



E-book

QUESTÕES COMENTADAS DE
MATEMÁTICA FINANCEIRA PARA

Banco do Brasil

Banca Cesgranrio

Sumário

Apresentação	2
1. Juros Simples	3
2. Juros Compostos	12
3. Taxa Real, Aparente, e de Inflação	27
4. Custo Real Efetivo	32
5. Descontos	35
6. Equivalência de Capitais	40
7. Rendas Certas (Rendas Uniformes)	60
8. Rendas Perpétuas	68
9. Sistemas de Amortização	71

APRESENTAÇÃO

Olá, caros amigos do Estratégia Concursos, tudo bem?

É com enorme prazer e satisfação que lanço este EBOOK de questão comentadas de **Matemática Financeira** com foco exclusivamente na **banca Cesgranrio** (destinado ao concurso do Banco do Brasil). Iremos resolver **50 exercícios** que irão abordar todo o conteúdo exigido da disciplina.

Antes de prosseguir, peço licença para me apresentar:

Sou **Auditor Fiscal do Estado do Rio Grande do Sul**. Professor de Matemática e Matemática Financeira do Estratégia Concursos. Aprovado nos Concursos de Auditor Fiscal da Secretaria da Fazenda dos Estados do Rio Grande do Sul (SEFAZ RS), de Santa Catarina (SEFAZ SC) e de Goiás (SEFAZ GO). Formado em Engenharia de Petróleo pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) com graduação sanduíche em Engenharia Geológica pela Universidade Politécnica de Madrid (UPM). Certificado pela PUC-RS em Tesouraria com foco em Matemática Financeira.

Você irá perceber que as resoluções das questões são todas feitas passo a passo e bem detalhadas. As **respostas intermediárias** terão um quadrado **azul** enquanto a **resposta final** terá um círculo **vinho**. Tudo bem detalhado e "limpo" para você absorver ao máximo o conteúdo.

O material abordará questões dos mais variados níveis, desde os mais simples aos mais complexos. **Façam TODAS as questões**. O segredo para o domínio das questões de exatas é a quantidade de exercícios resolvidos por você na hora da preparação.



Contem sempre comigo. Caso tenham dúvidas, enviem no **Fórum de Dúvidas**, por e-mail vinicius.veleda@estrategiaconcursos.com.br ou no Instagram: @viniciusveleda

“Seja qual for o seu sonho, batalhe, lute por ele, não o espere. Seja diferenciado. Não se sinta superior, seja humilde, mas seja diferenciado. Faça sua vida valer a pena. Crie um ideal para ela e siga a jornada até estar concluída, até ser **aprovado!**”

Vinicius Velleda

1. JUROS SIMPLES

1. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 200.000,00, por 20 dias, a uma determinada taxa de juro, no regime de simples. Considere que, ao final desse período, os juros pagos são de R\$ 8.800,00.

Assim, a taxa mensal de juro simples cobrada nesse empréstimo, considerando o mês com 30 dias, foi igual a

- a) 4,0%
- b) 4,4%
- c) 6,0%
- d) 6,6%
- e) 8,8%

Comentários:

Estudamos que no Regime de Juros Simples, os Juros são calculados pela seguinte fórmula:

$$J_S = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_S = \text{Juros Simples} = 8.800$$

$$C = \text{Capital inicial} = 200.000$$

$$t = \text{tempo de aplicação} = 20 \text{ dias}$$

$$i = \text{taxa de juros} = ?$$

Observe que a banca nos fornece o tempo de aplicação em **DIAS** e nos questiona a taxa **MENSAL**.



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Vamos substituir os valores na fórmula e calcular a taxa de juros.

$$J_S = C \times i \times t$$

$$8.800 = 200.000 \times i \times 20$$

$$i = \frac{88}{40.000} \rightarrow i = 0,0022 \text{ ou } 0,22\% \text{ ao dia}$$

Perceba que, como entramos na fórmula com o tempo em dias, a resposta da taxa também será em dia. Precisamos agora, transformar a taxa diária para taxa mensal.

Em regime de Juros Simples, **as taxas são proporcionais**. Logo, como 1 mês tem 30 dias:

$$i_{\text{mensal}} = i_{\text{diária}} \times 30$$

$$i_{\text{mensal}} = 0,22\% \times 30 \rightarrow i_{\text{mensal}} = 6,6\% \text{ ao mês}$$



Obs: Você poderia também, converter o tempo do enunciado para a unidade "mês" e a resposta da taxa, necessariamente, já sairia na unidade mensal.

$$t = \text{tempo de aplicação} = 20 \text{ dias} = 2/3 \text{ mês}$$

E calculando a taxa mensal:

$$J_s = C \times i \times t$$

$$8.800 = 200.000 \times i \times \frac{2}{3}$$

$$i = \frac{3 \times 88}{4.000} \rightarrow i = 0,066 \text{ ou } 6,6\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa **D**

2. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Aldo aplicou R\$ 7.000,00 por um tempo numa caderneta de poupança e recebeu um total de R\$ 1.750,00 de juros. No mesmo dia em que Aldo fez a aplicação, Baldo aplicou, na mesma poupança, uma certa quantia que rendeu R\$ 1.375,00 de juros no mesmo período de tempo da aplicação de Aldo.

Quanto, em reais, Baldo aplicou na poupança?

- a) 5.500

- b) 5.000
- c) 6.500
- d) 6.000
- e) 4.500

Comentários:



Vamos utilizar as informações iniciais de Aldo e calcular algo interessante.

✚ "Aldo aplicou R\$ 7.000,00 por um tempo numa caderneta de poupança e recebeu um total de R\$ 1.750,00 de juros."

No regime de Juros Simples, os Juros são calculados pela seguinte aplicação:

$$J_s = C \times i \times t$$

Vamos substituir os valores:

$$J_s = C \times i \times t$$

$$1.750 = 7.000 \times i \times t$$

$$i \times t = \frac{1.750}{7.000} \rightarrow i \times t = 0,25$$



Observe que **não sabemos o valor da taxa i nem do tempo de aplicação t** . Mas, sabemos que **a multiplicação de i por t será igual a 0,25**.

Segure esta informação.

Vamos trabalhar com as informações de Baldo agora.

✚ "No mesmo dia em que Aldo fez a aplicação, Baldo aplicou, na mesma poupança, uma certa quantia que rendeu R\$ 1.375,00 de juros no mesmo período de tempo da aplicação de Aldo."

Iremos aplicar a fórmula dos Juros Simples para Baldo.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$1.375 = C \times i \times t$$

Observe que o tempo de aplicação e a taxa de juros são as mesmas de Aldo. Então, nesta equação, onde temos $i \times t$ substituiremos por 0,25.

Conseguiu "pegar" esta passagem?

Perceba que nesta equação também temos a multiplicação de i por t . E, como se trata do mesmo tempo e da mesma poupança (mesma taxa), **a multiplicação $i \times t$ será a mesma nas duas fórmulas** (tanto de Aldo quanto de Baldo).

$$1.375 = C \times \overset{0,25}{\boxed{i \times t}}$$

Substituindo $i \times t$ por 0,25 e calculando o Capital aplicado por Baldo teremos:

$$1.375 = C \times i \times t$$

$$1.375 = C \times 0,25$$

$$C = \frac{1.375}{0,25}$$

Lembrando que, dividir por 0,25 é a mesma coisa que multiplicar por 4. Boa hora de voltar às aulas de matemática básica e revisar a parte de frações.

$$C = 1.375 \times 4 \rightarrow \boxed{C = 5.500}$$

Gabarito: Alternativa A

3. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 350.000,00 por 25 dias, a uma taxa de juro simples de 4,8% ao mês, em um mês com 30 dias. Considere que, ao final desse período, a empresa quita a dívida pagando, além dos juros, uma taxa de utilização de crédito igual a 0,5% do valor tomado emprestado.

Assim, o valor mais próximo do custo total do empréstimo no momento da quitação, em reais, é igual a

- a) 13.500,00
- b) 14.250,00

- c) 15.750,00
- d) 16.800,00
- e) 18.550,00

Comentários:



Questão **bem interessante** de Juros Simples que eu acredito que possa vir na sua prova.

Uma empresa toma um empréstimo de R\$ 350.000,00 por 25 dias, a uma taxa de juro simples de 4,8% ao mês, em um mês com 30 dias. Vamos calcular o custo total desta dívida.

Primeiramente, iremos calcular os Juros Simples.

$$J_s = C \times i \times t$$

Onde,

$$J_s = \text{Juros Simples} = ?$$

$$C = \text{Capital inicial} = 350.000$$

$$t = \text{tempo} = 25 \text{ dias}$$

$$i = \text{taxa de juros} = 4,8\% \text{ ao mês}$$



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo de aplicação devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Vamos então, transformar o tempo da unidade "dias" para a unidade "mês". 25 dias é igual a 25/30 mês.

Ou então, para quem tem mais dificuldade, basta fazer uma regra de três simples.

Dias	Mês
30	1
25	t

Multiplicando cruzado:

$$30 \times t = 25 \times 1$$

$$t = \frac{25}{30} \rightarrow t = \frac{5}{6} \text{ mês}$$

Vamos substituir os valores na fórmula e calcular os Juros.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$J_s = 350.000 \times \frac{4,8}{100} \times \frac{5}{6} \rightarrow J_s = 14.000$$



Observe que o enunciado nos informa que **o Custo total é dado pelos Juros e também pelo valor de uma taxa de utilização de crédito igual a 0,5% do valor tomado emprestado**. Vamos calcular o valor desta taxa.

$$taxa = \frac{0,5}{100} \times 350.000$$

$$taxa = 0,5 \times 3.500 \rightarrow taxa = 1.750$$

Logo, o Custo total vai ser igual a:

$$Custo\ total = Juros + Taxa$$

$$Custo\ total = 14.000 + 1.750 \rightarrow \text{Custo total} = 15.750$$

Gabarito: Alternativa **C**

4. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2016) Um equipamento, cujo preço anunciado é de R\$ 100.000,00 pode ser comprado à vista com um desconto de 20%, ou a prazo, em duas parcelas

mensais e iguais de R\$ 55.000,00, sendo a primeira na data da compra, e a segunda para daí a 1 mês.

