Décima lista de exercícios.
Funções inversas.

1. Determine se as funções são injetoras.
   a) $f(x) = 4 - 2x$.
   b) $f(x) = \sqrt{x}$.
   c) $f(x) = 1 - x^2$.
   d) $f(x) = \frac{1}{x}$.
2. Determine as funções inversas, bem como o domínio e a imagem dessas funções.
   a) $f(x) = 3x - 2$.
   b) $f(x) = \sqrt{9 - x}$.
   c) $f(x) = \sqrt{x + 1}$.
   d) $f(x) = \sqrt[3]{x + 4}$.
   e) $f(x) = 1/x^2$, para $x > 0$.
   f) $f(x) = \frac{x-5}{3}$.
   g) $f(x) = \frac{5}{x+1}$.
   h) $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$.
   i) $f(x) = 1 + x^2$, para $x \geq 0$.
3. Uma piscina com 10 m de comprimento, 5 m de largura e 2 m de profundidade contém apenas 10 m^3 de água. Uma bomba com vazão de 2,5 m^3/h é usada para encher a piscina.
   a) Escreva a função $v(h)$ que fornece o volume da piscina (em m^3), em relação à altura do nível d'água (em m).
   b) Escreva a inversa da função do item (a), ou seja, a função $h(v)$ que fornece a altura do nível d'água em relação ao volume de água da piscina, v (em m^3).
   c) Escreva a função $v(t)$ que fornece o volume da piscina em relação ao tempo, em horas, contado a partir do momento em que a bomba é ligada.
   d) Escreva a função $h(t)$ que fornece o nível d'água da piscina em relação ao tempo.
   e) Determine o instante em que a piscina estará suficientemente cheia, o que ocorrerá quando seu nível d'água atingir 1,8 m.
4. Uma loja de automóveis criou uma promoção, válida apenas nessa semana. Todos os carros da loja estão com 10% de desconto sobre o preço de tabela do fabricante, e o cliente ainda tem uma redução de R$ 900,00 no valor do carro.
   a) Escreva uma função $P(x)$ que forneça o valor que o cliente pagará pelo carro, nessa semana, em relação ao preço de tabela, x.
   b) Determine a função inversa de $P(x)$ e indique o que essa função representa.
   c) Esboce o gráfico da função inversa de $P(x)$.
   d) Se você tem exatamente R$ 27.000,00, determine o preço de tabela do carro mais caro que você consegue comprar à vista.
5. Para converter uma temperatura dada em graus Fahrenheit (F) para graus Celsius (C), usamos a fórmula $C = \frac{5}{9}(F - 32)$.
   a) Escreva uma função $F(C)$ que converta para Fahrenheit, uma temperatura C dada em graus Celsius.
   b) Trace o gráfico de $C(F)$ para F entre -50 e 250.
   c) No mesmo plano coordenado usado no item (b), trace o gráfico de $F(C)$ para C entre -50 e 120.
   d) Determine em que temperatura a medida em Celsius e Fahrenheit é a mesma. (Dica: determine o valor C tal que $F(C) = C$.)
   e) Mostre esse ponto no gráfico de $F(C)$.
6. Como empregado de uma loja de roupas, você ganha R$ 50,00 por dia, além de uma comissão de cinco centavos para cada real que consegue vender. Assim, seu rendimento diário é dado pela função $f(x) = 50 + 0{,}05x$.

a) Determine a inversa de f e descreva o que a inversa representa.

b) Determine quantos reais você deve vender em um único dia para receber R$ 80,00 de remuneração pelo trabalho desse dia.

7. Dada a tabela abaixo, esboce o gráfico da inversa de $f(x)$.

x	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	-1	1,5	4	6,5	9	11,5

8. Para cada função abaixo, restrinja o domínio de modo que a função seja injetora. Determine, então a inversa da função para o domínio escolhido.

a) $f(x) = (x - 2)^2$.

b) $f(x) = |x|$.

9. Use a propriedade das funções inversas para mostrar que g é a inversa de f e vice-versa.

a) $f(x) = \frac{3x-1}{5}$ e $g(y) = \frac{5y+1}{3}$.

b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ e $g(y) = y^3$.

c) $f(x) = \frac{1}{x}$ e $g(y) = \frac{1}{y}$.

d) $f(x) = 2 - x^5$ e $g(y) = \sqrt[5]{2 - y}$.

Respostas.

1. a. ...; b. ...; c. ...;
2. ...
3. ...
4. ...