

Exercícios: Fatoração e Produtos Notáveis

Prof. André Augusto

1. FATORANDO EXPRESSÕES E CALCULANDO PRODUTOS NOTÁVEIS

Exercício 1. Desenvolva os seguintes produtos notáveis:

- (a) $(3a + 2)^2$ (b) $(ab + 3)^2$ (c) $(5ab + 2b)^2$ (d) $(3 + y)^2$ (e) $(x + 7)^2$ (f) $(a - 3)^2$ (g) $(ax - 7)^2$
(h) $(2xy - 2yz)^2$ (i) $(z - 3)^2$ (j) $(y - 4x)^2$ (k) $(3a + 1) \cdot (3a - 1)$ (l) $(ab + 2) \cdot (ab - 2)$
(m) $(5a + y) \cdot (5a - y)$ (n) $(2 + y) \cdot (2 - y)$ (o) $(a + 3)^3$ (p) $(2a + 1)^3$ (q) $(x - 5)^3$ (r) $(2b - 2)^3$

Exercício 2. Fatore ao máximo as seguintes expressões, se possível, utilizando a fatoração por fator comum em evidência ou a fatoração por agrupamento ou a fatoração por produtos notáveis:

- (a) $2x + 2$ (b) $x^2 - 1$ (c) $ax^3 + bx^2 + ax + b$ (d) $3a + 6ab$ (e) $xyz + 7z$ (f) $xyz + abc$ (g) $3a + 9$
(h) $x^2 - 25$ (i) $2x^3 + 3x^2 + 4x + 6$ (j) $x^2 + 6x + 9$ (k) $x^4 - 1$ (l) $4x^2 - 4x + 1$ (m) $7x + 14x^2$
(n) $2x^2 - 5x^2$ (o) $3x^2ay + 2ax + 3xyb + 2b$ (p) $a^2 + ab - a$ (q) $x^2 - 16$ (r) $x^2 - 2x + 1$
(s) $a^3 - 3a^2 - 4a + 12$ (t) $12xyz + 14xyde + 6yz$ (u) $9x^2 + 12x + 4$ (v) $a^2 + ab$ (w) $x^2 - 6x + 9$
(x) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$ (y) $a^2b^2 - 6ab^2 + 9b^2$ (z) $x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$

2. TESTES DE VESTIBULARES

Exercício 3 (VUNESP). Dado que $a + b = 5$ e $ab = 2$, qual é o valor numérico de $a^2 + b^2$?

- (a) 5 (b) 2 (c) 10 (d) 21 (e) 25

Exercício 4 (FGV). Sendo $x = 2,771$ e $y = 0,271$ qual é o valor numérico de $\frac{x^3 - y^3}{x^2 + xy + y^2}$?

Exercício 5 (FGV). Simplificando-se a fração $\frac{m^2 + m}{5m^2 + 10m + 5}$ obtém-se:

- (a) $\frac{1}{11}$ (b) $\frac{m}{5(m+1)}$ (c) $\frac{m}{5(m-1)}$ (d) $\frac{m+1}{5m}$ (e) $\frac{m-1}{5m}$

Exercício 6 (Faculdade de Educação - BA). Sabe-se que $a + b = ab = 10$. Então, o valor de $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ é:

- (a) 2 (b) 4 (c) 8 (d) 16 (e) 20

Exercício 7 (FATEC). Sendo a e b dois números reais, com $a \neq \pm b \neq 0$, a expressão $\frac{a+b}{a^2-ab} \cdot \frac{a^2b-ab^2}{a^2b-b^3}$ é equivalente a:

- (a) 1 (b) $\frac{1}{a-b}$ (c) $\frac{1}{a+b}$ (d) $a-b$ (e) $a+b$

Exercício 8 (U.E. FEIRA DE SANTANA). Simplificando a expressão $\frac{x^2 + xy}{xy - y^2} \cdot \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2 + 2xy}$ obtém-se:

