

FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

MÓDULO 9 | FUNÇÃO QUADRÁTICA



mundo matemática

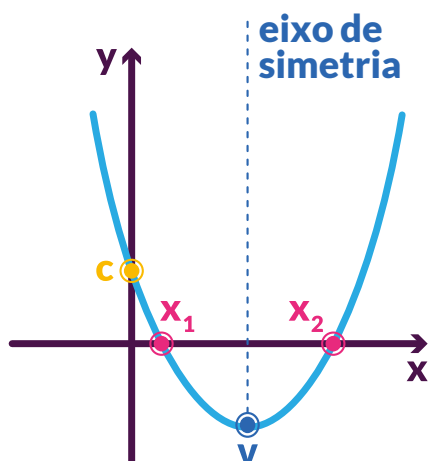


FUNÇÃO POLINOMIAL DO 2º GRAU

Chamamos de **função polinomial do segundo grau** ou **função quadrática**, toda a função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por uma lei de forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, onde a , b e c são constantes reais e $a \neq 0$.

GRÁFICO DA FUNÇÃO

O gráfico cartesiano de uma função quadrática é uma curva denominada **parábola**. Seu domínio são os números reais, tendo ela um eixo de simetria paralelo ao eixo das ordenadas (eixo y).



Para construir uma parábola, precisamos saber pontos que pertencem a parábola, e para isso, começamos a estudar os pontos (se existirem) onde a parábola corta o eixo Ox (eixo das abscissas). Esses pontos são aqueles que anulam a função, ou seja, onde $f(x) = 0$, chamados de raízes ou zeros da função. Para determinar esses pontos, utilizaremos uma fórmula, chamada fórmula de resolução da equação do segundo grau.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

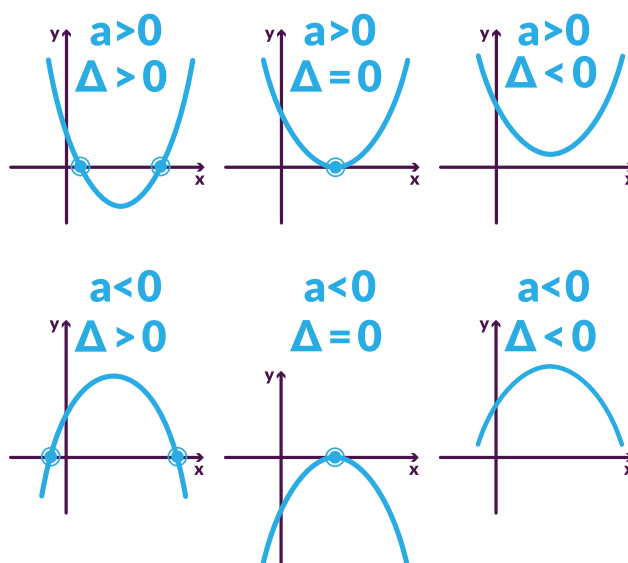
$$\Delta > 0 \text{ duas raízes reais e distintas}$$

$$\Delta = 0 \text{ duas raízes reais e iguais}$$

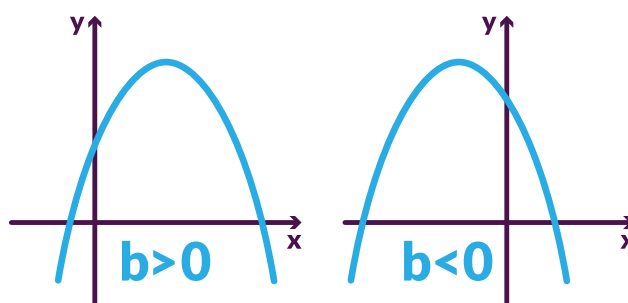
$$\Delta < 0 \text{ não existe raiz real}$$

COEFICIENTES DA FUNÇÃO

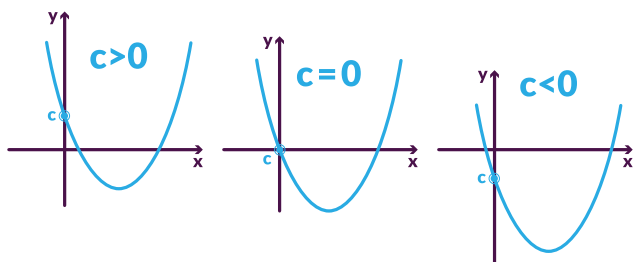
COEFICIENTE a: responsável pela abertura e concavidade da parábola.



