Sétima lista de exercícios.
Funções. Modelagem. Gráficos. Transformações e combinações.

1. Calcule as funções nos pontos indicados.

   a) $h(x) = \frac{x+1}{x^2-1}$.
   $h(0), h(-2), h\left(\frac{1}{2}\right), h(a), h(a-1)$.

   b) $f(w) = w + \frac{1}{w}$.
   $f(-1), f\left(\frac{1}{2}\right), f(x), f\left(\frac{1}{w}\right)$.

   c) $g(t) = \frac{|t|}{t}$.
   $g(-2), g(0), g(x^2), g\left(\frac{1}{t}\right)$.

   d) $f(x) = 3x - 1$
   $f(x^2+1), f(x+2), f(x) + f(2)$.

   e) $f(x) = x + 4$.
   $f(y^2), [f(y)]^2$.

   f) $f(x) = 6x - 18$.
   $f\left(\frac{a}{3}\right), \frac{f(a)}{3}$.

2. Determine o domínio das funções.

   a) $f(x) = 1/(2x+5)$.
   b) $f(x) = (x+1)/(x^2-1)$.
   c) $\sqrt{x+9}$.
   d) $\sqrt[3]{x-2}$.
   e) $\sqrt{x}/(2x^2+x-1)$.

3. Um fazendeiro pretende usar 400 m de cerca para cercar uma área retangular, que servirá de pasto.
   a) Escreva uma função que forneça a área cercada em relação à largura do pasto, considerando o uso dos 400 m de cerca.
   b) Defina o domínio dessa função.
   c) Calcule a área de pasto, supondo que sua largura é igual a 75 m. Faça o mesmo para larguras de 150 m e 300 m.
   d) Trace um gráfico da função. Determine sua imagem, e em quais intervalos ela é crescente e em quais é decrescente.
   e) Com base no gráfico, indique se é possível cercar uma área de 12000 m².
   f) Com base no gráfico, determine a maior área que pode ser cercada.

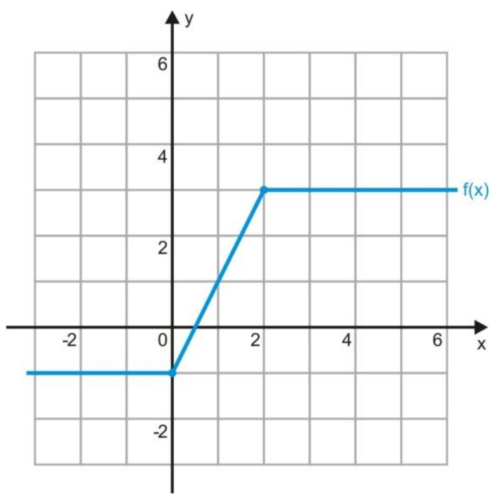
4. A tabela abaixo fornece o custo de envio de uma carta simples pelo correio, em relação ao peso da carta. Escreva a função que representa esse custo, e trace seu gráfico.

Peso (g)	Preço (R$)
Até 20	0,75
Mais de 20 até 50	1,15
Mais de 50 até 100	1,60
Mais de 100 até 150	2,00
Mais de 150 até 200	2,45
Mais de 200 até 250	2,85
Mais de 250 até 300	3,30
Mais de 300 até 350	3,70
Mais de 350 até 400	4,15
Mais de 400 até 450	4,55
Mais de 450 até 500	5,00

5. Trace o gráfico da função abaixo para $x \in [-2,3]$.

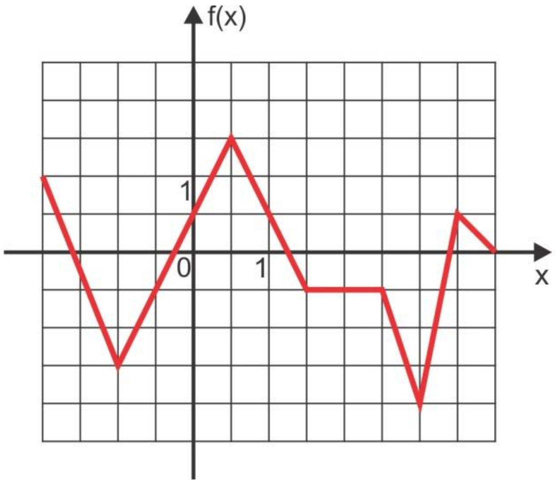
$$f(x) = \begin{cases} 1-x, & se\ x \leq 1, \\ x, & se\ x > 1. \end{cases}$$

6. A figura abaixo mostra o gráfico de uma função definida por partes. Escreva a expressão dessa função.



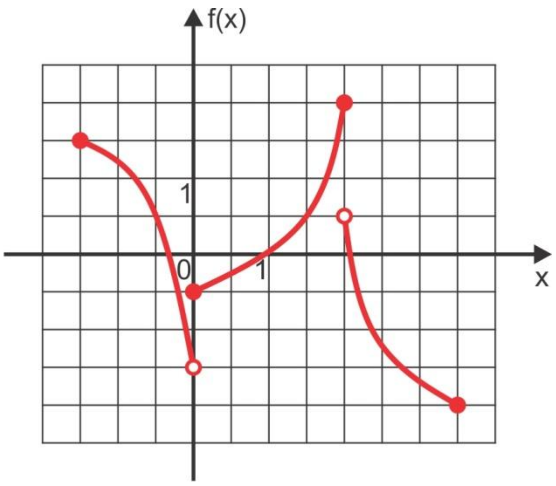
7. Dada a função f cujo gráfico é representado abaixo, determine, para o domínio especificado,

   a) os valores de f(−1), f(2) e f(3);
   b) os pontos nos quais f(x) = −0,5;
   c) os pontos nos quais f(x) < −1;
   d) os intervalos em que f é crescente ou decrescente;
   e) os pontos de máximo e mínimo local de f e os valores da função nesses pontos.