- (a) $\frac{1}{x^2 + y^2}$ (b) $\frac{1}{x^2 + y^2 + 3xy}$ (c) $\frac{2x^2 + x}{x^2 + y^2 + xy}$ (d) $\frac{x^2}{2y}$ (e) $\frac{x}{y}$

Exercício 9 (FUVEST). O valor de $\sqrt[3]{\frac{2^{28} + 2^{30}}{10}}$ é:

- (a) $\left(\frac{2}{5}\right)^8$ (b) $\left(\frac{2}{5}\right)^2$ (c) 2^8 (d) 2^9 (e) $\left(\frac{2^{58}}{10}\right)^{\frac{1}{3}}$

Exercício 10 (FMJ). Qual o valor numérico da expressão $a^3 - b^3 + 3ab^2 - 3a^2b$ para $a = \frac{\sqrt[3]{3} + 2}{\sqrt[3]{2}}$ e $b = \frac{\sqrt[3]{3} - 2}{\sqrt[3]{2}}$?

Exercício 11 (UNIFOR). A expressão $\frac{2x^2 + x + 3}{x^2 + 2x + 1} - \frac{x + 2}{x + 1}$, com $x \neq 1$ é equivalente a:

- (a) $\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^2$ (b) $\frac{x-1}{x+1}$ (c) 1 (d) $\frac{x^2 + 4x + 5}{(x+1)^2}$ (e) $\frac{x+5}{x+1}$

Exercício 12 (UNILUS). Efetuando $934287^2 - 934286^2$ obtém-se:

- (a) 1868573 (b) 1975441 (c) 2 (d) 1 (e) n.d.a

Exercício 13 (UFRS). A expressão que deve ser somada a $a^2 + 6a^2b^2 - 12a^2b$, para que resulte o quadrado de $(2a - 3ab)$ é:

- (a) $3a^2 + 3a^2b^2$ (b) $a^2 - 9a^2b^2 + 12a^2b$ (c) $-3a^2 - 3a^2b^2$ (d) $3a^2 + 3a^2b^2 + 24a^2b$
(e) $3a^2 + 3a^2b^2 - 24a^2b$

Exercício 14 (ESPM). Seja $p = \frac{97831343 \cdot 9781347}{9781344 \cdot 9781346 - 3}$. O valor de p é igual a:

- (a) 0 (b) 1 (c) $\frac{1}{2}$ (d) $\frac{3}{2}$ (e) 2

Exercício 15 (IF-BA). O valor da expressão

$$\left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{9}\right) \left(1 + \frac{1}{81}\right) \left(1 + \frac{1}{6561}\right)$$

é:

- (a) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$ (b) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8$ (c) $1 + \left(\frac{1}{3}\right)^8$ (d) $1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$ (e) $1 + \left(\frac{1}{3}\right)^{18}$

Exercício 16 (UFMG). Considere o conjunto de todos os valores de x e y para os quais a expressão

$$M = \frac{\frac{x^2}{y^2} - \frac{y^2}{x^2}}{\frac{1}{x^2} + \frac{2}{xy} + \frac{1}{y^2}}$$

está definida. Nesse conjunto, a expressão equivalente a M é:

- (a) $(x-y)(x+y)$ (b) $(x-y)(x^2+y^2)$ (c) $\frac{x-y}{x^2+y^2}$ (d) $\frac{x-y}{x+y}$ (e) $\frac{(x-y)(x^2+y^2)}{x+y}$

Exercício 17 (VUNESP). Sejam x e y dois números reais não nulos e distintos entre si. Das alternativas abaixo, a única necessariamente verdadeira é:

- (a) $-x < y$ (b) $x < x + y$ (c) $y < xy$ (d) $x^2 \neq y^2$ (e) $x^2 - 2xy + y^2 > 0$

Exercício 18 (Mackenzie). Simplificando a expressão $\frac{2^{n+4} - 2 \cdot 2^n}{2 \cdot 2^{n+3}}$, obtém-se:

- (a) $\frac{1}{2}$ (b) $\frac{1}{4}$ (c) $\frac{7}{8}$ (d) $\frac{3}{4}$ (e) $\frac{5}{8}$