A taxa mensal de juros cobrada pela loja, comparando-se as duas formas de pagamento, é igual a

- a) 20%
- b) 30%
- c) 55%
- d) 120%
- e) 150%

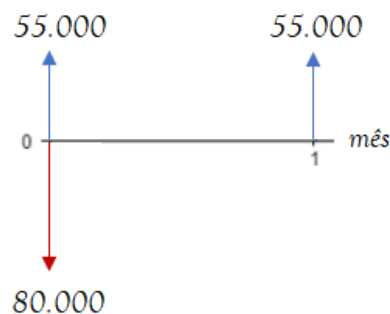
Comentários:

Um equipamento, cujo preço anunciado é de R\$ 100.000,00 pode ser comprado à vista com um desconto de 20%. Logo, o Preço à vista será igual a:

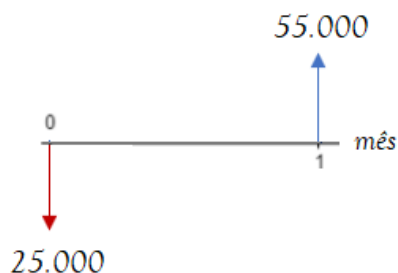
$$P = 100.000 - \frac{20}{100} \times 100.000$$
$$P = 100.000 - 20.000 \rightarrow \boxed{P = 80.000}$$

Ou a prazo, em duas parcelas mensais e iguais de R\$ 55.000,00, sendo a primeira na data da compra, e a segunda para daí a 1 mês.

Vamos representar graficamente essas duas opções de compra.



Ora, se o comprador deu R\$ 55.000 de entrada e o valor total é de R\$ 80.000, é porque ficou faltando a este pagar um **Capital de R\$ 25.000**, certo?



Então, ao invés de pagar um Capital de R\$ 25.000 no período zero, foi pago um Montante de R\$ 55.000 um mês após. Ou seja, **R\$ 30.000 reais de juros em 1 mês.**

Vamos aplicar a fórmula dos Juros Simples e calcular a taxa mensal aplicada sobre esta operação.

$$J_s = C \times i \times t$$

$$30.000 = 25.000 \times i \times 1$$

$$30 = 25 \times i$$

$$i = \frac{30}{25} \rightarrow i = 1,2 \text{ ou } 120\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa **D**

5. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2012) Certo investidor, que dispunha de R\$ 63.000,00, dividiu seu capital em duas partes e aplicou-as em dois fundos de investimento. O primeiro fundo rendeu 0,6% em um mês, e o segundo, 1,5% no mesmo período.

Considerando-se que o valor do rendimento (em reais) nesse mês foi o mesmo em ambos os fundos, a parte do capital aplicada no fundo com rendimentos de 0,6% foi

- a) R\$ 18.000,00
- b) R\$ 27.000,00
- c) R\$ 36.000,00
- d) R\$ 45.000,00
- e) R\$ 54.000,00

Comentários:



Este é o maior nível que a Cesgranrio possa vir a cobrar nas questões de Juros Simples. Vamos juntos e você entenderá a mecânica de resolução.

Certo investidor, que dispunha de R\$ 63.000,00, dividiu seu capital em duas partes e aplicou-as em dois fundos de investimento. O primeiro fundo rendeu 0,6% em um mês, e o segundo, 1,5% no mesmo período.

Não sabemos os valores que ele dividiu. Iremos chamar o Capital do fundo que rendeu 0,6% de C e o Capital do outro fundo, logicamente, será o que "sobrou", ou seja, $63.000 - C$.

O enunciado nos afirma que **os rendimentos (Juros) em ambos foram iguais**. Então:

$$J_1 = J_2$$

No regime de Juros Simples, os Juros são iguais a: $J = C \times i \times t$.

Vamos substituir esta fórmula na igualdade acima.

$$J_1 = J_2$$

$$C_1 \times i_1 \times t_1 = C_2 \times i_2 \times t_2$$

$$C \times \frac{0,6}{100} \times 1 = (63.000 - C) \times \frac{1,5}{100} \times 1$$

Conseguiu compreender, caro aluno? Observe nossa substituição. **Os Juros da primeira operação são iguais ao Juros da segunda.**

O primeiro Capital C , conforme descrito no enunciado, é submetido a uma taxa de 0,6% no mês durante o período de 1 mês.

$$J_1 = C \times \frac{0,6}{100} \times 1$$

Já o segundo Capital tem valor de $(63.000 - C)$ rendendo 1,5% em 1 mês.

$$J_2 = (63.000 - C) \times \frac{1,5}{100} \times 1$$

Voltando à resolução. Vamos resolver a igualdade e calcular o valor de C .

$$C \times \frac{0,6}{100} \times 1 = (63.000 - C) \times \frac{1,5}{100} \times 1$$

$$0,6C = (63.000 - C) \times 1,5$$

$$0,6C = 94.500 - 1,5C$$

$$0,6C + 1,5C = 94.500$$

$$2,1C = 94.500$$

$$C = \frac{94.500}{2,1} \rightarrow C = 45.000$$

O Capital C é o Capital que está submetido ao rendimento de 0,6% no mês. Logo, é o nosso gabarito. Perceba que, se a banca pedisse o Capital submetido ao rendimento de 1,5%, teríamos que fazer $63.000 - C$.

2. JUROS COMPOSTOS

6. (CESGRANRIO / BB - 2015) Um investimento rende à taxa de juros compostos de 12% ao ano com capitalização trimestral.

Para obter um rendimento de R\$ 609,00 daqui a 6 meses, deve-se investir, hoje, em reais,

- a) 6.460
- b) 10.000
- c) 3.138
- d) 4.852
- e) 7.271

Comentários:



Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \text{ ao ano capitalizada trimestralmente}$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: “**quem manda é o período de capitalização**”.

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (trimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{Efetiva\ Trimestral} = \frac{12\%}{4} \rightarrow i_{Efetiva\ trimestral} = 3\% \text{ a. t.}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.



Eu fiz o passo a passo para que você pudesse entender. Na hora da prova, certamente você estará dominando este assunto e irá fazer esta conta de cabeça, acelerando a resolução.

Voltando à resolução.

O enunciado nos questiona o valor a ser investido hoje para obter um rendimento (Juros) de R\$ 609,00 daqui a 6 meses. Vamos utilizar a fórmula do Montante em Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = C + 609$$

$$C = \text{Capital} = C$$

$$i = \text{taxa de juros} = 3\% \text{ ao trimestre} = 0,03$$

$$t = \text{tempo} = 6 \text{ meses} = 2 \text{ trimestres}$$

Observe que não sabemos o valor do Montante. Mas, pela definição, sabemos que o Montante é igual ao Capital mais os Juros (609).



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Precisamos transformar a o tempo da unidade "mês" para a unidade "trimestre", uma vez que a taxa efetiva esta na unidade "trimestre". 6 meses são equivalentes a 2 trimestres.

Substituindo os valores e calculando o Capital teremos:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$C + 609 = C \times (1 + 0,03)^2$$

$$C + 609 = C \times 1,03^2$$

Lembra da dica do "um vírgula alguma coisa ao quadrado"? Primeiro dobra e depois eleva ao quadrado.

$$C + 609 = C \times 1,0609$$

$$609 = 1,0609C - C$$

$$609 = 0,0609C$$

$$C = \frac{609}{0,0609} \rightarrow C = 10.000$$

Para obter um rendimento de R\$ 609,00 daqui a 6 meses, deve-se investir, hoje, em reais, 10.000.

Gabarito: Alternativa **B**

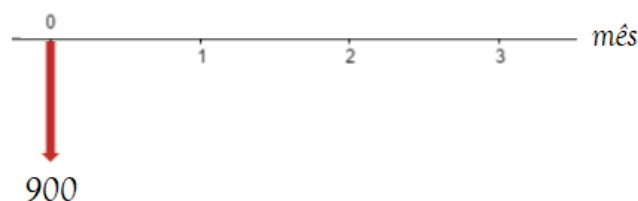
7. (CESGRANRIO / BB - 2012) João tomou um empréstimo de R\$ 900,00 a juros compostos de 10% ao mês. Dois meses depois, João pagou R\$ 600,00 e, um mês após esse pagamento, liquidou o empréstimo.

O valor desse último pagamento foi, em reais, aproximadamente,

- a) 240,00
- b) 330,00
- c) 429,00
- d) 489,00
- e) 538,00

Comentários:

João tomou um empréstimo de R\$ 900,00 a juros compostos de 10% ao mês (0,1).



Vamos calcular o valor do Montante desta dívida 2 meses após.

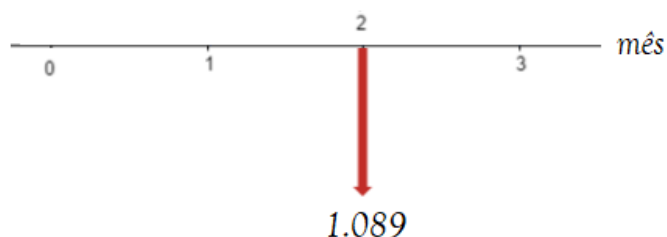
$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 900 \times (1 + 0,1)^2$$

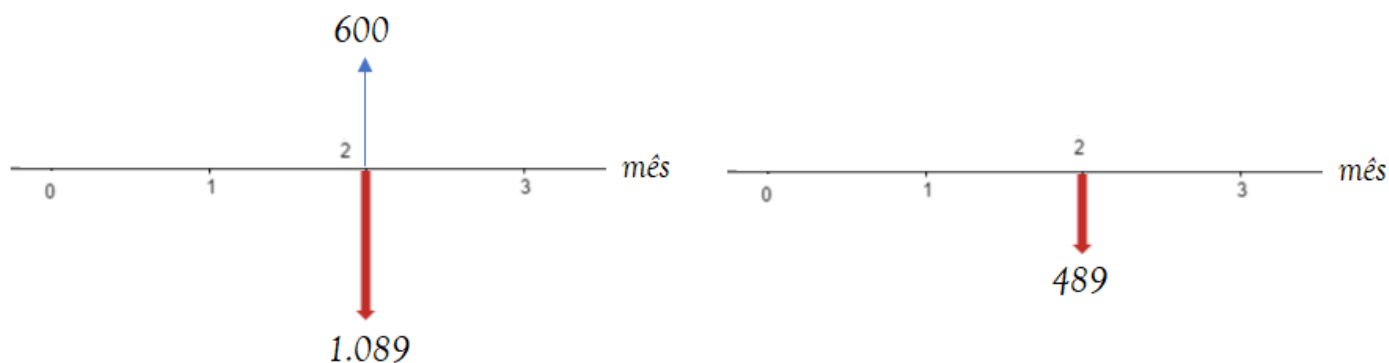
$$M = 900 \times 1,1^2$$

$$M = 900 \times 1,21 \rightarrow M = 1.089$$

Então, 2 meses após, esta dívida estava no valor de R\$ 1.089,00.



