1. (G1 - utfpr 2018) Assinale a alternativa que apresenta a solução da equação biquadrada $x^4 + x^2 - 6 = 0,$ no conjunto dos números reais.

a) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}.$
b) $\left\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right\}.$
c) $\left\{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\right\}.$
d) $\left\{-\frac{\sqrt{2}}{3}, \frac{\sqrt{2}}{3}\right\}.$
e) $\left\{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\right\}.$

2. (Pucrj 2017) Sabemos que $(\sqrt{1+c})(\sqrt{1-c}) = 1.$

Assinale o valor de $c.$

a) 2
b) $\frac{1}{2}$
c) 1
d) 0
e) $\frac{1}{3}$

3. (Espm 2017) A soma das raízes da equação $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{6}$ é igual a:

a) 1
b) 4
c) -3
d) 0
e) -1

4. (G1 - utfpr 2016) Considerando que o valor da raiz positiva da equação $x^4 + 16 = 8x^2$ é numericamente igual a $1/21$ da minha idade, assinale quantos anos tenho.

a) 21.
b) 41.
c) 42.
d) 81.
e) 82.

5. (G1 - ifsul 2016) Equações biquadradas é uma equação escrita da seguinte forma geral:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0.$$

Para encontrarmos as suas raízes, é preciso transformá-las em uma equação do segundo grau, que pode ser resolvida pela fórmula de Bhaskara Akaria (matemático que viveu na Índia meados do século XII).

Portanto a soma das raízes da equação $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$ é

a) 0
b) -10
c) 2
d) 9

6. (Uece 2015) O conjunto das soluções da equação $\sqrt{3x-2} = \sqrt{x} + 2$ é formado por

a) uma única raiz, a qual é um número real.
b) duas raízes reais.
c) duas raízes complexas.
d) uma raiz real e duas complexas.

7. (Espm 2014) As soluções da equação $\frac{x+3}{x-1} = \frac{3x+1}{x+3}$ são dois números:

a) primos
b) positivos
c) negativos
d) pares
e) ímpares

8. (G1 - utfpr 2014) O conjunto solução S da equação $\sqrt{x+3} = x - 3,$ é:

a) $S = \{6\}.$
b) $S = \{1, 6\}.$
c) $S = \{3\}.$
d) $S = \varnothing.$
e) $S = \{4\}.$

9. (G1 - utfpr 2012) A equação irracional $\sqrt{9x-14} = 2$ resulta em x igual a:

a) –2.
b) –1.
c) 0.
d) 1.
e) 2.

10. (G1 - col. naval 2011) Dois números reais não simétricos são tais que a soma de seus quadrados é

10 e o quadrado de seu produto é 18. De acordo com essas informações, a única opção que contém pelo menos um desses dois números é:

a) $\{x \in \Re \mid -1 \leq x \leq 1\}$
b) $\{x \in \Re \mid 1 \leq x \leq 3\}$
c) $\{x \in \Re \mid 3 \leq x \leq 5\}$
d) $\{x \in \Re \mid 5 \leq x \leq 7\}$
e) $\{x \in \Re \mid 7 \leq x \leq 9\}$

Gabarito:

Resposta da questão 1:
[C]

$x^4 + x^2 - 6 = 0$

Considerando $x^2 = y,$ temos:

$y^2 - y - 6 = 0$
$\Delta = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)$
$\Delta = 25$
$y = \dfrac{-1 \pm 5}{2}$
$y = \dfrac{-1+5}{2} = 2$ ou $y = \dfrac{-1-5}{2} = -3$

Fazendo $x^2 = y,$ temos:

$x^2 = -3$ (x não é real)
$x^2 = 2 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$

Resposta da questão 2:
[D]

De $\sqrt{1+c}$ e $\sqrt{1-c},$
$1+c \geq 0$ e $1-c \geq 0,$ ou seja, $c \geq -1$
De $\left(\sqrt{1+c}\right) \cdot \left(\sqrt{1-c}\right) = 1,$
$\sqrt{(1+c) \cdot (1-c)} = 1$
$\sqrt{1^2 - c^2} = 1$
$1 - c^2 = 1$
$c^2 = 0$
$c = 0$

Resposta da questão 3:
[E]

Sendo $x \neq -1$ e $x \neq 0,$ temos

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}=\frac{1}{6}\Rightarrow 6(x+1)-6x=x(x+1)$$
$$\Leftrightarrow x^2+x-6=0.$$

