

Lista de Exercícios - Determinante

Módulo / Equações Modulares / Inequações Modulares / Função Modular

Professor: Pedro Bittencourt

Parte 1/3

A.268 Resolver as seguintes equações em $\mathbb{R}$:

- a) $|x + 2| = 3$
- b) $|3x - 1| = 2$
- c) $|4x - 5| = 0$
- d) $|2x - 3| = -1$
- e) $|x^2 - 3x - 1| = 3$
- f) $|x^2 - \frac{5}{2}x - \frac{1}{4}| = \frac{5}{4}$
- g) $|x^2 - 4x + 5| = 2$

A.269 Resolver em $\mathbb{R}$ as seguintes equações:

- a) $|3x + 2| = |x - 1|$
- b) $|4x - 1| - |2x + 3| = 0$
- c) $|x^2 + x - 5| = |4x - 1|$
- d) $|x^2 + 2x - 2| = |x^2 - x - 1|$

A.270 Resolver as seguintes equações em $\mathbb{R}$:

- a) $|x - 2| = 2x + 1$
- b) $|3x + 2| = 2x - 3$
- c) $|2x - 5| = x - 1$
- d) $|2x^2 + 15x - 3| = x^2 + 2x - 3$
- e) $|3x - 2| = 3x - 2$
- f) $|4 - 3x| = 3x - 4$

A.271 Resolver em $\mathbb{R}$ as inequações abaixo:

- | | |
|-------------------------|-----------------------|
| a) $ 3x - 2 < 4$ | b) $ 2x - 3 \leq 1$ |
| c) $ 4 - 3x \leq 5$ | d) $ 3x + 4 \leq 0$ |
| e) $ 2x + 4 < -3$ | f) $ 2x - 1 > 3$ |
| g) $ 5x + 4 \geq 4$ | h) $ 2 - 3x \geq 1$ |
| i) $ 3x - 5 > 0$ | j) $ 4x - 7 \geq -1$ |
| k) $1 < x - 1 \leq 3$ | |

A.272 Resolver as inequações seguintes em $\mathbb{R}$:

a) $|x^2 - 5x + 5| < 1$

c) $|x^2 - 5x| \geq 6$

e) $\left| \frac{2x - 3}{3x - 1} \right| > 2$

g) $||x| - 2| > 1$

i) $||2x - 1| - 4| \leq 3$

b) $|x^2 - x - 4| > 2$

d) $|x^2 - 3x - 4| \leq 6$

f) $\left| \frac{x + 1}{2x - 1} \right| \leq 2$

h) $||2x + 1| - 3| \geq 2$

A.274 Resolver em $\mathbb{R}$ as seguintes inequações:

a) $|x - 1| - 3x + 7 \leq 0$

c) $|3x - 2| + 2x - 3 \leq 0$

e) $|3x - 4| + 2x + 1 < 0$

g) $|x^2 - 6x + 5| + 1 < x$

b) $|2x + 1| + 4 - 3x > 0$

d) $|x + 1| - x + 2 \geq 0$

f) $|x^2 - 4x| - 3x + 6 \leq 0$

A.277 Resolver as seguintes inequações em $\mathbb{R}$:

a) $|x + 2| - |x - 3| > x$

c) $|x - 2| - |x + 4| \leq 1 - x$

e) $|x + 2| + |2x - 2| > x + 8$

g) $|x - 2| - |x + 3| > x^2 - 4x + 3$

b) $|3x + 2| - |2x - 1| > x + 1$

d) $|x + 2| + |2x - 3| < 10$

f) $3(|x + 1| - |x - 1|) \leq 2x^2 - 4x$

Gabarito:

A.268 a) $S = \{1, -5\}$

b) $S = \{1, -\frac{1}{3}\}$

c) $S = \{\frac{5}{4}\}$

d) $S = \emptyset$

e) $S = \{-1, 1, 2, 4\}$

f) $S = \{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 2, 3\}$

g) $S = \{1, 3\}$

A.269 a) $S = \{-\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\}$

b) $S = \{2, -\frac{1}{3}\}$

c) $S = \{-6, -1, 1, 4\}$

d) $S = \{-\frac{3}{2}, \frac{1}{3}, 1\}$

A.270 a) $S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$

b) $S = \emptyset$

c) $S = \{4, 2\}$

d) $S = \{-13, -6\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{2}{3}\}$

f) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{4}{3}\}$

A.271 a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{2}{3} < x < 2\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x \leq 2\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{3} \leq x \leq 3\}$

d) $S = \{-\frac{4}{3}\}$

e) $S = \emptyset$

f) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -1 \text{ ou } x > 2\}$

g) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{8}{5} \text{ ou } x \geq 0\}$

h) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{3} \text{ ou } x \geq 1\}$

i) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \neq \frac{5}{3}\}$

j) $S = \mathbb{R}$

k) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 0 \text{ ou } 2 < x \leq 4\}$

