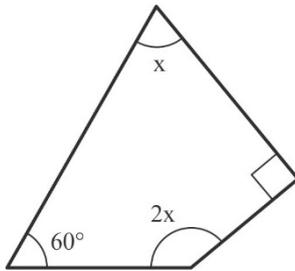


**Terceira lista de exercícios.**

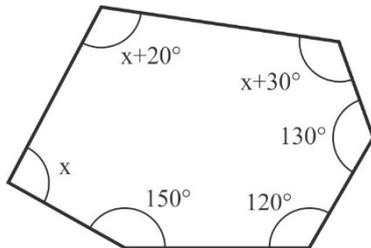
**Polígonos. Quadriláteros notáveis. Pontos notáveis do triângulo.**

1. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$  nas figuras abaixo.

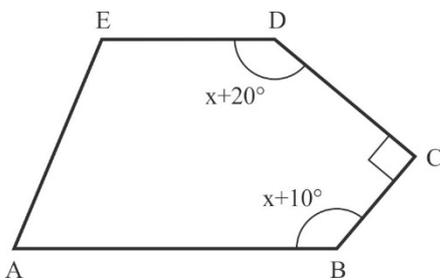
a)



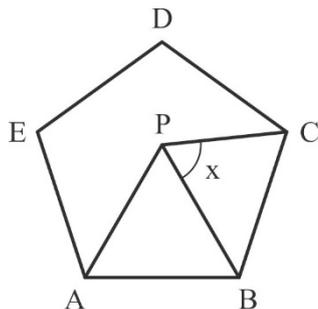
b)



2. (Dolce/Pompeo) Sabendo que, na figura, o lado  $\overline{AB}$  é paralelo a  $\overline{DE}$ , determine o valor de  $x$ .



3. (Dolce/Pompeo) Sabendo que o triângulo  $ABP$  é equilátero e que o pentágono  $ABCDE$  é regular, determine  $x$ .



4. Calcule o número de diagonais e a soma dos ângulos internos dos polígonos convexos abaixo.

- a) Eneágono (9 lados)
- b) Decágono (10 lados).
- c) Icoságono (20 lados)

5. (Dolce/Pompeo) Para qual polígono convexo a soma dos ângulos internos fornece  $1080^\circ$ ?

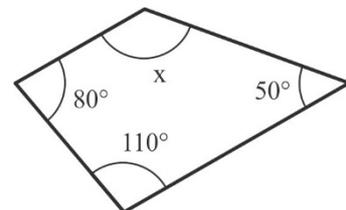
6. (Dolce/Pompeo) Determine o número de lados de um polígono convexo, sabendo que de um de seus vértices partem 25 diagonais.

7. Escreva uma equação quadrática que nos permita determinar o polígono que tem 54 diagonais. Encontre o polígono resolvendo essa equação.

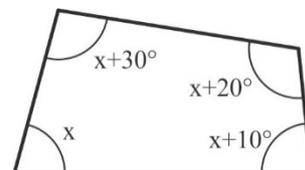
8. (Dolce/Pompeo) Um polígono tem  $n$  lados e outro tem  $n + 6$  lados. Determine  $n$  sabendo que um polígono tem 39 diagonais a mais do que o outro.

9. (Dolce/Pompeo) Determine o valor de  $x$  nas figuras abaixo.

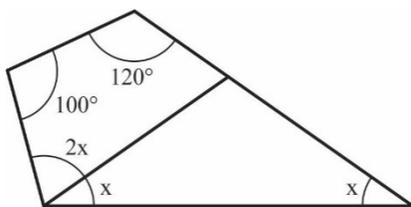
a)



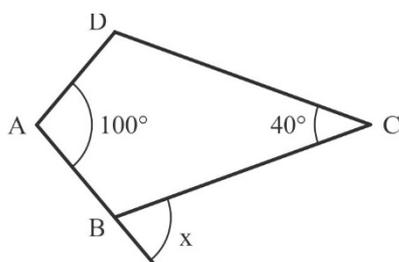
b)



c)

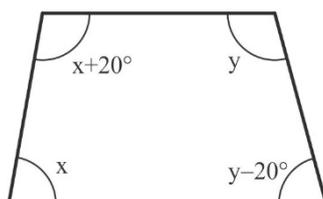


10. (Dolce/Pompeo) Sabendo que, na figura abaixo,  $\overline{AB} \equiv \overline{AD}$  e  $\overline{CB} \equiv \overline{CD}$ , determine  $x$ .