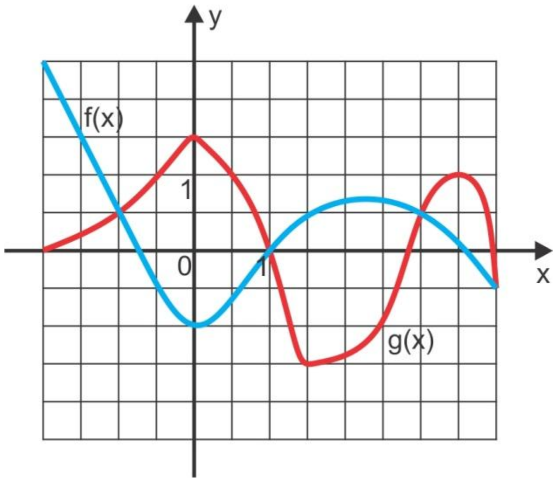
8. Dada a função f cujo gráfico é representado abaixo, determine, para o domínio especificado,

   a) O domínio e a imagem de f;
   b) os valores de f(−1,5), f(0) e f(2);
   c) os pontos nos quais f(x) ≥ 0,5;
   d) os intervalos em que f é crescente ou decrescente;
   e) os pontos de máximo e mínimo local de f e os valores da função nesses pontos.



9. Dada a função f cujo gráfico é representado abaixo, determine, para o domínio especificado,

   a) os pontos nos quais f(x) ≥ g(x);
   b) os pontos nos quais f(x) ≤ 0,5;
   c) os intervalos em que g é crescente ou decrescente;
   d) os pontos de máximo e mínimo local de g e o valor da função nesses pontos.



10. Defina $f+g$, $f\cdot g$ e f/g e os domínios dessas novas funções.

    a) $f(x)=x-2,\ g(x)=x^2-1.$
    b) $f(x)=\sqrt{x},\ g(x)=2x^2+1.$
    c) $f(x)=\sqrt{x-1},\ g(x)=\sqrt{x+1}.$
    d) $f(x)=\frac{1}{x},\ g(x)=\frac{3}{x+2}.$
    e) $f(x)=x-3,\ g(x)=x+3.$
    f) $f(x)=\sqrt{1-x},\ g(x)=x^2.$
    g) $f(x)=\frac{x+1}{x},\ g(x)=\frac{1}{x^2}.$

11. Dadas as funções $f(x)=2x^2-1$ e $g(x)=x-3$, calcule.

    a) $f(g(0))$.
    b) $f(f(2))$.
    c) $g(f(3))$.
    d) $g(g(-1))$.
    e) $g(g(f(2)))$.

12. Defina $f\big(g(x)\big)$ e $g(f(x))$ e os domínios dessas nova funções.

    a) $f(x)=3x-1,\ g(x)=x^2+2x.$
    b) $f(x)=2x+3,\ g(x)=\frac{1}{x}.$
    c) $f(x)=\sqrt{x-1},\ g(x)=3x^2+1.$
    d) $f(x)=\frac{x}{x-1},\ g(x)=x^2.$
    e) $f(x)=x^{2/3},\ g(x)=x^6.$
    f) $f(x)=x-1,\ g(x)=\frac{2}{x^2+1}.$
    g) $f(x)=\sqrt{x+4},\ g(x)=x^2-5.$

13. Chico é proprietário de uma barraca que vende pães-de-queijo na feira, e percebeu que, se o

preço do pão-de-queijo é baixo, muita gente o compra o petisco, mas o rendimento no fim do dia é pequeno. Por outro lado, quando o pão está muito caro, pouca gente o compra. Assim, Chico fez uma pesquisa com seus clientes e precebeu que o número de pães vendidos por dia é dado pela função $N(p) = 1000 - 500p + 60p^2$, em que p é preço de cada pão, em reais. O domínio dessa função é o intervalo $[0; 3{,}33]$, já que, para preços maiores, ninguém compra o pão-de-queijo.

a) Escreva a função $R(p)$ que fornece a receita bruta diária pela venda dos pães, dada pelo produto entre o número de pães vendidos e o preço de cada pão.

b) Para produzir e vender n pães a cada dia, Chico gasta um valor (em reais) dado pela função $C(n) = 80 + 0{,}4n$. O lucro diário obtido com a venda dos pães é a diferença entre a receita bruta e o custo. Escreva a função $l(p)$ que fornece o lucro diário, em relação ao preço do pão-de-queijo.

c) Calcule o lucro diário que Chico teria se cobrasse R\$0,50, R\$1,00, R\$1,50, R\$2,00 R\$2,50 e R\$3,00 por pão de queijo. Qual desses preços fornece o maior lucro?

14. Suponha que $c_{PRE}(t)$ seja a função que fornece o número de telefones celulares pré-pagos e $c_{POS}(t)$ a função que fornece o número de celulares pós-pagos registrados no Brasil, no instante de tempo t (em anos) decorrido desde o ano 2000. Suponha, também, que $p(t)$ seja a função que fornece a população brasileira no instante t (também em anos a partir de 2000).

a) Indique a função que fornece o número de telefones celulares em relação a t.

b) Indique a função que fornece o número de telefones celulares *per capita* em relação a t.

c) Indique a função que fornece o percentual dos telefones celulares que são do tipo pré-pago, em relação a t.

Respostas.

1. a. ...; b. ...; c. ...;
2. ...
3. ...
4. ...