João pagou R\$ 600,00 desta dívida no mês 2. Se a dívida estava no valor de R\$ 1.089,00 e João pagou R\$ 600,00 logo, ainda falta a João pagar R\$ 489,00.



Atenção!



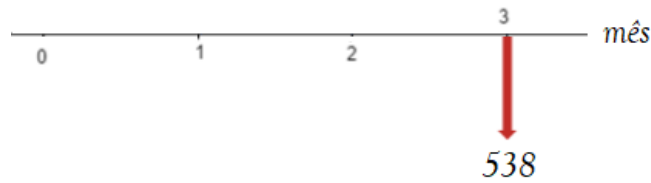
Ele paga o restante da dívida 1 mês após. Cuidado para não marcar a Alternativa D que é o valor da dívida depois dele ter pagado os R\$ 600,00.

Iremos então, calcular o valor do Montante desta dívida restante de R\$ 489,00 um mês após.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 489 \times (1 + 0,1)^1$$

$$M = 489 \times 1,1 \rightarrow M \cong 538$$



Sendo assim, o valor desse último pagamento foi, em reais igual a 538.



Na hora da sua prova, **você não precisa desenhar o fluxo de caixa**. Eu trouxe o fluxo para podermos "enxergar" a dinâmica da dívida ao longo do tempo e também, para começarmos a nos familiarizar com o valor do dinheiro no tempo (deslocamento). Este domínio será muito importante na aula de Equivalência de Capitais.

Dito isto,

Gabarito: Alternativa E

8. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um contrato de prestação de serviços prevê, em caso de atraso do pagamento do serviço realizado, a cobrança de juros de 1% ao mês, sobre o saldo devedor, ou seja, no regime de juros compostos. Além disso, há uma multa adicional de 2% sobre o valor do serviço previsto no contrato. Considere que o comprador pagou com atraso de 6 meses um contrato nesses moldes, cujo valor era de 100 milhões de reais, e que nenhum pagamento intermediário fora efetuado nesse período.

Dado: $1,01^6 = 1,06152$

Assim, o valor mais próximo do total pago nessa operação, incluindo multa e juros, foi de

- a) R\$ 106.152.000,00
- b) R\$ 106.200.000,00
- c) R\$ 108.000.000,00
- d) R\$ 108.152.000,00
- e) R\$ 108.275.000,00

Comentários:

Vamos calcular o Montante deste pagamento 6 meses após utilizando a fórmula do regime de Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 100.000.000$

$i = \text{taxa de juros} = 1\% \text{ ao mês} = 0,01$

$t = \text{tempo} = 6 \text{ meses}$

Substituindo os valores teremos:

$$M = 100.000.000 \times (1 + 0,01)^6$$

$$M = 100.000.000 \times 1,01^6$$

O enunciado nos informa que $1,01^6 = 1,06152$.

$$M = 100.000.000 \times 1,06152 \rightarrow \boxed{M = 106.152.000}$$



Observe que há ainda, o **pagamento de uma multa adicional de 2% sobre o valor do serviço** previsto no contrato.

$$\text{multa} = \frac{2}{100} \times 100.000.000 \rightarrow \boxed{\text{multa} = 2.000.000}$$

Sendo assim, o Montante total a pagar será igual a:

$$M_{total} = 106.152.000 + 2.000.000 \rightarrow \boxed{M_{total} = 108.152.000}$$

Gabarito: Alternativa **D**

9. (CESGRANRIO / Liquigás - 2018) Uma empresa faz uma aplicação no valor de R\$ 1.000.000,00, em um fundo que remunera a uma taxa de 1% ao mês, no regime de juros compostos. Após dois anos, a empresa resgatou o dinheiro, pagando exatamente duas taxas, ambas aplicadas sobre os juros da operação, sendo elas: 15% de imposto de renda e 10% de taxa de performance. Considere para os cálculos que $1,01^{24} = 1,27$.

O valor mais próximo da rentabilidade líquida (já descontadas as taxas) da operação, em reais, é igual a

- a) 60.000,00
- b) 67.500,00
- c) 202.500,00
- d) 245.000,00
- e) 270.000,00

Comentários:

Vamos primeiramente calcular o Montante desta operação 2 anos após o investimento.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = ?$$

$$C = \text{Capital} = 1.000.000$$

$$i = \text{taxa de juros} = 1\% \text{ ao mês} = 0,01$$

$$t = \text{tempo} = 2 \text{ anos} = 24 \text{ meses}$$



A **CESGRANRIO** vai sempre tentar confundir o candidato nessa "pegadinha". Lembre-se de que a Taxa de Juros e o tempo devem estar, **OBRIGATORIAMENTE**, na mesma unidade de grandeza.

Precisamos transformar a o tempo da unidade "ano" para a unidade "mês". 2 anos são equivalentes a 24 meses.

Substituindo os valores e calculando o Montante.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000.000 \times (1 + 0,01)^{24}$$

$$M = 1.000.000 \times 1,01^{24}$$

O enunciado nos informa que $1,01^{24} = 1,27$.

$$M = 1.000.000 \times 1,27 \rightarrow \boxed{M = 1.270.000}$$

Vamos calcular os Juros (rendimentos) da operação:

$$M = C + J$$

$$1.270.000 = 1.000.000 + J$$

$$J = 1.270.000 - 1.000.000 \rightarrow J = 270.000$$



ACORDE!

Observe que este **NÃO** será o rendimento recebido pela empresa.

A empresa pagou duas taxas, ambas **aplicadas sobre os juros da operação**, sendo elas: 15% de imposto de renda e 10% de taxa de performance, ou seja, a empresa pagou um total de 25% de taxa sobre os Juros.

$$taxas = \frac{25}{100} \times 270.000 \rightarrow \text{taxas} = 67.500$$

Ou seja, a empresa receberá um rendimento "líquido" igual ao Juros da operação menos as taxas pagas por ela.

$$rendimento = 270.000 - 67.500 \rightarrow \text{rendimento} = 202.500$$

Gabarito: Alternativa **C**

10. (CESGRANRIO / Liquigás - 2014) Uma instituição financiou R\$ 10.000,00, utilizando uma taxa de juros de 6% ao semestre com capitalização mensal.

Se o financiamento foi quitado ao final de três meses, os juros foram, aproximadamente, de

- a) R\$ 100,00
- b) R\$ 200,00
- c) R\$ 204,00
- d) R\$ 300,00
- e) R\$ 303,00

Comentários:



Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 6\% \text{ ao semestre capitalizada mensalmente}$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: “**quem manda é o período de capitalização**”.

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (semestre) para a unidade de tempo do período de capitalização (mês)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 semestre há 6 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um sexto da taxa semestral.

$$i_{Efetiva\ Mensal} = \frac{6\%}{6} \rightarrow i_{Efetiva\ Mensal} = 1\% \text{ a. m.}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.



Eu fiz o passo a passo para que você pudesse entender. Na hora da prova, certamente você estará dominando este assunto e irá fazer esta conta de cabeça, acelerando a resolução.

Voltando à resolução.

O financiamento foi quitado ao final de três meses. Vamos calcular o Montante pago por este financiamento.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

Onde,

$M = \text{Montante} = ?$

$C = \text{Capital} = 10.000$

$i = \text{taxa de juros} = 1\% \text{ ao mês}$

$t = \text{tempo} = 3 \text{ meses}$

Substituindo os valores e calculando o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 10.000 \times (1 + 0,01)^3$$

$$M = 10.000 \times 1,01^3$$

$$M = 10.000 \times 1,0303 \rightarrow \boxed{M = 10.303}$$

De posse do Montante e do Capital, calculamos os Juros.

$$M = C + J$$

$$10.303 = 10.000 + J$$

$$J = 10.303 - 10.000 \rightarrow \boxed{J = 303}$$

Gabarito: Alternativa E

11. (CESGRANRIO / BB - 2015) Uma conta de R\$ 1.000,00 foi paga com atraso de 2 meses e 10 dias. Considere o mês comercial, isto é, com 30 dias; considere, também, que foi adotado o regime de capitalização composta para cobrar juros relativos aos 2 meses, e que, em seguida, aplicou-se o regime de capitalização simples para cobrar juros relativos aos 10 dias.

Se a taxa de juros é de 3% ao mês, o juro cobrado foi de

- a) R\$ 64,08
- b) R\$ 79,17
- c) R\$ 40,30
- d) R\$ 71,51
- e) R\$ 61,96

Comentários:

Observe que a questão trata da Convenção Linear, onde iremos utilizar o **regime de Capitalização Composta para a parte inteira** do tempo de aplicação e o **regime de Capitalização Simples para a parte fracionária**.

Primeiramente então, vamos calcular o Montante desta dívida em 2 meses (parte inteira) utilizando a fórmula do Montante em regime de Juros Compostos.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0,03)^2$$

$$M = 1.000 \times 1,03^2$$

$$M = 1.000 \times 1,0609 \rightarrow \boxed{M = 1.060,9}$$

De posse do Montante calculado acima, iremos utilizar a **fórmula do Montante em Juros Simples para a parte fracionária** (10 dias).

$$M = C \times (1 + i \times t)$$

$$M = 1.060,9 \times \left(1 + 0,03 \times \frac{1}{3}\right)$$

Observe que convertemos a unidade do tempo de aplicação (10 dias) para a unidade da taxa de juros (mensal) pois **necessariamente** devem coincidir. 10 dias é igual a um terço do mês (1/3).

$$M = 1.060,9 \times \left(1 + 0,03 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$M = 1.060,9 \times (1 + 0,01)$$

$$M = 1.060,9 \times 1,01 \rightarrow \boxed{M = 1.071,51}$$

Logo, os Juros total serão de:

$$M = C + J$$

$$1.071,51 = 1.000 + J$$

$$J = 1.071,51 - 1.000 \rightarrow \boxed{J = 71,51}$$



Você poderia também calcular o Montante direto na fórmula do Montante na Convenção Linear. Acredito que é mais fácil entender a sistemática da Convenção do que decorar a fórmula. Mas, aplicando a fórmula teríamos:

$$M = C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

Onde,

$t_1 = \text{parte inteira do período de aplicação} = 2 \text{ meses}$

$t_2 = \text{parte fracionária do período de aplicação} = 10 \text{ dias} = 1/3 \text{ mês}$

Perceba que essa fórmula, nada mais é que a aglutinação dos dois passos que fizemos acima.

