0 \ 5 \end{array}$$

Para achar todos os divisores de um número natural, devemos dividi-lo por todos os naturais menores do que ele, inclusive ele, cujas divisões sejam exatas.

**Exemplo:**

Achar os divisores de 12.

$$\begin{array}{l} 12 : 1 = 12 \\ 12 : 2 = 6 \\ 12 : 3 = 4 \\ 12 : 4 = 3 \\ 12 : 5 = \text{Não é exata} \\ 12 : 6 = 2 \\ 12 : 7 = \\ 12 : 8 = \\ 12 : 9 = \\ 12 : 10 = \\ 12 : 11 = \\ 12 : 12 = 1 \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 12 : 7 = \\ 12 : 8 = \\ 12 : 9 = \\ 12 : 10 = \\ 12 : 11 = \end{array}} \right\} \text{Não exatas}$$

Logo, os divisores de 12 são:

$$D(12) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}.$$

#### 4. NÚMEROS PRIMOS

Um número natural é chamado um número primo quando possuir apenas dois divisores naturais, o 1 e ele mesmo.

**Exemplos:**

$$\begin{array}{l} 2, \text{ pois } D(2) = \{1, 2\} \\ 3, \text{ pois } D(3) = \{1, 3\} \\ 5, \text{ pois } D(5) = \{1, 5\} \\ 7, \text{ pois } D(7) = \{1, 7\} \end{array}$$

#### 5. DECOMPOSIÇÃO EM FATORES PRIMOS

Todo número composto (nome dado ao número que não é primo) pode ser decomposto em um produto de fatores primos.

**Exemplos:**

$$\begin{array}{l} 4 = 2 \cdot 2 \\ 6 = 2 \cdot 3 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 15 = 3 \cdot 5 \end{array}$$

##### 5.1) Dispositivo prático

Para decompor um número em fatores primos, devemos dividi-lo pelo seu menor divisor primo. Até encontrar quociente igual a 1.

**Exemplo:**

Decompor 60 em fatores primos.

$$\begin{array}{r} 60 \overline{)2} \\ 30 \overline{)2} \\ 15 \overline{)3} \\ 5 \overline{)5} \\ 1 \end{array}$$

$$\text{Logo } 60 = \underbrace{2 \cdot 2}_{2^2} \cdot 3 \cdot 5 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$$

#### 6. MMC (MÍNIMO MÚLTIPLO COMUM)

O mínimo múltiplo comum entre dois, ou mais, números é o menor múltiplo comum desses números, exceto o zero.

**Exemplo:**

Determinar o mmc entre 8 e 12 isto é, determinar  $\text{mmc}(8, 12)$ .

$$M(8) = \{0, 8, 16, 24, 32, \dots\}$$

$$M(12) = \{0, 12, 24, 36, \dots\}$$

Múltiplos comuns: 0, 24, 28, ...

$$\text{Menor múltiplo comum, ou } \text{mmc}(8, 12) = \{24\}$$

##### 6.1) Dispositivo prático

Para determinar o mmc através do dispositivo prático, basta fazer a fatoração simultânea.

**Exemplo:**

Determinar o  $\text{mmc}(8, 12)$ .

Fatoramos simultaneamente 8 e 12 assim:

$$\begin{array}{r} 8, 12 \overline{)2} \\ 4, 6 \overline{)2} \\ 2, 3 \overline{)2} \\ 1, 3 \overline{)3} \\ 1, 1 \overline{)2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24} \end{array}$$

$$\text{Portanto } \text{m.m.c}(8, 12) = 24$$

#### 7. MDC (MÁXIMO DIVISOR COMUM)

O máximo divisor comum entre dois, ou mais, números, é o maior divisor comum entre eles.

**Exemplo:**

Determinar o  $\text{m.d.c}(8, 12)$

$$D(8) = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$D(12) = \{1, 2, 4, 6, 12\}$$

Divisores comuns entre 8 e 12 :  $\{1, 2 \text{ e } 4\}$

$$\text{Máximo divisor comum } \text{mdc}(8, 12) = \{4\}$$

##### 7.1) Método prático para a determinação do MDC

Para encontrar o  $\text{m.d.c}$ , basta pegarmos os fatores primos comuns de menor expoente e multiplicar.

**Exemplo:**

Determinar o  $\text{m.d.c}(300, 280)$

$$\begin{array}{r} 300 \overline{)2} \\ 150 \overline{)2} \\ 75 \overline{)3} \\ 25 \overline{)5} \\ 5 \overline{)5} \\ 1 \end{array} \quad \begin{array}{r} 280 \overline{)2} \\ 140 \overline{)2} \\ 70 \overline{)3} \\ 35 \overline{)5} \\ 7 \overline{)7} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2 \\ 280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7 \end{array}$$