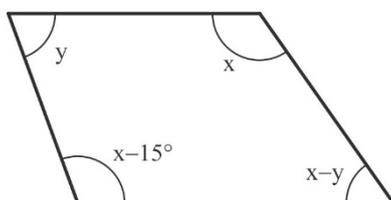


11. (Dolce/Pompeo) Sabendo que os trapézios abaixo têm bases horizontais, determine  $x$  e  $y$ .

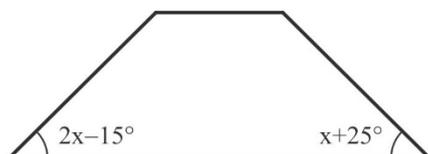
a)



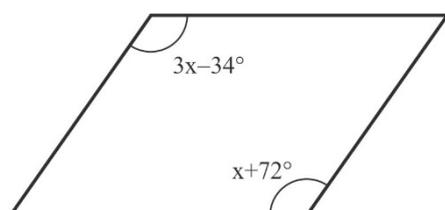
b)



12. (Dolce/Pompeo) Sabendo que o quadrilátero abaixo é um trapézio isósceles, determine  $x$ .



13. Dado o paralelogramo, determine  $x$ .



14. Classifique cada afirmação em verdadeiro (V) ou falso (F)

- Todo retângulo é um paralelogramo.
- Todo paralelogramo é um retângulo.
- Todo quadrado é um retângulo.
- Todo paralelogramo é um losango.
- Todo quadrado é um losango.

15. Determine os lados de um retângulo cujo perímetro mede 280 cm e que tem base 20 cm maior que a altura.

16. Determine os lados de um retângulo, sabendo que seu perímetro mede 350 cm e que a razão entre sua altura e sua base é  $2/5$ .

17. Em um trapézio retângulo, um ângulo interno não reto é o triplo de outro ângulo. Determine as medidas de todos os ângulos internos.

18. Em um trapézio isósceles, a soma de dois ângulos internos é igual a  $100^\circ$ . Determine as medidas de todos os ângulos internos.

19. Em um trapézio isósceles, a base maior mede 25 cm e a base menor mede 20 cm. Determine o comprimento dos outros dois lados sabendo que o perímetro mede 75 cm.

20. Um trapézio pode ter três ângulos internos agudos? Por que?

21. Os ângulos internos agudos de um trapézio medem  $60^\circ$  e  $75^\circ$ . Quanto medem os ângulos obtusos?

22. Um ângulo interno de um paralelogramo mede  $55^\circ$ . Quanto medem os demais ângulos internos?

23. Um lado de um paralelogramo é o dobro de outro. Determine as medidas dos lados sabendo que o perímetro é igual a 108 cm.

24. Um terreno tem o formato de um paralelogramo no qual um lado é 30 m maior que outro. Sabendo que terreno foi

totalmente cercado e que a cerca mede 300 m, determine os lados do terreno.

25. Em um losango, uma diagonal faz um ângulo de  $50^\circ$  com um lado. Determine as medidas dos ângulos internos.

26. Determine o comprimento dos lados de um losango cujo perímetro mede 110 cm.

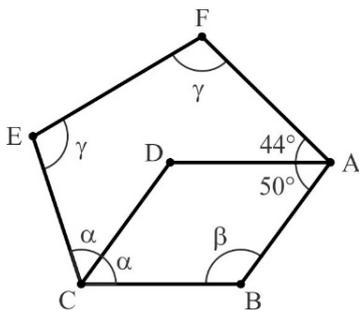
27. Em um losango, uma diagonal faz um ângulo de  $22,6^\circ$  com um lado. Se as diagonais medem 24 e 10 cm, determine as medidas dos ângulos internos e o comprimento dos lados do losango. *Dica: faça um desenho.*

28. Um retângulo e um quadrado têm a mesma altura. Já a base do retângulo é o dobro da base do quadrado. Determine a razão entre os perímetros do retângulo e do quadrado.

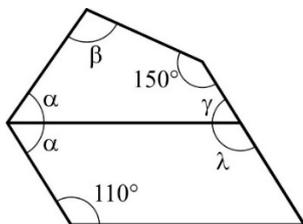
29. (Dolce/Pompeo) A base média de um trapézio mede 20 cm e a base maior é  $\frac{3}{2}$  da base menor. Determine as medidas das bases.