Primeiro, aplicamos **Juros Compostos para a parte inteira** do período de aplicação e, posteriormente, **Juros Simples para a parte fracionária**.

Calculando o Montante:

$$M = C \times (1 + i)^{t_1} \times (1 + i \times t_2)$$

$$M = 1.000 \times (1 + 0,03)^2 \times \left(1 + 0,03 \times \frac{1}{3}\right)$$

$$M = 1.000 \times 1,0609 \times 1,01 \rightarrow \boxed{M = 1.071,51}$$

E os Juros, seriam, como calculamos, **R\$ 71,51**.

Gabarito: Alternativa **D**

12. (CESGRANRIO / BB - 2012) Um investimento rende a taxa nominal de 12% ao ano com capitalização trimestral.

A taxa efetiva anual do rendimento correspondente é, aproximadamente,

- a) 12%
- b) 12,49%
- c) 12,55%
- d) 13%
- e) 13,43%

Comentários:

O início da resolução é igual ao da questão acima.

✚ Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

Taxa Nominal é a taxa de juros cuja unidade de tempo **não coincide** com a unidade de tempo do período de capitalização. Observe que a taxa fornecida no enunciado é uma taxa nominal.

$$i_{Nominal} = 12\% \text{ ao ano capitalizada trimestralmente}$$

Nunca resolva um exercício usando a taxa nominal. Sempre devemos passar para a unidade de tempo do período de capitalização. Então tenha em mente: “**quem manda é o período de capitalização**”.

E como passamos da unidade de tempo do período da taxa nominal (ano) para a unidade de tempo do período de capitalização (trimestre)?

Basta fazermos uma simples divisão/multiplicação.

Em 1 ano há 4 trimestres. Então, a Taxa Efetiva trimestral será um quarto da taxa anual.

$$i_{\text{Efetiva Trimestral}} = \frac{12\%}{4} \rightarrow i_{\text{Efetiva trimestral}} = 3\% \text{ a. t.}$$

A banca nos questiona o valor da Taxa efetiva anual, isto é, da Taxa equivalente anual.

✚ Segundo passo é calcular a Taxa Efetiva semestral equivalente à Taxa Efetiva trimestral de 6%.

Ou seja, uma taxa efetiva trimestral capitalizada por 4 trimestres (1 ano) resultará em que taxa efetiva anual?

Para acharmos a taxa equivalente tomamos como base a **potenciação**.

$$(1 + i_{\text{trimestral}})^4 = (1 + i_{\text{anual}})$$

$$(1 + 0,03)^4 = (1 + i_{\text{anual}})$$

$$1,03^4 = 1 + i_{\text{anual}}$$

$$1,1255 = 1 + i_{\text{anual}}$$

$$i_{\text{anual}} = 1,1255 - 1 \rightarrow i_{\text{anual}} = 0,1255 \text{ ou } 12,55\%$$

Gabarito: Alternativa C

13. (CESGRANRIO / BB - 2015) Um cliente foi a um banco tomar um empréstimo de 100 mil reais, no regime de juros compostos, a serem pagos após 3 meses por meio de um único pagamento.

Para conseguir o dinheiro, foram apresentadas as seguintes condições:

I - taxa de juros de 5% ao mês, incidindo sobre o saldo devedor acumulado do mês anterior;

II - impostos mais taxas que poderão ser financiados juntamente com os 100 mil reais.

Ao fazer a simulação, o gerente informou que o valor total de quitação após os 3 meses seria de 117.500 reais.

O valor mais próximo do custo real efetivo mensal, ou seja, a taxa mensal equivalente desse empréstimo, comparando o que pegou com o que pagou, é de

- a) $[(1,175^{1/3} - 1) \times 100]\%$
- b) $[(1,193^{1/3} - 1) \times 100]\%$
- c) $[(1,050^{1/3} - 1) \times 100]\%$
- d) $[(1,158^{1/3} - 1) \times 100]\%$
- e) $[(1,189^{1/3} - 1) \times 100]\%$

Comentários:

Um cliente foi ao banco tomar um empréstimo de 100 mil reais e, ao final de 3 meses a juros compostos de 5% ao mês, pagaria um **Montante** igual a 117.500 reais.



Observe que a taxa de juros incide sobre o saldo devedor acumulado do mês anterior, caracterizando assim, como estudamos na aula anterior, **regime de Juros Compostos**.

Vamos aplicar a fórmula do Montante em Juros Compostos e calcular a taxa mensal de juros.

$$M = C \times (1 + i)^t$$

$$117.500 = 100.000 \times (1 + i)^3$$

$$(1 + i)^3 = \frac{117.500}{100.000}$$

$$(1 + i)^3 = 1,175$$

$$1 + i = 1,175^{1/3}$$

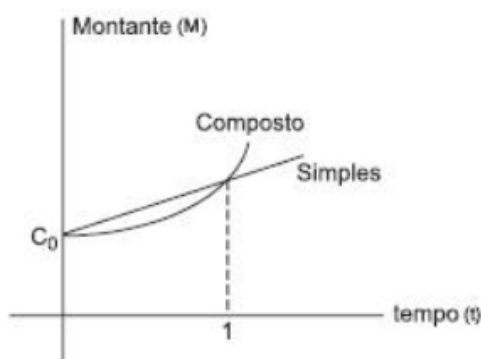
$$i = 1,175^{1/3} - 1$$

Para calcularmos em termos percentuais, basta multiplicar a taxa por 100.

$$i = [(1,175^{1/3} - 1) \times 100]\%$$

Gabarito: Alternativa **A**

14. (CESGRANRIO / Caixa - 2008) O gráfico a seguir representa as evoluções no tempo do Montante a Juros Simples e do Montante a Juros Compostos, ambos à mesma Taxa de Juros. M é dado em unidades monetárias e t, na mesma unidade de tempo a que se refere a Taxa de Juros utilizada.



Analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor é mais vantajoso emprestar a Juros

- compostos, sempre.
- compostos, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.
- simples, sempre.
- simples, se o período do empréstimo for maior do que a unidade de tempo.
- simples, se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo.

Comentários:

Aprendemos na teoria que: dado 2 Capitais de mesmo valor inicial submetidos a uma mesma Taxa de Juros, 3 hipóteses de cenários serão possíveis em função do tempo de aplicação:

- $t < 1$: Para o tempo **menor que 1 unidade de tempo**, o Regime de Juros Simples irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Compostos.

$$M_{Simples} > M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} > J_{Compostos}$$

- $t = 1$: Para o tempo **igual a 1 unidade**: Há indiferença nas aplicações.

$$M_{Simples} = M_{Composto} \quad \therefore \quad J_{Simples} = J_{Compostos}$$

- $t > 1$: Para o tempo **maior que 1 unidade de tempo**, o Regime de Juros Compostos irá proporcionar um Montante (e logicamente um Juros) maior que o Regime de Juros Simples.

$$M_{Composto} > M_{Simples} \quad \therefore \quad J_{Compostos} > J_{Simples}$$

Então, analisando-se o gráfico, conclui-se que para o credor **é mais vantajoso emprestar a Juros Simples se o período do empréstimo for menor do que a unidade de tempo**, uma vez que o retorno (Juros) será maior.

Gabarito: Alternativa E

3. TAXA REAL, APARENTE, E DE INFLAÇÃO

15. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um investimento obteve variação nominal de 15,5% ao ano. Nesse mesmo período, a taxa de inflação foi 5%. A taxa de juros real anual para esse investimento foi

- a) 0,5%
- b) 5,0%
- c) 5,5%
- d) 10,0%
- e) 10,5%

Comentários:



A **Taxa Real**, que é taxa onde são descontados os efeitos inflacionários, é calculada através da equação de relação entre as taxas e **NÃO por subtração**.

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

i_a = Taxa aparente (variação nominal) = 15,5% ao ano = 0,155

i_r = Taxa real = ?

i_i = Taxa de inflação = 5% no ano = 0,05

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$(1 + 0,155) = (1 + i_r) \times (1 + 0,05)$$

$$1,155 = (1 + i_r) \times 1,05$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,155}{1,05}$$

$$1 + i_r = 1,1$$

$$i_r = 1,1 - 1 \rightarrow i_r = 0,1 \text{ ou } 10\% \text{ ao ano}$$

Gabarito: Alternativa D

16. (CESGRANRIO / BB - 2015) Em um período no qual a inflação acumulada foi de 100%, R\$ 10.000,00 ficaram guardados em um cofre, ou seja, não sofreram qualquer correção.

Nessas condições, houve uma desvalorização dos R\$ 10.000,00 de

- a) 1/4
- b) 1/2
- c) 2/3
- d) 3/4
- e) 1

Comentários:

Observe que os R\$ 10.000,00 ficaram guardados em um cofre, isto é, o valor permaneceu constante. Vamos utilizar a equação "adaptada" de relação entre as taxas e calcular

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$M = \text{Montante} = 10.000$$

$$C = \text{Capital} = 10.000$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 100\% = 1$$

Perceba que, conforme comentamos, o Capital e o Montante são iguais, uma vez que não houve alteração do valor guardado.

Vamos substituir os valores e calcular a taxa real (o quanto realmente desvalorizou).

$$\frac{M}{C} = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

$$\frac{10.000}{10.000} = (1 + i_r) \times (1 + 1)$$

$$1 = (1 + i_r) \times 2$$

$$(1 + i_r) = \frac{1}{2}$$

$$1 + i_r = 0,5$$

$$i_r = 0,5 - 1 \rightarrow i_r = -0,5$$

As respostas estão em termos fracionários. Logo:

$$i_r = -0,5 \rightarrow i_r = -\frac{1}{2}$$

Ou seja, houve uma desvalorização dos R\$ 10.000,00 de 1/2.

Gabarito: Alternativa B

17. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma construtora anuncia a venda de um imóvel à taxa nominal de juros de 12% a.a. com correção mensal do saldo e das prestações.

Qual é a taxa real anual, aproximada, do financiamento, considerando-se uma inflação anual de 10%?

Dados: $1,01^{12} = 1,127$

- a) 2,44%
- b) 2,00%
- c) 1,98%
- d) 1,82%
- e) -2,38%

Comentários:



Observe que a taxa fornecida pelo enunciado é a taxa nominal de juros. Lembram-se da aula passada?