COEFICIENTE b: indica se a parábola “corta” o eixo y no seu ramo crescente ou decrescente. Quando $b = 0$, a parábola “corta” o eixo y no seu vértice e suas raízes são números opostos.



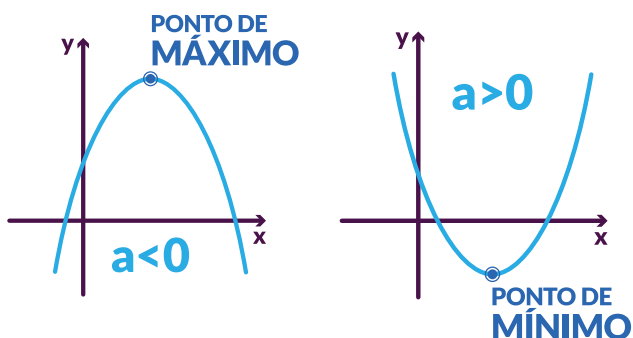
COEFICIENTE c: indica o ponto em que a parábola “corta” o eixo y. Quando $c = 0$, a parábola passa na origem do sistema cartesiano e uma das raízes será nula.



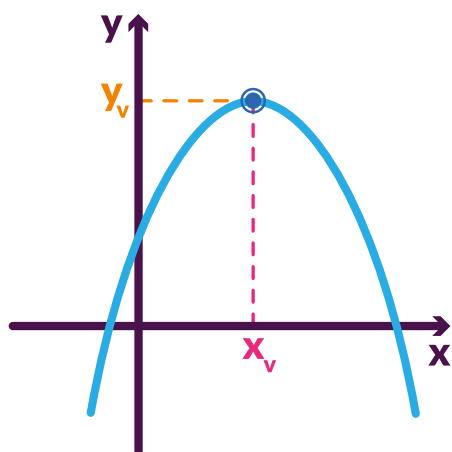
Para qualquer que seja a função polinomial, a ordenada y do ponto $P(0,y)$ sempre será o termo independente do polinômio, ou seja, $f(0) = \text{termo independente}$. Para a função quadrática, $f(0) = C$.

COORDENADAS DO VÉRTICE

O vértice da parábola é o ponto onde a parábola troca o seu ramo, e vamos representá-lo por (V). Os pontos de máximo e de mínimo são calculados pela cordenada do vértice.



FÓRMULAS PARA O CÁLCULO DAS COORDENADAS DO VÉRTICE:



$$x_v = \frac{-b}{2a} \quad y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

NÃO CONFUNDA QUANDO CALCULAR O X DO VÉRTICE OU O Y DO VÉRTICE

Aos problemas em que as perguntas forem:

- Qual é o valor máximo (ou mínimo) da função?
- Qual a área máxima da figura?
- Qual o lucro máximo da empresa?
- Qual a altura máxima atingida pela bola?
- Qual o custo mínimo da empresa?

Devemos calcular o y do vértice.

Aos problemas em que as perguntas forem:

- Qual o valor de x para que a função seja máxima (ou mínima)?
- Qual o valor de x para que a área seja máxima?
- Quantas unidades a empresa precisa produzir para que o lucro seja máximo?
- Em qual tempo a bola (projétil) atinge a altura máxima?
- Quantas unidades a empresa precisa produzir para obter lucro mínimo?

➡ Devemos calcular o x do vértice.