30. (Dolce/Pompeo) Mostre que as diagonais de um trapézio isósceles são congruentes.

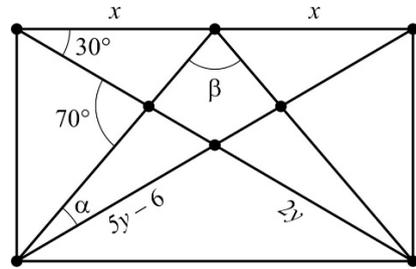
31. Na figura abaixo, o quadrilátero ABCD é um paralelogramo. Determine  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$ .



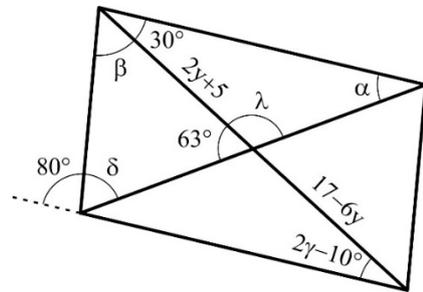
32. A figura abaixo mostra um quadrilátero e um paralelogramo. Determine  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  e  $\lambda$ .



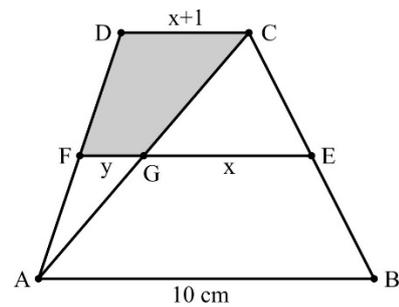
33. A figura abaixo mostra um retângulo cortado por alguns segmentos de reta. Sabendo que as distâncias indicadas na figura se referem aos segmentos entre dois pontos. Determine os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  e o valor de  $y$  (não é preciso calcular  $x$ ).



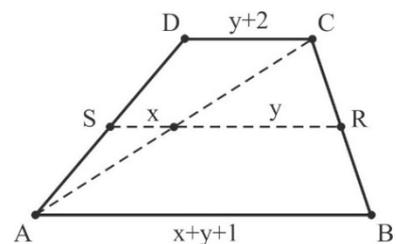
34. A figura abaixo mostra um paralelogramo. Determine  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\lambda$  e  $y$  (em cm).



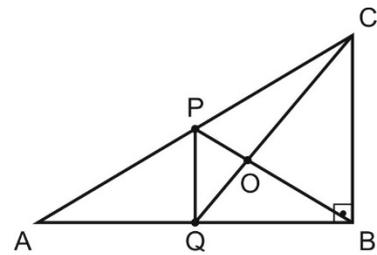
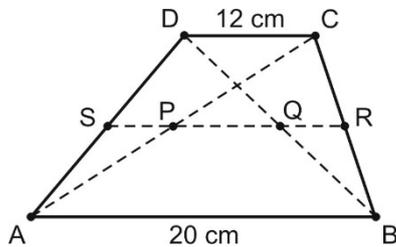
35. Na figura abaixo, os segmentos AB e DC são paralelos, e F e E são, respectivamente, os pontos médios de AD e BC. Determine o valor de  $x$ .



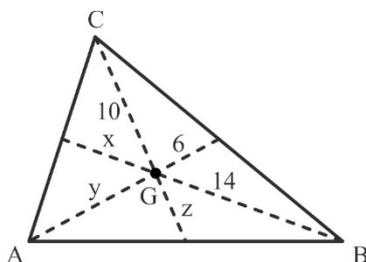
36. (Dolce/Pompeo) Considerando que S e R são os pontos médios dos lados correspondentes do trapézio ABCD abaixo, determine  $x$  e  $y$ .



37. (Adaptado de Dolce/Pompeo) A figura abaixo mostra o trapézio ABCD. Sabendo que P, Q, R e S são os pontos médios das diagonais  $\overline{AC}$  e  $\overline{BD}$  e dos lados  $\overline{BC}$  e  $\overline{AD}$ , respectivamente, determine as medidas de  $\overline{SP}$ ,  $\overline{PQ}$  e  $\overline{QR}$ .