Primeiro passo é converter a Taxa Nominal para a Taxa Efetiva.

$$i_{Nominal} = 12\% \text{ ao ano capitalizada mensalmente}$$

Tenha em mente: “**quem manda é o período de capitalização**”.

Em 1 ano há 12 meses. Então, a Taxa Efetiva mensal será um doze avos da taxa anual.

$$i_{\text{Efetiva Mensal}} = \frac{12\%}{12} \rightarrow \boxed{i_{\text{Efetiva Mensal}} = 1\% \text{ a. m.}}$$

Agora, de posse taxa efetiva mensal, vamos calcular a taxa efetiva equivalente anual. Ou seja, a taxa mensal de 1% capitalizada por 12 meses (1 ano) será equivalente a qual taxa anual?

$$(1 + i_{\text{mensal}})^{12} = (1 + i_{\text{anual}})$$

$$(1 + 0,01)^{12} = (1 + i_{\text{anual}})$$

$$1,01^{12} = (1 + i_{\text{anual}})$$

O enunciado nos informa que $1,01^{12} = 1,127$.

$$1,127 = 1 + i_{\text{anual}}$$

$$i_{\text{anual}} = 1,127 - 1 \rightarrow \boxed{i_{\text{anual}} = 0,127 \text{ ou } 12,7\%}$$

✓ Essa será a taxa que devemos utilizar no exercício.

Vamos utilizar a equação de relação entre essas taxas:

$$(1 + i_a) = (1 + i_r) \times (1 + i_i)$$

Onde,

$$i_a = \text{Taxa aparente} = 12,7\% \text{ ao ano} = 0,127$$

$$i_r = \text{Taxa real} = ?$$

$$i_i = \text{Taxa de inflação} = 10\% \text{ no ano} = 0,1$$

Iremos substituir os valores e calcular a taxa real.

$$(1 + 0,127) = (1 + i_r) \times (1 + 0,1)$$

$$1,127 = (1 + i_r) \times 1,1$$

$$(1 + i_r) = \frac{1,127}{1,1}$$

$$1 + i_r = 1,0244$$

$$i_r = 1,0244 - 1 \rightarrow \boxed{i_r = 0,0244 \text{ ou } 2,44\%}$$

Gabarito: Alternativa **A**

18. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018 - Adaptada) O governo central publicou os números da inflação geral apurados a cada mês no primeiro trimestre do ano 20X8, conforme a Tabela I:

	Janeiro/20X8	Fevereiro/20X8	Março/20X8
Inflação geral	1,00%	0,90%	0,85%

Com base nos dados acima, verifica-se que o percentual da inflação acumulada, no primeiro trimestre, foi de

- a) 2,75%
- b) 1,0275%
- c) 2,78%
- d) 1,0278%
- e) 3,00%

Comentários:



Perceba que se você somasse as inflações para calcular a inflação acumulada, encontraria a resposta letra A. E assim, erraria a questão.

A inflação acumulada **NÃO É OBTIDA somando as inflações** de cada período. Precisamos utilizar a equação que aprendemos na aula.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3}) \times \dots \times (1 + i_{in})$$

Como temos apenas três período ficamos com:

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

Vamos substituir os valores da inflação de cada período e calcular a inflação acumulada dos três primeiros meses de 2018.

$$(1 + i_{iac}) = (1 + i_{i1}) \times (1 + i_{i2}) \times (1 + i_{i3})$$

$$(1 + i_{iac}) = (1 + 0,01) \times (1 + 0,009) \times (1 + 0,0085)$$

$$(1 + i_{iac}) = 1,01 \times 1,009 \times 1,0085$$

$$1 + i_{iac} = 1,0278$$

$$i_{iac} = 1,0278 - 1 \rightarrow i_{iac} = 0,0278 \text{ ou } 2,78\%$$

Gabarito: Alternativa C

4. CUSTO REAL EFETIVO

19. (CESGRANRIO / BB - 2015) Um microempresário precisa aumentar seu capital de giro e resolve antecipar 5 cheques de 10.000 reais cada um, todos com data de vencimento para dali a 3 meses.

Dados	
X	X^3
1,042	1,131
1,045	1,141
1,047	1,148
1,049	1,154
1,052	1,164

O gerente do banco informa que ele terá exatamente dois custos para realizar a antecipação, conforme descritos a seguir.

Custo 1 – Um desconto sobre o valor dos cheques a uma taxa de 4% ao mês. Esse desconto será diretamente proporcional ao valor dos cheques, ao tempo de antecipação e à taxa de desconto anunciados.

Custo 2 – Custos operacionais fixos de 500 reais para antecipações de até 100 mil reais.

Assim, comparando o valor de fato recebido pelo microempresário e o valor a ser pago após 3 meses (valor total dos cheques), o valor mais próximo da taxa efetiva mensal cobrada pelo banco, no regime de juros compostos, é de

- a) 5,2%
- b) 4,5%
- c) 4,7%
- d) 5,0%
- e) 4,3%

Comentários:

Lembrando que o **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago (Valor Nominal do título).

Vamos então, primeiramente, calcular o Capital efetivamente recebido.

Um microempresário resolve antecipar 5 cheques de 10.000 reais cada um (total de 50.000 reais), com data de vencimento para dali a 3 meses a uma taxa de 4% ao mês.

O enunciado nos afirma que esse **desconto será diretamente proporcional ao valor dos cheques, ao tempo de antecipação e à taxa de desconto anunciados.**

$$\uparrow D = \uparrow N \times \uparrow i \times \uparrow t$$

Ou seja, estamos tratando do **Desconto Comercial Simples**. Iremos calcular o Desconto.

$$D = N \times i \times t$$

$$D = 50.000 \times \frac{4}{100} \times 3 \rightarrow D = 6.000$$

Logo, o Valor Atual será:

$$D = N - A$$

$$6.000 = 50.000 - A$$

$$A = 50.000 - 6.000 \rightarrow \boxed{A = 44.000}$$



Observe que este **NÃO é o valor efetivamente recebido**. Tiveram custos operacionais fixos de 500 reais para antecipações de até 100 mil reais. Ele antecipou 50 mil, ou seja, um valor menor que 100 mil. Sendo assim, **pagou 500 reais de custos operacionais**.

Então, o valor efetivamente recebido será igual ao Valor Atual dos títulos menos a despesa operacional:

$$C_{ef} = 44.000 - 500 \rightarrow \boxed{C_{ef} = 43.500}$$

Por fim, vamos calcular a taxa efetiva da operação. Mais uma vez relembrando que taxa efetiva do período é aquela que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago (ou seja, o Valor Nominal do título).

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})^t$$

$$50.000 = 43.500 \times (1 + i_{ef})^3$$

$$\frac{50.000}{43.500} = (1 + i_{ef})^3$$

$$(1 + i_{ef})^3 \cong 1,149$$

Consultando a tabela fornecida constatamos que: $(1,047)^3 = 1,148$ (valor mais próximo de 1,149). Então:

$$1 + i_{ef} = 1,047$$

$$i_{ef} = 1,047 - 1 \rightarrow i_{ef} = 0,047 \text{ ou } 4,7\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa C

20. (CESGRANRIO / BB - 2015) Uma instituição financeira efetua o desconto de um título de valor de face de R\$ 25.000,00 dois meses antes do vencimento, utilizando taxa de desconto simples bancário (por fora) de 9% ao mês. A instituição exige o pagamento de 2% do valor de face do título como taxa de administração no momento de desconto do título.

A taxa bimestral de juros realmente cobrada é de

- a) 20%
- b) 25%
- c) 11%
- d) 16%
- e) 22,5%

Comentários:

Sempre vamos iniciar este tipo de exercício relembrando o conceito de taxa efetiva de uma operação. O **custo efetivo** (taxa efetiva) do período é aquele que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago (Valor Nominal do título).

Vamos então, primeiramente, calcular o Capital efetivamente recebido.

Uma instituição financeira efetua o desconto de um título de valor de face de R\$ 25.000,00 dois meses antes do vencimento, utilizando taxa de desconto comercial simples de 9% ao mês. O Valor Atual deste título será:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 25.000 \times (1 - 0,09 \times 2)$$

$$A = 25.000 \times (1 - 0,18)$$

$$A = 25.000 \times 0,82 \rightarrow A = 20.500$$



Observe que este **NÃO é o valor efetivamente recebido**. A instituição exige o pagamento de 2% do valor de face do título como taxa de administração no momento de desconto do título.

$$taxa = \frac{2}{100} \times 25.000 \rightarrow \boxed{taxa = 500}$$

Então, o valor efetivamente recebido será igual ao Valor Atual do título menos a taxa administrativa paga:

$$C_{ef} = 20.500 - 500 \rightarrow \boxed{C_{ef} = 20.000}$$

Por fim, vamos calcular a taxa efetiva da operação, isto é, a taxa que incide sobre o Capital efetivamente obtido e produz o Montante final que é pago (ou seja, o Valor Nominal do título).

$$M = C_{ef} \times (1 + i_{ef})^t$$

$$25.000 = 20.000 \times (1 + i_{ef})^1$$

Perceba que apesar da operação ser em 2 meses, a banca nos questiona a taxa BIMESTRAL. 2 meses equivale a 1 bimestre. Logo, t na fórmula é igual a 1.

$$(1 + i_{ef})^1 = \frac{25.000}{20.000}$$

$$1 + i_{ef} = 1,25$$

$$i_{ef} = 1,25 - 1 \rightarrow \boxed{i_{ef} = 0,25 \text{ ou } 25\% \text{ ao bimestre}}$$

Gabarito: Alternativa B

5. DESCONTOS

21. (CESGRANRIO / BB - 2010) Um título com valor de face de R\$ 1.000,00, faltando 3 meses para seu vencimento, é descontado em um banco que utiliza taxa de desconto bancário, ou seja, taxa de desconto simples “por fora”, de 5% ao mês. O valor presente do título, em reais, é

- a) 860,00
- b) 850,00
- c) 840,00
- d) 830,00
- e) 820,00

Comentários:

A banca nos informa que o título é descontado em regime de Desconto Comercial ("por fora") Simples. Neste regime, o Valor Atual (ou Presente) é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Presente} = ?$

$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 1.000$

$i = \text{taxa de desconto} = 5\% \text{ ao mês} = 0,05$

$t = \text{tempo de antecipação} = 3 \text{ meses}$

Substituindo os valores:

$$A = N \times (1 - i \times t)$$

$$A = 1.000 \times (1 - 0,05 \times 3)$$

$$A = 1.000 \times (1 - 0,15)$$

$$A = 1.000 \times 0,85 \rightarrow \mathbf{A = 850}$$

Você poderia também, primeiro calcular o valor do Desconto Comercial Simples e, posteriormente, encontrar o Valor Atual.