EXERCÍCIOS

MÓDULO 8 | FUNÇÃO QUADRÁTICA

1. (ENEM/2009 - PROVA ANULADA) A empresa SWK produz um determinado produto x, cujo custo de fabricação é dado pela equação de uma reta crescente, com inclinação dois e de variável x. Se não tivermos nenhum produto produzido, a despesa fixa é de R\$ 7,00 e a função venda de cada unidade x é dada por $-2x^2 + 229,76x - 441,84$.

Tendo em vista uma crise financeira, a empresa fez algumas demissões. Com isso, caiu em 12% o custo da produção de cada unidade produzida. Nessas condições, a função lucro da empresa pode ser expressa como

- a) $L(x) = -2x^2 + 228x - 448,00$.
- b) $L(x) = -2x^2 + 227,76x - 448,84$.
- c) $L(x) = -2x^2 + 228x - 441,84$.
- d) $L(x) = -2x^2 + 229,76x - 441,84$.
- e) $L(x) = -2x^2 + 227,76x - 448,96$.

2. (ENEM/2009 - PROVA ANULADA) A empresa WQTU Cosméticos vende um determinado produto x, cujo custo de fabricação de cada unidade é dado por $3x^2 + 232$ e seu valor de venda é expresso pela função $180x - 116$. A empresa vendeu 10 unidades do produto x, contudo a mesma deseja saber quantas unidades precisa vender para obter um lucro que máximo. A quantidade máxima de unidades a serem vendidas pela empresa WQTU para obtenção do maior lucro é:

- a) 10.
- b) 30.
- c) 58.
- d) 116.
- e) 232.

3. (UFSM/2014) Ao destacar detritos orgânicos nos lagos, o homem está contribuindo para a redução da quantidade de oxigênio destes. Porém, com o passar do tempo, a natureza vai restaurar a quantidade de oxigênio até o seu nível natural. Suponha que a quantidade de oxigênio, t dias após os detritos orgânicos serem despejados no lago, é expressa por

$$f(t) = 100 \left(\frac{t^2 - 20t + 198}{t^2 + 1} \right)$$

por cento (%) de seu nível normal. Se t_1 e t_2 , com $t_1 < t_2$, representam o número de dias para que a quantidade de oxigênio seja 50% de seu nível normal, então $t_2 - t_1$ é igual a

- a) $-4\sqrt{5}$.
- b) $-2\sqrt{5}$.
- c) $2\sqrt{5}$.
- d) $4\sqrt{5}$.
- e) 40.

4. (PEIES/2008) Após uma campanha publicitária, as vendas de um produto frequentemente aumentam e, após algum tempo, diminuem. Suponha que o número de unidades vendidas diariamente, após transcorridos t dias do fim da campanha, seja dado por $f(t) = -2t^2 + 100t + 100$

Então é correto afirmar que

- a) a função f é sempre decrescente
- b) a função f é crescente para $t > 25$.
- c) o valor de $\frac{f(10) - f(0)}{10} = 100$.
- d) a função f nunca se anula.
- e) o valor máximo de f é de 1.350 unidades.



5. (ACAFE/2014) O vazamento ocorrido em função de uma rachadura na estrutura da barragem de Campos Novos precisa ser estancado. Para consertá-la, os técnicos verificaram que o lago da barragem precisa ser esvaziado e estimaram que, quando da constatação da rachadura, a capacidade C de água no lago, em milhões de metros cúbicos, poderia ser calculada por $C(t) = -2t^2 - 12t + 110$, onde t é o tempo em horas.

Com base no texto, analise as afirmações:

- I. A quantidade de água restante no lago, 4 horas depois de iniciado o vazamento, é de 30 milhões de metros cúbicos.
- II. A capacidade desse lago, sabendo que estava completamente cheio no momento em que começou o vazamento, é de 110 milhões de metros cúbicos.
- III. Os técnicos só poderão iniciar o conserto da rachadura quando o lago estiver vazio, isto é, 5 horas depois do início do vazamento.
- IV. Depois de 3 horas de vazamento, o lago está com 50% de sua capacidade inicial.