38. (Dolce/Pompeo) Calcule o perímetro do triângulo ABC sabendo que  $\overline{MN} = 7$  cm,  $\overline{NR} = 4$  cm e  $\overline{MR} = 8$  cm, sendo M, N e R os pontos médios dos lados  $\overline{AB}$ ,  $\overline{AC}$  e  $\overline{BC}$ , respectivamente.
39. Mostre que uma diagonal de um paralelogramo divide esse quadrilátero em dois triângulos congruentes.
40. (Dolce/Pompeo) Sendo G o baricentro do triângulo ABC, determine x, y e z.



41. Seja O o ortocentro de um triângulo isósceles de base  $\overline{AB}$ . Sabendo que o ângulo  $\widehat{AOB}$  mede  $110^\circ$ , determine os ângulos internos do triângulo.
42. Seja O o incentro de um triângulo isósceles de base  $\overline{AB}$ . Sabendo que o ângulo  $\widehat{AOB}$  mede  $110^\circ$ , determine os ângulos internos do triângulo.
43. (Dolce/Pompeo) Na figura abaixo, Q é o ponto médio de  $\overline{AB}$ , o segmento  $\overline{QP}$  é paralelo a  $\overline{BC}$  e  $\overline{AC} = 30$  cm. Determine  $\overline{PO}$ .

## Respostas.

1. a.  $70^\circ$ . b.  $90^\circ$ .
2.  $120^\circ$
3.  $66^\circ$
- 4.a. 27 diagonais,  $1260^\circ$
- 4.b. 35 diagonais,  $1440^\circ$ .
- 4.c. 170 diagonais,  $3240^\circ$ .
5. O octógono, que tem 8 lados.
6. 28 lados.
7.  $\frac{n^2}{2} - \frac{3n}{2} - 54 = 0$ .  
O polígono tem 12 lados (dodecágono).
8. 5.
9. a.  $120^\circ$  b.  $75^\circ$  c.  $35^\circ$
10.  $70^\circ$
11. a.  $x = 80^\circ, y = 100^\circ$   
b.  $x = 125^\circ, y = 70^\circ$
12.  $40^\circ$
13.  $53^\circ$
14. a. V b. F c. V d. F e. V
15. Base: 80 cm. Altura: 60 cm.
16. Base: 125 cm. Altura: 50 cm.
17.  $90^\circ, 90^\circ, 45^\circ$  e  $135^\circ$ .
18.  $50^\circ, 50^\circ, 130^\circ$  e  $130^\circ$ .
19. Cada lado restante mede 15 cm.
20. Se o trapézio tiver três ângulos agudos, então um lado que não é base do trapézio será adjacente a dois ângulos agudos. Entretanto, como os ângulos adjacentes a esse lado são colaterais internos, sua soma é igual a  $180^\circ$ , o que contradiz o fato de os dois serem agudos.
21.  $120^\circ$  e  $105^\circ$ .
22.  $55^\circ, 125^\circ$  e  $125^\circ$ .
23. 18 cm e 36 cm.
24. 60 m e 90 m.
25.  $80^\circ, 80^\circ, 100^\circ$  e  $100^\circ$ .
26. 27,5 cm.
27. ângulos:  $134,8^\circ$  e  $45,2^\circ$ ; lados: 3 cm
28. 1,5.
29. 16 cm e 24 cm.
30. ...
31.  $\alpha = 50^\circ, \beta = 130^\circ, \gamma = 108^\circ$
32.  $\alpha = 70^\circ, \beta = 70^\circ, \gamma = 70^\circ, \lambda = 110^\circ$
33.  $\alpha = 10^\circ, \beta = 100^\circ, \gamma = 2$
34.  $\alpha = 33^\circ, \beta = 50^\circ, \gamma = 20^\circ, \delta = 67^\circ$   
 $\lambda = 117^\circ, \gamma = 1,5$  cm
35.  $x = 5$  cm,  $y = 3$  cm.
36.  $x = 3, y = 4$
37.  $\overline{SP} = \overline{QR} = 6$  cm,  $\overline{PQ} = 4$  cm. (O desenho está fora de escala.)
38. 38 cm.
39. ...
40.  $x = 7, y = 12, z = 5$
41.  $55^\circ, 55^\circ$  e  $70^\circ$
42.  $70^\circ, 70^\circ$  e  $40^\circ$
43.  $\overline{PO} = 5$  cm.