A.272 a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 2 \text{ ou } 3 < x < 4\}$

b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } -1 < x < 2 \text{ ou } x > 3\}$

c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1 \text{ ou } 2 \leq x \leq 3 \text{ ou } x \geq 6\}$

d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 1 \text{ ou } 2 \leq x \leq 5\}$

e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{1}{4} < x < \frac{5}{8} \text{ e } x \neq \frac{1}{3}\}$

f) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq \frac{1}{5} \text{ ou } x \geq 1\}$

g) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -\frac{5}{3} \text{ ou } -1 < x < 1 \text{ ou } x > 3\}$

h) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -3 \text{ ou } -1 \leq x \leq 0 \text{ ou } x \geq 2\}$

i) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 \leq x \leq 0 \text{ ou } 1 \leq x \leq 4\}$

- A.274** a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ ✓
 b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 5\}$
 c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x \leq 1\}$
 d) $S = \mathbb{R}$
 e) $S = \emptyset$
 f) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 3 \leq x \leq 6\}$
 g) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 4 < x < 6\}$

- A.277** a) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -5 \text{ ou } 1 < x < 5\}$..
 b) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x > 0\}$
 c) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -5 \text{ ou } -3 \leq x \leq 7\}$
 d) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < \frac{11}{3}\}$
 e) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2 \text{ ou } x > 4\}$
 f) $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 0 \text{ ou } x \geq 3\}$
 g) $S = \emptyset$

Parte 2/3

01)

(UFTM-MG-2007) Dada a desigualdade $1 < |x + 3| < 4$, então a quantidade de valores inteiros não nulos de x que satisfaz é

- A) 7
 B) 6
 C) 5
 D) 4
 E) 3

02)

(UEMS) Considerando as funções reais de variável real $f(x) = \sqrt{x}$ e $g(x) = x^2 - 2x + 1$, tem-se que

- A) $(f \circ g)(x) = x - 1$
 B) $(f \circ g)(x) = |x - 1|$
 C) $(f \circ g)(x) = x$
 D) $(f \circ g)(x) = x + 1$
 E) $(f \circ g)(x) = |x + 1|$

03)

(UFF-RJ) Com relação aos conjuntos $P = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq \sqrt{7}\}$ e $Q = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 0,333...\}$, afirma-se:

- I. $P \cup Q = P$
- II. $Q - P = \{0\}$
- III. $P \subset Q$
- IV. $P \cap Q = Q$

Somente são **VERDADEIRAS** as afirmativas

- A) I e III.
- B) I e IV.
- C) II e III.
- D) II e IV.
- E) III e IV.

04)

(UFJF-MG) Sobre os elementos do conjunto solução da equação $|x^2| - 4|x| - 5 = 0$, podemos dizer que

- A) são um número natural e um número inteiro.
- B) são números naturais.
- C) o único elemento é um número natural.
- D) um deles é um número racional, o outro é um número irracional.
- E) não existem, isto é, o conjunto solução é vazio.

05)

(UECE) Dados os conjuntos $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 5| < 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 4| \geq 1\}$, a soma dos elementos de $A \cap B$ é igual a

- A) 19
- B) 20
- C) 21
- D) 22
- E) 18

06)