Todas as afirmações corretas estão em:

- a) I – II – III
- b) I – III – IV
- c) III – IV
- d) I – II – III – IV

6. (PEIES) A função matemática que descreve o custo C (reais) para fabricar x unidades de determinado produto é $C(x) = x^2 - 100x + 4000$. Nesse caso, pode-se afirmar que o custo de produção

- a) de 20 unidades desse produto é maior do que o custo de produção de 10 unidades.
- b) de 60 unidades é maior que o custo de produção de 30 unidades.
- c) será mínimo quando forem produzidas 50 unidades.
- d) será mínimo quando for produzida apenas uma unidade.
- e) será máximo quando forem produzidas 100 unidades.

7. (UFSM/2008) Durante um passeio noturno de barco, diversão preferida de um grupo de jovens, surgiu uma situação de perigo, em que houve necessidade de disparar um sinalizador para avisar o restante do grupo que ficara no acampamento. A função que descreve o movimento do sinal luminoso é dada por onde h é a altura do sinal em metros e t , o tempo decorrido em segundos, desde o disparo até o momento em que o sinalizador cai na água. Assim, a altura máxima atingida pelo sinalizador e o tempo decorrido até cair na água são, respectivamente

- a) 75m e 10s
- b) 75m e 5s
- c) 74m e 10s
- d) 74m e 5s
- e) 70m e 5s

8. (ENEM/2010-2) Um laticínio possui dois reservatórios de leite. Cada reservatório é abastecido por uma torneira acoplada a um tanque resfriado. O volume, em litros, desses reservatórios depende da quantidade inicial de leite no reservatório e do tempo t , em horas, em que as duas torneiras ficam abertas. Os volumes são dados pelas funções

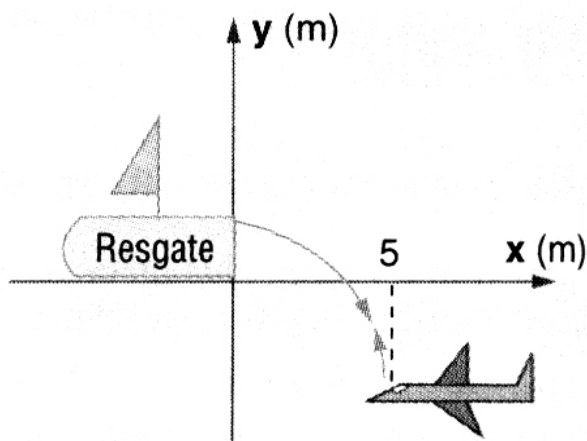
$$V_1(t) = 250t^3 - 100t + 3000$$

$$V_2(t) = 150t^3 + 69t + 3000$$

Depois de aberta cada torneira, o volume de leite de um reservatório é igual ao do outro no instante $t = 0$ e, também, no tempo t igual a:

- a) 1,3 h
- b) 1,69 h
- c) 10,0 h
- d) 13,0 h
- e) 16,9 h

9. (UNIFAP) Um mergulhador queria resgatar a caixa-preta de um avião que caiu em um rio amazônico. Como havia um pouco de correnteza, a trajetória descrita pelo mergulhador foi como a representada na figura abaixo.



Sabendo que a distância horizontal do bote de resgate ao local onde estava a caixa é de 5 m e que a trajetória do mergulhador é descrita pela função $f(x) = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$, a profundidade que o mergulhador terá que alcançar será de:

- a) 23,4m
- b) 19,5m
- c) 55,7m
- d) 105,1m
- e) 33,2m

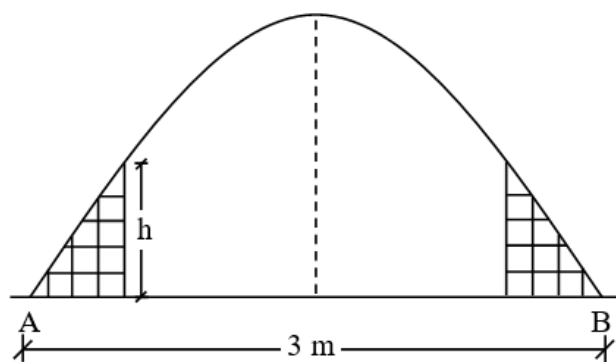
10. (UNIFRA/2013) A 50 metros de altura, cai um tijolo da mão de um pedreiro. A distância desse tijolo, em relação ao solo, em cada momento da queda pode ser calculada pela fórmula matemática $D(t) = 50 - 5t^2$, onde t indica o tempo, em segundos, e D a distância, em metros. Assim, o tempo que esse objeto levou para atingir o solo foi