Então,  $m.d.c(300,280) = 2^2 \cdot 5 = 4 \cdot 5 = 20$

## EXERCÍCIOS

1 Considere a tabela abaixo e responda:

350	165	512
126	576	1025
1080	240	891

- a) Quais são os divisíveis por 2?  
 b) Quais são os divisíveis por 3?  
 c) Quais são os divisíveis por 4?  
 d) Quais são os divisíveis por 5?  
 e) Quais são os divisíveis por 6?  
 f) Quais são os divisíveis por 9?  
 g) Quais são os divisíveis por 10?
- 
- 2 Julgue os itens em verdadeiro (V) ou falso (F).  
 ① 128 é divisor e múltiplo de 128.  
 ② 1 é divisor e múltiplo de 10.  
 ③ 6295 é múltiplo de 5.  
 ④ O único múltiplo de 1 é 1.  
 ⑤ 6200 é múltiplo de 12.
- 
- 3 Se um número é múltiplo de outro, então o m.m.c. entre eles é:  
 a) O produto deles.  
 b) O quociente deles.  
 c) A soma deles.  
 d) O maior deles.  
 e) O menor deles.
- 
- 4 A soma entre o m.m.c. e o m.d.c. dos números 120 e 36 é  
 a) 348  
 b) 360  
 c) 372  
 d) 380  
 e) 390
- 
- 5 Considere que  $5X6$  seja um número natural de 3 algarismos. Qual o algarismo de menor valor absoluto que devemos colocar no lugar do X, para que o número resultante seja divisível por 2, por 3 e por 4?  
 a) 0  
 b) 1  
 c) 2  
 d) 3  
 e) 4
- 
- 6 Qual é o número natural que decomposto em fatores primos fica assim:  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ?  
 a) 1260  
 b) 590  
 c) 630  
 d) 860  
 e) 980

- 7 Dois números decompostos em fatores primos são expressos da seguinte forma:  $2^3 \times 3 \times 5$  e  $2^4 \times 3^3 \times 5^2 \times 7$ . Qual é o número que representa o m.d.c. desses números?  
 a) 80  
 b) 90  
 c) 100  
 d) 110  
 e) 120
- 
- 8 A quantidade de bichinhos de pelúcia que Fernanda tem, é menor que 50. Separando-os em grupos de 5, sobram 3 e separando-os em grupos de 9 sobram 2. Quantos bichinhos de pelúcia Fernanda tem?  
 a) 35  
 b) 36  
 c) 37  
 d) 38  
 e) 39
- 
- 9 (Unifacs-BA) O número de alunos de uma sala de aula é menor que 50. Formando-se equipes de 7 alunos, sobram 6. Formando-se equipes de 9 alunos, sobram 5. nessas condições, se forem formadas equipes de 8 alunos, o número de alunos que sobra é:  
 a) 1  
 b) 2  
 c) 3  
 d) 4  
 e) 5
- 
- 10 Na decomposição em fatores primos do número 96 aparecem:  
 a) Três fatores 2.  
 b) Quatro fatores 2.  
 c) Cinco fatores 2.  
 d) Dois fatores 3.  
 e) Três fatores 3.
- 
- 11 (UnB) Quatro pessoas saem de uma praça a caminhar numa mesma hora. Elas repetirão várias vezes o mesmo percurso, e seus percursos duram respectivamente, 5 min, 9 min, 10 min e 15 min. Após quantos minutos elas estarão juntas na praça pela primeira vez?
- 
- 12 (FUVEST) No alto de uma torre de uma emissora de televisão duas luzes "pisca" com frequência diferentes. A primeira "pisca" 15 vezes por minuto e a segunda "pisca" 10 vezes por minuto. Se num certo instante as luzes piscam simultaneamente, após quantos segundos elas voltarão a piscar simultaneamente?  
 30  
 20  
 15  
 12  
 10

- 13 (UNICAMP) Três líquidos diferentes A, B e C, devem ser distribuídos em barris iguais. Há 108 litros do líquido A, 96 litros do B e 72 litros do C. para que o número de barris seja o menor possível.
- Qual deve ser a capacidade de cada barril?
  - Quantos barris serão necessários para conter cada um dos líquidos?

- 14 (UFMG) José decidiu nadar, regularmente, de quatro em quatro dias. Começou a fazê-lo em um sábado; nadou pela segunda vez na quarta-feira seguinte e assim por diante. Nesse caso, na centésima vez que José for nadar, será:
- Segunda-feira.
  - Terça-feira.
  - Quarta-feira.
  - Quinta-feira.
  - Sexta-feira.

- 15 (PUC) Dois livros, um dos quais tem 256 páginas e o outro 160 páginas, são formados por capítulos com o mesmo número de páginas (superior a 10 e inferior a 50). Cada capítulo:
- Pode ter 32 páginas.
  - Pode ter 24 páginas.
  - Tem 16 páginas.
  - Tem 18 páginas.
  - Nenhuma das alternativas.

15 A

### GABARITO

- 1
- 350, 126, 1080, 576, 240 e 512.
  - 126, 1080, 165, 576, 240 e 891.
  - 1080, 576, 240 e 512.
  - 350, 1080, 240, 165 e 1025.
  - 126, 1080, 576 e 240.
  - 126, 1080, 576 e 891.
  - 350, 1080 e 240.
- 2 V, F, V, V, F
- 3 D
- 4 C
- 5 B
- 6 A
- 7 E
- 8 D
- 9 A
- 10 C
- 11 90
- 12 D
- 13
- 12
  - 9, 8 e 6
- 14 C