(UFRGS) Para $-1 < x < \frac{1}{2}$, o gráfico da função

$y = |x + 1| + |2x - 1|$ coincide com o gráfico da função

$y = ax + b$. Os valores de **a** e **b** são, respectivamente,

A) -1 e -1

B) 2 e -1

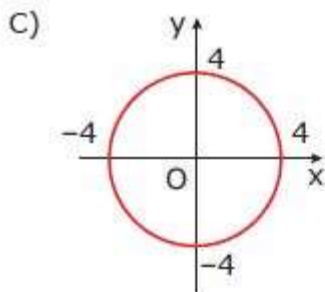
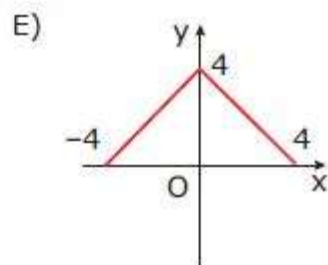
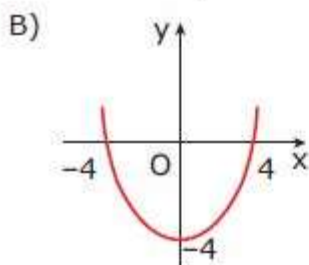
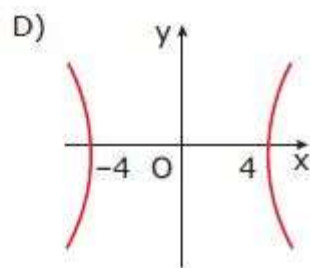
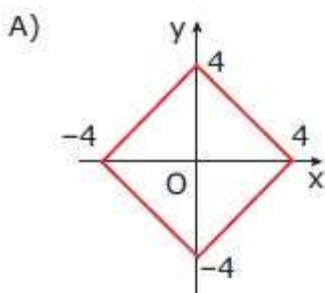
C) -1 e 2

D) $\frac{1}{2}$ e -1

E) $-\frac{1}{2}$ e 1

07)

(UFLA-MG) O gráfico da expressão $|x| + |y| = 4$ é dado por



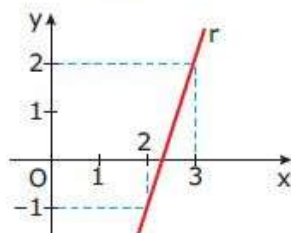
08)

(UFC-2008) Dadas as funções $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ e $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definidas por $f(x) = |1 - x^2|$ e $g(x) = |x|$, o número de pontos na interseção do gráfico de f com o gráfico de g é igual a

- A) 5 D) 2
B) 4 E) 1
C) 3

09)

(UFMG) Observe a figura.

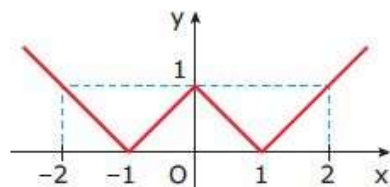


A reta r é o gráfico de uma função g . Seja f a função dada por $f(x) = |x - 1|$. Pode-se afirmar que $f(x) \leq g(x)$ tem como conjunto solução

- A) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3\}$ D) $\emptyset$
B) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 3\}$ E) $\mathbb{R}$
C) $\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$

10)

(UFES)



O gráfico anterior representa a função

- A) $f(x) = ||x| - 1|$
B) $f(x) = |x - 1| + |x + 1| - 2$
C) $f(x) = ||x| + 2| - 3$
D) $f(x) = |x - 1|$
E) $f(x) = ||x| + 1| - 2$

11)

Em uma gincana escolar, uma das etapas consistia na resolução de um desafio matemático. O professor forneceu uma série de informações acerca de um número Y . A primeira equipe que conseguisse determinar esse número venceria a prova.

As informações eram as seguintes:

- O número Y é natural.
- O número $|Y - 2| + 4$ encontra-se a 10 unidades da origem da reta real.

Acerca do número Y , podemos concluir que

- A) é um número primo.
- B) possui 6 divisores naturais.
- C) é divisor de 56.
- D) é um número ímpar.
- E) é múltiplo de 3.

Gabarito:

- 1) E
- 2) B
- 3) B
- 4) A
- 5) C
- 6) C
- 7) A
- 8) B
- 9) B
- 10) A
- 11) C

01)

Assinale a afirmativa que **MELHOR** completa a frase: "A inequação $-|x| < x$:

- A) nunca é satisfeita."
- B) é satisfeita em $x = 0$."
- C) é satisfeita para x negativo."
- D) é satisfeita para x positivo."
- E) é sempre satisfeita."

02)

Relativamente à função f , de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$, dada por $f(x) = |x| + |x - 1|$, é **CORRETO** afirmar que:

- A) o gráfico de f é a reunião de duas semirretas.
- B) o conjunto imagem de f é o intervalo $[1, +\infty[$.
- C) f é crescente para todo $x \in \mathbb{R}$.
- D) f é decrescente para todo $x \in \mathbb{R}$ e $x \geq 0$.
- E) o valor mínimo de f é 0.

03)

Seja $\mathbb{R}$ o conjunto dos números reais.

Considere a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = |1 - |x||$.

Assim, marque **V** ou **F**.