- a) segundos.
- b) segundos.
- c) 1,5 segundos.
- d) 0,5 segundo.
- e) 0,01 segundo.

11. (UCS/2015) Finalizada uma campanha publicitária de determinado produto, o número de unidades desse produto, vendidas por dia, continua aumentando e, após algum tempo, começa a diminuir. Considere que $f(t)$ indica o acréscimo no número de unidades vendidas por dia, transcorridos t dias desde o fim da campanha. Qual das funções definidas a seguir pode modelar matematicamente o efeito da campanha publicitária, tendo em vista que, após o seu término, o acréscimo máximo nas vendas diárias foi de 324 unidades?

- a) $f(t) = t^2 - 24t - 180$
- b) $f(t) = -t^2 + 24t + 180$
- c) $f(t) = t^2 - 24t - 468$
- d) $f(t) = -t^2 + 24t - 108$
- e) $f(t) = -t^2 + 12t + 324$

12. (UFMS/2005) A porta de entrada de uma das livrarias do shopping é um arco de parábola do 2º grau, cuja altura máxima é 4m, e os pontos A e B, situados na base do arco, distam 3m um do outro. Para fixar um painel a 0,5m de A e a 0,5m de B, a altura "h" que ficará disponível para passagem na porta é de



- a) 2,22m
- b) 2,12m
- c) 1,77m
- d) 2,77m
- e) 2,21m

13. (ENEM/2010) Nos processos industriais, como na indústria de cerâmica, é necessário o uso de fornos capazes de produzir elevadas temperaturas e, em muitas situações, o tempo de elevação dessa temperatura deve ser controlado, para garantir a qualidade do produto final e a economia no processo.

Em uma indústria de cerâmica, o forno é programado para elevar a temperatura ao longo do tempo de acordo com a função em

$$T(t) = \begin{cases} \frac{7}{5}t + 20, & \text{para } 0 \leq t < 100 \\ \frac{2}{125}t^2 - \frac{16}{5}t + 320, & \text{para } t \geq 100 \end{cases}$$

que T é o valor da temperatura atingida pelo forno, em graus Celsius, e t é o tempo, em minutos, decorrido desde o instante em que o forno é ligado.

Uma peça deve ser colocada nesse forno quando a temperatura for 48°C e retirada quando a temperatura for 200°C . O tempo de permanência dessa peça no forno é, em minutos, igual a

- a) 100. b) 108. c) 128. d) 130. e) 150

14. (UFBA/2010) Uma empresa observou que a quantidade Q , em toneladas, de carne que ela exporta em uma semana é dada por

$$Q(x) = ax^2 + bx + c,$$

sendo a , b , c constantes, e x o preço do produto, em reais, por quilograma, praticado na referida semana, sendo . Sabe-se que para o preço de R\$3,00 a quantidade é de 7,5 toneladas, que para R\$4,00 a quantidade é máxima e que para R\$8,00 a quantidade é zero.

Com base nessas informações, podemos afirmar que a quantidade máxima de carne que ela exporta em uma semana é de:

- a) 4 toneladas.
b) 5 toneladas.
c) 6 toneladas.
d) 7 toneladas.
e) 8 toneladas.