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$D_{CS} = 1.000 \times 0,05 \times 3 \rightarrow \mathbf{D_{CS} = 150}$$

De posse do Desconto, calculamos o Valor Atual, uma vez que Desconto é igual ao Valor Nominal menos o Valor Atual:

$$D = N - A$$

$$150 = 1.000 - A$$

$$A = 1.000 - 150 \rightarrow \mathbf{A = 850}$$

Gabarito: Alternativa B

22. (CESGRANRIO / BNDES - 2011) Considere uma nota promissória de valor nominal N e termo de 2 anos, emitida no dia de hoje.

Qual deve ser a taxa aproximada de desconto mensal, a ser paga daqui a seis meses, para que o valor de resgate seja a metade do valor nominal, considerando o desconto racional simples?

- a) 3,333% a.m.
- b) 4,167% a.m.
- c) 5,556% a.m.
- d) 7,667% a.m.
- e) 8,333% a.m.

Comentários:

Vamos arbitrar um valor de 100 para o Valor Nominal desta nota promissória.

A nota promissória tem termo de 2 anos, mas será paga daqui a seis meses. Ou seja, **o tempo de antecipação será de 1 ano e meio**, correto?

Como a banca nos questiona a taxa mensal, vamos transformar o tempo de ano para mês. 1 ano e meio equivalem a 18 meses.

No Desconto Racional Simples, o Valor Atual (Valor de Resgate) é calculado pela seguinte fórmula:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

Onde:

$A = \text{Valor Atual ou Valor de Resgate} = 50$

$N = \text{Valor Nominal} = 100$

$i = \text{taxa de desconto} = ?$

$t = \text{tempo} = 18 \text{ meses}$

Observe que o Valor Atual é metade do Valor Nominal conforme a banca nos informa.

Substituindo os valores e calculando a taxa mensal:

$$A = \frac{N}{(1 + i \times t)}$$

$$50 = \frac{100}{(1 + i \times 18)}$$

$$(1 + i \times 18) = \frac{100}{50}$$

$$1 + i \times 18 = 2$$

$$i \times 18 = 2 - 1$$

$$i \times 18 = 1$$

$$i = \frac{1}{18}$$

Vamos multiplicar por 100 para a taxa já sair na forma percentual.

$$i = \frac{1}{18} \times 100$$

$$i = \frac{100}{18} \rightarrow i \cong 5,55\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa C

23. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018 Adaptada) Um título, cujo valor de resgate é de R\$ 260.000,00, está sendo negociado exatamente dois meses antes do seu vencimento por R\$ 244.361,00. Nessas condições, o valor mais próximo da taxa de desconto bancário simples cobrada nessa operação é igual a

- a) 2,0%
- b) 2,4%
- c) 3,0%
- d) 3,8%
- e) 4,5%

Comentários:

Sabemos que, **independentemente** da modalidade de Desconto, o Desconto será igual ao Valor Nominal menos o Valor Atual:

$$D = N - A$$

$$D = 260.000 - 244.361 \rightarrow D = 15.639$$

O Desconto Comercial (bancário) Simples é calculado pela seguinte fórmula:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

Onde:

$$D_{CS} = \text{Desconto Comercial Simples} = 15.639$$

$N = \text{Valor Nominal ou de Face} = 260.000$

$i = \text{taxa de desconto} = ?$

$t = \text{tempo de antecipação} = 2 \text{ meses}$

Substituindo os valores e calculando a taxa de desconto teremos:

$$D_{CS} = N \times i \times t$$

$$15.639 = 260.000 \times i \times 2$$

$$i = \frac{15.639}{520.000} \rightarrow i = 0,03 \text{ ou } 3\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa C

24. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma empresa avalia antecipar o pagamento das duas últimas parcelas de um financiamento, realizado a uma taxa de juro de 5% ao mês, para abril de 2018. As parcelas, no valor de R\$ 8.820,00 cada uma, têm data de vencimento para maio de 2018 e junho de 2018.

Considerando-se o desconto racional composto, o valor de quitação total das duas parcelas, se o pagamento das duas for realizado em abril de 2018, é igual a

- a) R\$ 15.876,00
- b) R\$ 16.000,00
- c) R\$ 16.400,00
- d) R\$ 16.800,00
- e) R\$ 17.640,00

Comentários:

o valor de quitação total das duas parcelas

$$V_{total} = A_1 + A_2$$

 **Primeira Parcela**

A primeira parcela terá um Desconto Racional Composto 1 mês antes do seu vencimento, resultando em um Valor Atual igual a:

$$A_1 = \frac{N}{(1+i)^t}$$

$$A_1 = \frac{8.820}{(1 + 0,05)^1}$$

$$A_1 = \frac{8.820}{1,05} \rightarrow \boxed{A_1 = 8.400}$$

Segunda Parcela

A segunda parcela terá um Desconto Racional Composto 2 meses antes do seu vencimento, resultando em um Valor Atual igual a:

$$A_2 = \frac{N}{(1 + i)^t}$$

$$A_2 = \frac{8.820}{(1 + 0,05)^2}$$

$$A_2 = \frac{8.820}{(1,05)^2}$$

$$A_2 = \frac{8.820}{1,1025} \rightarrow \boxed{A_2 = 8.000}$$

Logo, será exigido do cliente um Valor total igual a:

$$V_{total} = VA_1 + VA_2$$

$$V_{total} = 8.400 + 8.000 \rightarrow \boxed{V_{total} = 16.400}$$

Gabarito: Alternativa C

6. EQUIVALÊNCIA DE CAPITAIS

25. (CESGRANRIO / BB - 2015) Um cliente fez um investimento de 50 mil reais em um Banco, no regime de juros compostos. Após seis meses, ele resgatou 20 mil reais, deixando o restante aplicado. Após um ano do início da operação, resgatou 36 mil reais, zerando sua posição no investimento.

A taxa semestral de juros proporcionada por esse investimento pertence a que intervalo abaixo?

Dado: $\sqrt{76} = 8,7$

- a) 7,40% a 7,89%
- b) 8,40% a 8,89%

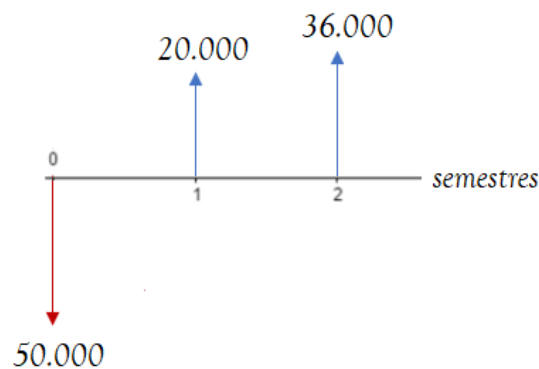
- c) 6,40% a 6,89%
- d) 6,90% a 7,39%
- e) 7,90% a 8,39%

Comentários:



Um cliente fez um investimento de 50 mil reais em um Banco, **no regime de Juros Compostos**, resgatando 20 mil em 6 meses e 36 mil em 1 ano.

Vejamos graficamente:



Observe que, como a banca nos questiona a taxa semestral, colocamos a unidade do tempo já em **semestre**.

Vamos escolher uma data focal e fazer a equivalência de capitais.

Na parte teórica, eu expliquei e demonstrei o porquê de levar as parcelas para o futuro. Como esta é a primeira questão, vamos rever para consolidar que, **independentemente da data focal** escolhida em **Juros Compostos**, o resultado será igual.

Iremos supor que você escolheu a data zero ($t = 0$) para equivaler os Capitais. Lembrando que em regime de Juros Compostos:

Deslocar para a direita $\longrightarrow \times (1 + i)^t$

Deslocar para a esquerda $\longrightarrow \div (1 + i)^t$

Então ficaremos com:

$$50.000 = \frac{20.000}{(1+i)^1} + \frac{36.000}{(1+i)^2}$$

Perceba que deslocamos a parcela de 20.000 uma unidade para a esquerda (do tempo "1" para o tempo "0") e deslocamos a parcela de 36.000 duas unidades para a esquerda (do tempo "2" para o tempo "0").

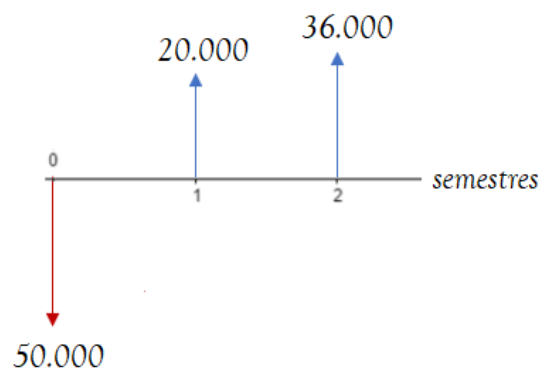
Para "sumir" com os denominadores, vamos multiplicar toda a equação por $(1+i)^2$.

$$50.000 = \frac{20.000}{(1+i)^1} + \frac{36.000}{(1+i)^2} \times (1+i)^2$$

$$50.000 \times (1+i)^2 = 20.000 \times (1+i)^1 + 36.000$$

Vamos segurar esta equação.

Agora, ao invés de fazer a equivalência de capitais no tempo $t = 0$, vamos equivaler no tempo $t = 2$.



No tempo $t = 2$ teremos:

$$50.000 \times (1+i)^2 = 20.000 \times (1+i)^1 + 36.000$$

Veja que levamos a parcela de 50.000 duas unidades para a direita, logo multiplicamos pelo fator $(1+i)^2$, e levamos a parcela de 20.000 uma unidade para a direita. A parcela de 36.000 já está no tempo $t = 2$.

Observe que esta equação que chegamos é **IDÊNTICA** a equação que chegamos quando fizemos a equivalência no tempo $t = 0$.