Exercício 19 (FUVEST). A diferença entre os quadrados da soma de dois números naturais é 21. Um dos possíveis valores da soma dos quadrados desses dois números é:

- (a) 29 (b) 97 (c) 132 (d) 184 (e) 252

3. DESAFIOS

Exercício 20. Seja $a = b = 1$. Ache onde está o erro na fatoração de $a^2 - ab = a^2 - b^2$, como mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} a^2 - ab &= a^2 - b^2 \\ a \cdot (a - b) &= (a + b) \cdot (a - b) \\ a &= a + b \end{aligned}$$

Substituindo a e b por 1, como dito no enunciado, temos:

$$1 = 1 + 1 \Rightarrow 1 = 2, \text{ um absurdo.}$$

Exercício 21 (UNICAMP). Sejam a e b números inteiros e seja $N(a, b)$ a soma do quadrado da diferença entre a e b com o dobro do produto de a por b .

- (a) Calcule $N(3, 9)$
- (b) Calcule $N(a, 3a)$ e diga qual é o algarismo final de $N(a, 3a)$ para qualquer número a inteiro.

Gabarito:

1. (a) $9a^2 + 12a + 4$ (b) $a^2b^2 + 6ab + 9$ (c) $25a^2b^2 + 20ab^2 + b^2$ (d) $9 + 6y + y^2$ (e) $x^2 + 14x + 49$ (f) $a^2 - 6a + 9$ (g) $a^2x^2 - 14ax + 49$ (h) $4x^2y^2 - 8xy^2z + 4y^2z^2$ (i) $z^2 - 6x + 9$ (j) $y^2 - 8xy + 16x^2$ (k) $9a^2 - 1$ (l) $a^2b^2 - 4$ (m) $25a^2 - y^2$ (n) $4 - y^2$ (o) $a^3 + 9a^2 + 27a + 27$ (p) $8a^3 + 12a^2 + 6a + 1$ (q) $x^3 - 15x^2 + 75x - 125$ (r) $8b^3 - 24b^2 + 24b - 8$
2. (a) $2 \cdot (x + 1)$ (b) $(x + 1) \cdot (x - 1)$ (c) $(ax + b) \cdot (x^2 + 1)$ (d) $3a \cdot (1 + 6b)$ (e) $z \cdot (xy + 7)$ (f) Não há como fatorar (g) $3 \cdot (a + 3)$ (h) $(x + 5) \cdot (x - 5)$ (i) $(2x + 3) \cdot (x^2 + 2)$ (j) $(x + 3)^2$ (k) $(x^2 + 1) \cdot (x^2 - 1)$ (l) $(2x - 1)^2$ (m) $7x \cdot (1 + 2x)$ (n) $-3x^2$ (o) $(ax + b) \cdot (3xy + 2)$ (p) Não há como fatorar (q) $(x + 4) \cdot (x - 4)$ (r) $(x - 1)^2$ (s) $(a^2 - 4) \cdot (a - 3)$ (t) $2y \cdot (6xz + 7xde + 3z)$ (u) $(3x + 2)^2$ (v) $a \cdot (a + b)$ (w) $(x - 3)^2$ (x) $(x + y)^2$ (y) $(ab - 3b)^2$ (z) $(x + y)^3$
3. (D)
4. 2, 5
5. (B)
6. (C)
7. (B)
8. (E)
9. (D)
10. 32
11. (A)
12. (A)
13. (A)
14. (B)
15. (A)
16. (E)
17. (E)
18. (C)
19. (A)
20. Observe que, da segunda para a terceira linha, dividimos a equação inteira por $(a - b)$ (ou seja, “cancelamos” o fator $(a - b)$). Isto não pode acontecer, já que, no enunciado, foi dito que $a = b$. Dessa maneira, $(a - b) = 0$ e, por causa disso, naquela passagem estamos a dividir por zero, o que não é possível!
21. (a) 90 (b) zero