15. (UFSM/2012) Um jogador de basquete lança uma bola em direção a cesta e ela descreve um arco de parábola. A lei que descreve essa parábola é

$$h(t) = -\frac{1}{3}t^2 + \frac{5}{3}t + 2$$

onde t é o tempo decorrido em segundos após o lançamento, e h é a altura em metros. Assim, é correto afirmar:

- a) A bola atinge o solo em 5s.
b) A imagem de $h(t)$ é dada pelo conjunto $\{y \in \mathbb{R} / y \geq \frac{49}{9}\}$
c) O vértice da parábola é o ponto $(\frac{5}{2}, \frac{49}{12})$.
d) Para todo $t \in [-6, 1]$, $h(t) \geq 0$.
e) A altura máxima atingida pela bola é igual a m .

16. (UNISC INV/2015) Sejam as funções definidas por $y = -x + 5$ e $y = x^2 - 3x + 6$.

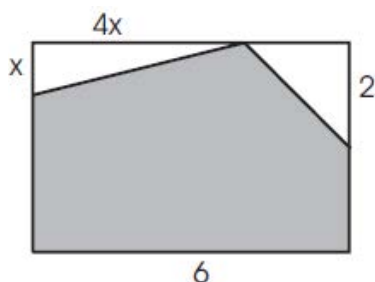
A respeito da representação gráfica destas funções no sistema cartesiano podemos afirmar que

- a) se interceptam em um único ponto localizado no 1º quadrante.
b) se interceptam em um único ponto localizado no 4º quadrante.
c) se interceptam em dois pontos localizados no 1º e 4º quadrantes.
d) se interceptam em dois pontos localizados no 1º e 2º quadrantes.
e) Não se interceptam.

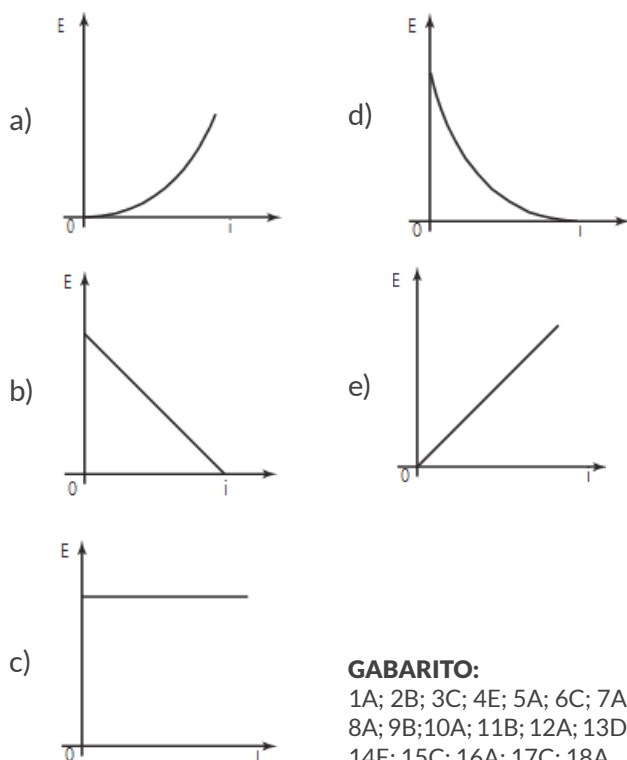


17. (UFSM/2006) Na parede da sala de aula de Manolito, que tem 4 m de altura e 6 m de largura, será pintado um painel, conforme a figura apresentada. O valor de x para que a área hachurada seja máxima é

- a) $1/4$
- b) $1/2$
- c) 1
- d) 2
- e) 4



18. (ENEM/2012) Existem no mercado chuveiros elétricos de diferentes potências, que representam consumos e custos diversos. A potência (P) de um chuveiro elétrico é dada pelo produto entre sua resistência elétrica (R) e o quadrado da corrente elétrica (i) que por ele circula. O consumo de energia elétrica (E), por sua vez, é diretamente proporcional a potência do aparelho. Considerando as características apresentadas, qual dos gráficos a seguir representa a relação entre a energia consumida (E) por um chuveiro elétrico e a corrente elétrica (i) que circula por ele?



GABARITO:

1A; 2B; 3C; 4E; 5A; 6C; 7A;
8A; 9B; 10A; 11B; 12A; 13D;
14E; 15C; 16A; 17C; 18A.