"Ah professor, você está enrolando demais"

É verdade, caro Aluno. Quis, mais uma vez, passar pra você que, **independentemente do tempo focal** escolhido, **a equivalência em regime de Juros Compostos, será obedecida.**

Nos próximos exercícios vamos escolher a data focal e, sem perder tempo, vamos resolver nossos problemas assim como você fará na prova. Este primeiro exercício está mais como **revisão da teoria**.

Enfim, dito tudo isto, resolveremos o exercício. Vamos escolher uma das equações e calcular o valor da taxa.

$$50.000 \times (1 + i)^2 = 20.000 \times (1 + i)^1 + 36.000$$

Nesse caso, vamos chamar $(1 + i) = y$, substituir acima e calcular y .



Desde já aviso a você, caro aluno: o Cesgranrio sempre cobra o uso da incógnita auxiliar e da fórmula de Bhaskara em suas questões de Equivalência de Capitais. É uma boa hora de você revisar estes conceitos que também estão no seu Edital na parte de Matemática.

Vamos então substituir $(1 + i) = y$ e continuar com as contas.

$$50.000 \times (1 + i)^2 = 20.000 \times (1 + i)^1 + 36.000$$

$$50.000 \times y^2 = 20.000 \times y^1 + 36.000$$

$$50y^2 = 20y + 36$$

$$50y^2 - 20y - 36 = 0$$

Calculando y por Bhaskara:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-20) \pm \sqrt{(-20)^2 - 4 \times (50) \times (-36)}}{2 \times 50}$$

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{400 + 7.200}}{100}$$

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{7.600}}{100}$$

O enunciado nos informa que $\sqrt{76} = 8,7$. Iremos *manipular algebricamente* para ter esta igualdade.

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{76 \times 100}}{100}$$

$$y = \frac{20 \pm \sqrt{76} \times \sqrt{100}}{100}$$

Pessoal, todos esses passos advêm da matemática básica (que também cai no seu curso). É uma boa hora, conforme relatei acima, de revisar equação do segundo grau e propriedades da radiciação. Continuando:

$$y = \frac{20 \pm 8,7 \times 10}{100}$$

$$y = \frac{20 \pm 87}{100} \left\{ \begin{array}{l} y_1 = \frac{20 + 87}{100} = \frac{107}{100} \rightarrow y_1 = 1,07 \\ y_2 = \frac{20 - 87}{100} \end{array} \right.$$

Perceba que **y_2 daria um número negativo** (taxa negativa) e isto não nos interessa. Logo, nem continuamos com as contas para seu cálculo.

Encontramos então que:

$$y = 1,07$$

Por fim, vamos calcular o valor da taxa de juros:

$$(1 + i) = y$$

$$(1 + i) = 1,07$$

$$i = 1,07 - 1 \rightarrow i = 0,07 \text{ ou } 7\% \text{ ao semestre}$$

Logo, a taxa semestral de juros proporcionada por esse investimento pertence ao intervalo: 6,90% a 7,39%.

Gabarito: Alternativa **D**

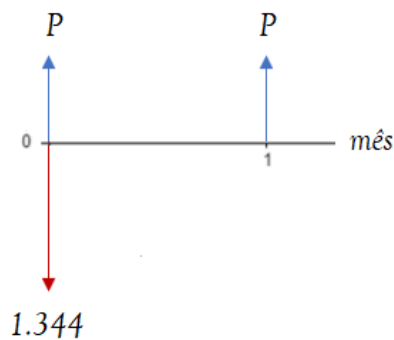
26. (CESGRANRIO / BB - 2012) Uma loja oferece um aparelho celular por R\$ 1.344,00 à vista. Esse aparelho pode ser comprado a prazo, com juros de 10% ao mês, em dois pagamentos mensais iguais: um, no ato da compra, e outro, um mês após a compra.

O valor de cada um dos pagamentos mensais é, em reais, de

- a) 704,00
- b) 705,60
- c) 719,00
- d) 739,20
- e) 806,40

Comentários:

Uma loja oferece um aparelho celular por R\$ 1.344,00 à vista ou em duas prestações de valor P sendo uma no ato da compra e outra, um mês após. Vejamos graficamente:



As duas formas de pagamento são equivalentes. Vamos equivaler os Capitais no tempo $t = 1$ e encontrar o valor da Parcela P .

$$1.344 \times (1 + i) = P \times (1 + i) + P$$

Para uma taxa de juros de 10% ao mês teremos:

$$1.344 \times (1 + 0,1) = P \times (1 + 0,1) + P$$

$$1.344 \times 1,1 = 1,1P + P$$

$$1.478,4 = 2,1P$$

$$P = \frac{1.478,4}{2,1} \rightarrow P = 704$$

Gabarito: Alternativa **A**

27. (CESGRANRIO / Liquigas - 2018) Uma empresa fez um contrato no valor de 500 mil reais com um fornecedor que lhe ofereceu duas formas de pagamento:

Opção I – Pagar à vista com 10% de desconto, na data da assinatura do contrato.

Opção II – Pagar a prazo, em duas parcelas mensais, iguais e sucessivas de 250 mil reais cada, com vencimentos para 1 e 2 meses, respectivamente, contados a partir da assinatura do contrato.

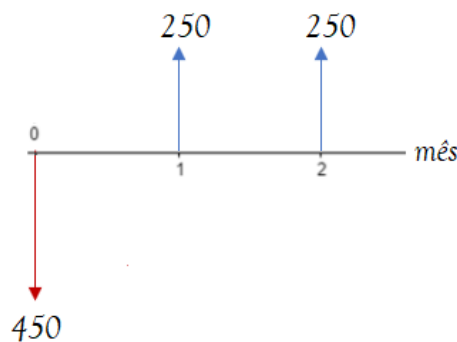
A taxa mensal de juro composto implícita na opção II, quando comparada ao valor à vista da opção I, é de, aproximadamente,

Dado: $\sqrt{205} = 14,32$

- a) 5,0%
- b) 5,8%
- c) 6,5%
- d) 7,3%
- e) 7,8%

Comentários:

Vamos representar graficamente as 2 opções de compra.



Observe que a primeira opção de compra tem 10% de desconto em cima dos 500mil. Logo:

$$P_{\text{à vista}} = 500 - \frac{10}{100} \times 500$$
$$P_{\text{à vista}} = 500 - 50 \rightarrow \boxed{P_{\text{à vista}} = 450}$$

As 2 opções de pagamento são equivalentes. Vamos equivaler os capitais no tempo $t = 2$, pois como vimos na teoria, levar para o futuro (multiplicar) é menos trabalhoso que trazer as parcelas para o presente (dividir).

✚ No regime de **juros compostos**, quando deslocamos a parcela para a direita, multiplicamos pelo fator $(1 + i)^t$.

Logo, fazendo a equivalência em $t = 2$ teremos:

$$450 \times (1 + i)^2 = 250 \times (1 + i) + 250$$

Nesse caso, vamos chamar $(1 + i) = y$, substituir acima e calcular y .



Já percebeu que a Cesgranrio ama trabalhar com **equação do segundo grau** em equivalência de Capitais né?

$$450 \times (1 + i)^2 = 250 \times (1 + i) + 250$$

$$450 \times y^2 = 250 \times y + 250$$

$$450y^2 - 250y - 250 = 0$$

Simplificando toda a equação por 50:

$$9y^2 - 5y - 5 = 0$$

Calculando y por Bhaskara:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times (9) \times (-5)}}{2 \times 9}$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 180}}{18}$$

$$y = \frac{5 \pm \sqrt{205}}{18}$$

O enunciado nos informa que $\sqrt{205} = 14,32$.

$$y = \frac{5 \pm 14,32}{18} \left\{ \begin{array}{l} y_1 = \frac{5 + 14,32}{18} = \frac{19,32}{18} \rightarrow y_1 = 1,073 \\ y_2 = \frac{5 - 14,32}{18} \end{array} \right.$$

Perceba que y_2 daria um número negativo (taxa negativa) e isto não nos interessa. Logo, nem continuamos com as contas para seu cálculo.

Encontramos então que:

$$y = 1,073$$

Por fim, vamos calcular o valor da taxa de juros:

$$(1 + i) = y$$

$$(1 + i) = 1,073$$

$$i = 1,073 - 1 \rightarrow i = 0,073 \text{ ou } 7,3\% \text{ ao mês}$$

Gabarito: Alternativa **D**

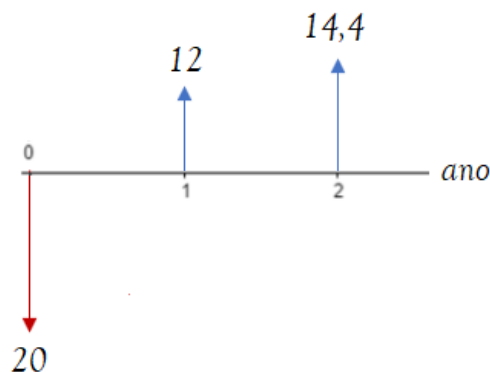
28. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma dívida no valor de 20 milhões de reais foi dividida, em janeiro de 2018, em duas parcelas anuais postecipadas, sendo a primeira no valor de 12 milhões de reais, com vencimento para janeiro de 2019, e a segunda de 14,4 milhões de reais, com vencimento para janeiro de 2020.

Nessas condições, a taxa de juro anual cobrada no financiamento dessa dívida, no regime de juros compostos, foi de

- a) 2%
- b) 10%
- c) 12%
- d) 20%
- e) 22%

Comentários:

Vejamos graficamente o pagamento da dívida.



Observe que as parcelas são postecipadas, ou seja, pagas no final do período. Se a parcela de 12 milhões, por exemplo, fosse antecipada ela seria paga no tempo $t = 0$ (seria uma entrada).

Vamos equivaler os capitais no tempo $t = 2$. Lembrando que:

✚ No regime de **juros compostos**, quando deslocamos a parcela para a direita, multiplicamos pelo fator $(1 + i)^t$.

Logo, fazendo a equivalência em $t = 2$ teremos:

$$20 \times (1 + i)^2 = 12 \times (1 + i) + 14,4$$



"Professor, mais uma questão da Cesgranrio que teremos que fazer Bhaskara?"

Justamente, caro Aluno. Mas aqui tem um **ponto interessante que difere das demais questões**. Observe as alternativas. São números "redondos". Nas outras questões os números eram decimais.

Então, ao invés de fazermos por Bhaskara, poderíamos tentar por chute. Pegar as alternativas e substituir na equação acima para ver se o lado direito é igual ao esquerdo.