Portanto, pelas Relações de Girard, segue que o resultado é $-1.$

Resposta da questão 4:
[C]

$$x^4+16=8x^2\to x^4-8x^2+16=0$$
$$x^2=y\to y^2-8y+16=0\to y=x^2=4\to x=\pm 2$$
$$2=\frac{\text{idade}}{21}\to \text{idade}=42$$

Resposta da questão 5:
[A]

Pelas Relações de Girard:
$$x_1+x_2+x_3+x_4=-\frac{b}{a}=-\frac{0}{1}=0$$

Ou ainda:
$$x^4-10x^2+9=0$$
$$x^2=y$$
$$y^2-10y+9=0\to\begin{cases}y=1\to x=\pm 1\\ y=9\to x=\pm 3\end{cases}$$

Resposta da questão 6:
[A]

Tem-se que

$$\sqrt{3x-2}=\sqrt{x}+2\Rightarrow 3x-2=x+4\sqrt{x}+4$$
$$\Rightarrow x-3=2\sqrt{x}$$
$$\Rightarrow x^2-10x+9=0$$
$$\Leftrightarrow x=1 \text{ ou } x=9.$$

Substituindo na equação original, concluímos que apenas $x=9$ é solução. Portanto, a equação possui uma única raiz, a qual é um número real.

Resposta da questão 7:
[E]

Tem-se que

$$\frac{x+3}{x-1}=\frac{3x+1}{x+3}\Leftrightarrow x^2+6x+9=3x^2-3x+x-1$$
$$\Leftrightarrow x^2-4x-5=0$$
$$\Leftrightarrow x=5 \text{ ou } x=-1.$$

Portanto, as soluções da equação são dois números ímpares.

Resposta da questão 8:
[A]

$$\sqrt{x+3}^{2} = (x-3)^2$$
$$x+3 = x^2 - 6x + 9$$
$$x^2 - 7x + 6 = 0$$

Logo, x = 1 ou x = 6.

Verificação:
x = 1: $\sqrt{1+3} = -2$ (não convém)

x = 6: $\sqrt{6+3} = 3$ (convém)

Logo, o conjunto solução da equação é $S = \{6\}$.

Resposta da questão 9:
[E]

$$\sqrt{9x-14} = 2 \Rightarrow 9x - 14 = 4 \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow x = 2.$$

Verificação:
$\sqrt{9 \cdot 2 - 14} = 2(V)$.

Logo, x = 2 é solução da equação.

Resposta da questão 10:
[B]

Sejam a e b dois números reais não simétricos.
De acordo com as informações do enunciado, obtemos o sistema

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ (a \cdot b)^2 = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 10 \\ b^2 = \dfrac{18}{a^2} \end{cases}.$$

Logo,

$$\begin{aligned} a^2 + \frac{18}{a^2} = 10 &\Rightarrow a^4 - 10a^2 + 18 = 0 \\ &\Rightarrow (a^2 - 5)^2 = 7 \\ &\Rightarrow a^2 = 5 \pm \sqrt{7} \\ &\Rightarrow a = \pm\sqrt{5 \pm \sqrt{7}}. \end{aligned}$$

Daí,

$$\begin{aligned} b^2 = \frac{18}{a^2} \Rightarrow b^2 &= \frac{18}{5 \pm \sqrt{7}} \cdot \frac{5 \mp \sqrt{7}}{5 \mp \sqrt{7}} = \frac{18(5 \mp \sqrt{7})}{18} \\ &\Rightarrow b = \pm\sqrt{5 \pm \sqrt{7}}. \end{aligned}$$

Como $\sqrt{7} \cong 2{,}6$, $\pm\sqrt{5+\sqrt{7}} \cong \pm\sqrt{5+2{,}6} \cong \pm\sqrt{7{,}6}$ e $\pm\sqrt{5-\sqrt{7}} \cong \pm\sqrt{5-2{,}6} \cong \pm\sqrt{2{,}4}$, então

$\sqrt{1} < \sqrt{2,4} < \sqrt{4} \Leftrightarrow 1 < \sqrt{2,4} < 2,$

$-\sqrt{4} < -\sqrt{2,4} < -\sqrt{1} \Leftrightarrow -2 < -\sqrt{2,4} < -1,$

$\sqrt{4} < \sqrt{7,6} < \sqrt{9} \Leftrightarrow 2 < \sqrt{7,6} < 3$ e

$-\sqrt{9} < -\sqrt{7,6} < -\sqrt{4} \Leftrightarrow -3 < -\sqrt{7,6} < -2.$

Portanto, como $\sqrt{2,4}$ e $\sqrt{7,6} \in 1 \leq x \leq 3,$ segue que a opção correta é a (b).