- () $f(-4) = 5$
- () O valor mínimo de f é zero.
- () f é crescente para x no intervalo $[0, 1]$.
- () A equação $f(x) = 1$ possui três soluções reais distintas.

04)

O conjunto imagem da função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definida por $f(x) = 1 - |x - 2|$, é:

A) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 1\}$

D) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \leq 2\}$

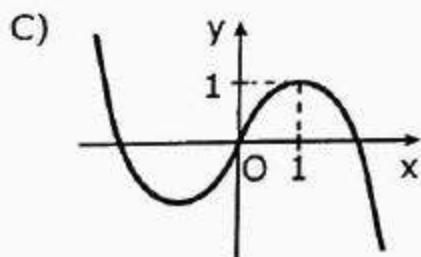
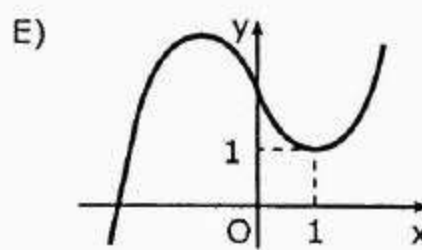
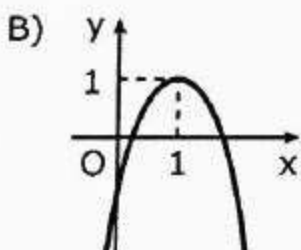
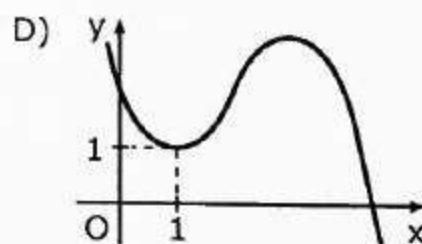
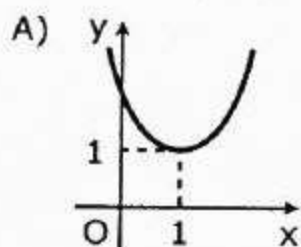
B) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$

E) $\{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 2\}$

C) $\{y \in \mathbb{R} \mid y > 0\}$

05)

O módulo $|x|$ de um número real x é definido por $|x| = x$, se $x \geq 0$, e $|x| = -x$, se $x < 0$. Das alternativas a seguir, a que **MELHOR** representa o gráfico da função $f(x) = x \cdot |x| - 2x + 2$ é:



06)

Se $\forall x \in \mathbb{R}$, $\left| 1 - \frac{x-1}{2} \right| \leq 4$, então:

- A) $x \geq 15$
- B) $-5 \leq x \leq 11$
- C) $x \leq 10$
- D) $12 < x \leq 20$
- E) $-7 \leq x < 6$

07)

Considere a equação $|x| = x - 6$. Com respeito à solução real dessa equação, podemos afirmar que:

- A) a solução pertence ao intervalo fechado $[1, 2]$.
- B) a solução pertence ao intervalo fechado $[-2, -1]$.
- C) a solução pertence ao intervalo aberto $(-1, 1)$.
- D) a solução pertence ao complementar da união dos intervalos anteriores.
- E) a equação não tem solução.

08)

Considere as seguintes funções:

$f(x) = x - \frac{7}{2}$ e $g(x) = x^2 - \frac{1}{4}$ definidas para todo x real.

Então, a respeito da solução da inequação $|(g \circ f)(x)| > (g \circ f)(x)$, podemos afirmar que:

- A) nenhum valor real de x é solução.
- B) se $x < 3$, então x é solução.
- C) se $x > \frac{7}{2}$, então x é solução.
- D) se $x > 4$, então x é solução.
- E) se $3 < x < 4$, então x é solução.

09)

Os valores de $x \in \mathbb{R}$ para os quais a função real dada por $f(x) = \sqrt{5 - ||2x - 1| - 6|}$ está definida formam o conjunto:

- | | |
|-------------------------------|-------------------------------|
| A) $[0, 1]$ | D) $(-\infty, 0] \cup [1, 6]$ |
| B) $[-5, 6]$ | E) $[-5, 0] \cup [1, 6]$ |
| C) $[-5, 0] \cup [1, \infty)$ | |

10)

DETERMINE todos os valores reais de a para os quais a equação $(x - 1)^2 = |x - a|$ admite exatamente três soluções distintas.

Gabarito:

- 1) D
- 2) B
- 3) F V F V
- 4) A
- 5) E
- 6) B
- 7) E
- 8) E
- 9) E
- 10) 1, 3/4, 5/4