✚ Por exemplo, vamos chutar 10% (que é o mais lógico dentre as alternativas a se chutar).

$$20 \times (1 + i)^2 = 12 \times (1 + i) + 14,4$$

$$20 \times (1 + 0,1)^2 = 12 \times (1 + 0,1) + 14,4$$

$$20 \times 1,21 = 12 \times 1,1 + 14,4$$

$$24,2 = 13,2 + 14,4$$

$$24,2 = 27,6$$

Perceba que não houve a igualdade. Logo, **10% NÃO é a resposta**.

✚ Vamos chutar 20%.

$$20 \times (1 + i)^2 = 12 \times (1 + i) + 14,4$$

$$20 \times (1 + 0,2)^2 = 12 \times (1 + 0,2) + 14,4$$

$$20 \times 1,44 = 12 \times 1,2 + 14,4$$

$$28,8 = 14,4 + 14,4$$

$$28,8 = 28,8$$

Observe que houve a igualdade. Sendo assim, **nosso gabarito seria $i = 20\%$ ao ano**.

Porém, como nem tudo é perfeito, **acredito que na sua prova irá vir uma questão com números decimais em que você terá que resolver por Bhaskara**.

Vamos então resolver esta questão também pelo uso da incógnita auxiliar.

$$20 \times (1 + i)^2 = 12 \times (1 + i) + 14,4$$

Iremos chamar $(1 + i) = y$, substituir acima e calcular y .

$$20 \times y^2 = 12 \times y + 14,4$$

$$20y^2 - 12y - 14,4 = 0$$

Calculando y por Bhaskara:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$y = \frac{-(-12) \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times (20) \times (-14,4)}}{2 \times 20}$$

$$y = \frac{12 \pm \sqrt{144 + 1.152}}{40}$$

$$y = \frac{12 \pm \sqrt{1.296}}{40}$$

$$y = \frac{12 \pm 36}{40} \left\{ \begin{array}{l} y_1 = \frac{12 + 36}{40} = \frac{48}{40} \rightarrow \boxed{y_1 = 1,2} \\ y_2 = \frac{12 - 36}{40} \end{array} \right.$$

Perceba que **y_2 daria um número negativo** (taxa negativa) e isto não nos interessa. Logo, nem continuamos com as contas para seu cálculo.

Encontramos então que:

$$\boxed{y = 1,2}$$

Por fim, vamos calcular o valor da taxa de juros:

$$(1 + i) = y$$

$$(1 + i) = 1,2$$

$$i = 1,2 - 1 \rightarrow i = 0,2 \text{ ou } 20\% \text{ ao ano}$$

Gabarito: Alternativa **D**

29. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Uma empresa avalia a compra de uma máquina junto a dois fornecedores, os quais, apesar de venderem com o mesmo preço inicial de 2 milhões de reais, ofereceram planos de pagamento diferentes. O fornecedor A ofereceu um desconto de 10% e prazo para pagamento único exatamente após 1 mês da data da compra; o fornecedor B ofereceu um desconto de 12% para pagamento à vista.

Considerando-se uma taxa de 5% ao mês para o custo do dinheiro que será usado nessa operação, a economia, em milhares de reais, que pode ser feita se o comprador escolher a decisão mais econômica, baseada na equivalência de capitais, pertence ao intervalo

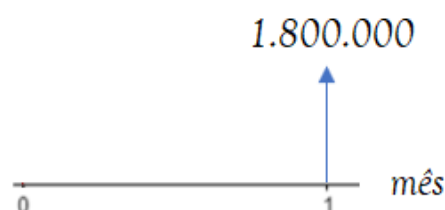
- a) [45; 46[
- b) [46; 47[
- c) [47; 48[
- d) [48; 49[
- e) [49; 50]

Comentários:



Vamos calcular o Valor Presente das duas opções de pagamento e constatar qual é mais vantajosa e, posteriormente, analisar a economia feita pelo comprador.

- ✚ O **fornecedor A** ofereceu um desconto de 10% e prazo para pagamento único exatamente após 1 mês da data da compra. Graficamente teremos:



Observe que é oferecido desconto de 10% em cima do valor de R\$ 2.000.000,00. Logo, o valor a ser pago 1 mês após é igual a:

$$VF = 2.000.000 - \frac{10}{100} \times 2.000.000$$

$$VF = 2.000.000 - 200.000 \rightarrow \boxed{VF = 1.800.000}$$

Iremos agora, calcular o Valor Presente ($t = 0$) para uma taxa de 5% ao mês:

$$VP = \frac{VF}{(1+i)^t}$$

$$VP_A = \frac{1.800.000}{(1+0,05)^1}$$

$$VP_A = \frac{1.800.000}{1,05} \rightarrow \boxed{VP_A = 1.714.285}$$

✚ O **fornecedor B** ofereceu um desconto de 12% para pagamento à vista.

Ou seja, o Valor oferecido pelo fornecedor B já é o Valor Presente de B. Já está no tempo $t = 0$.

$$VP_B = 2.000.000 - \frac{12}{100} \times 2.000.000$$

$$VP_B = 2.000.000 - 240.000 \rightarrow \boxed{VP_B = 1.760.000}$$

Logo, a **opção do fornecedor A é mais vantajosa e a economia será de:**

$$e = 1.760.000 - 1.714.285 \rightarrow \boxed{e = 45.715}$$

Esta economia está no intervalo, em milhares, [45; 46[.

Gabarito: Alternativa **A**

30. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2018) Um analista avalia a compra de um equipamento, cujo preço inicial, em dois fornecedores diferentes, foi orçado em 10 milhões de reais. O fornecedor I ofereceu um desconto de 12% e prazo para pagamento único exatamente após 1 mês. O fornecedor II ofereceu um desconto de 13% para pagamento à vista.

Considerando-se uma taxa de 3% ao mês para o custo do dinheiro que será usado na operação, a economia, em milhares de reais, que pode ser feita se o comprador escolher a decisão mais econômica, baseada na equivalência de capitais, pertence ao intervalo:

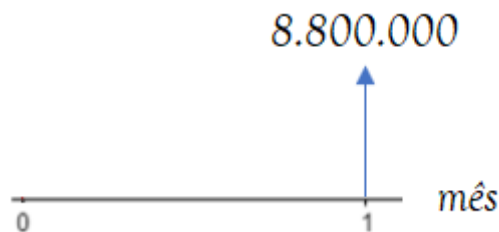
- a) [155, 160]
- b) [161, 165]
- c) [166, 170]
- d) [171, 175]
- e) [176, 180]

Comentários:

Mais uma questão recente da Cesgranrio com os moldes da questão anterior. Acredito que uma questão deste estilo estará na sua prova.

Vamos calcular o Valor Presente das duas opções de pagamento e constatar qual é mais vantajosa e, posteriormente, analisar a economia feita pelo comprador.

- + O **fornecedor I** ofereceu um desconto de 12% e prazo para pagamento único exatamente após 1 mês. Graficamente teremos:



Observe que é oferecido desconto de 12% em cima do valor de R\$ 10.000.000,00. Logo, o valor a ser pago 1 mês após é igual a:

$$VF = 10.000.000 - \frac{12}{100} \times 10.000.000$$

$$VF = 2.000.000 - 1.200.000 \rightarrow \boxed{VF = 8.800.000}$$

Iremos agora, calcular o Valor Presente ($t = 0$) para uma taxa de 3% ao mês:

$$VP = \frac{VF}{(1 + i)^t}$$

$$VP_I = \frac{8.800.000}{(1 + 0,03)^1}$$

$$VP_I = \frac{8.800.000}{1,03} \rightarrow \textcircled{VP_I \cong 8.543.690}$$

- + O **fornecedor II** ofereceu um desconto de 13% para pagamento à vista.

Ou seja, o Valor oferecido pelo fornecedor II já é o Valor Presente de II. Já está no tempo $t = 0$.

$$VP_{II} = 10.000.000 - \frac{13}{100} \times 10.000.000$$

$$VP_{II} = 10.000.000 - 1.300.000 \rightarrow VP_{II} = 8.700.000$$

Logo, a opção do fornecedor I é mais vantajosa e a economia será de:

$$e = 8.700.000 - 8.543.690 \rightarrow e = 156.310$$

Esta economia está no intervalo, em milhares, [155, 160].

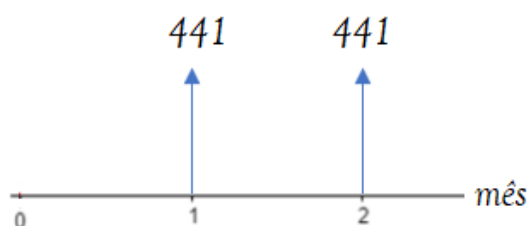
Gabarito: Alternativa **A**

31. (CESGRANRIO / BR - 2015) Uma pessoa pretende comprar um novo smartphone. Na loja, o smartphone é vendido em duas vezes sem entrada, isto é, o cliente não paga nada no ato da compra e paga duas prestações: uma ao final do primeiro mês, e outra ao final do segundo mês. As prestações são de R\$ 441,00, e a loja informa que cobra juros de 5% ao mês.

O preço à vista desse smartphone, em reais, é

- a) 800
- b) 820
- c) 840
- d) 880
- e) 882

Comentários:



Nesse caso, o **Valor Presente** (à vista) será igual a soma do Valor Presente da primeira parcela mais o Valor Presente da segunda parcela.

$$VP = VP_1 + VP_2$$

Para calcular o Valor Presente vamos utilizar a fórmula estudada para o **regime de juros compostos** e calcular cada parcela separadamente.

Perceba que a primeira parcela será descontada por um período de 1 mês enquanto que a segunda parcela será descontada por um período de 2 meses.

$$VP_1 = \frac{VF_1}{(1+i)^{t_1}} \rightarrow VP_1 = \frac{441}{(1+0,05)^1} = \frac{441}{1,05} \rightarrow \boxed{VP_1 = 420}$$

$$VP_2 = \frac{VF_2}{(1+i)^{t_2}} \rightarrow VP_2 = \frac{441}{(1+0,05)^2} = \frac{441}{1,1025} \rightarrow \boxed{VP_2 = 400}$$

Logo, o **Valor Presente** desse fluxo de caixa será igual a:

$$VP = VP_1 + VP_2$$
$$VP = 420 + 400 \rightarrow \boxed{VP = 820}$$

Gabarito: Alternativa **B**

32. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2012) Um produto é vendido à vista com 10% de desconto ou a prazo em dois pagamentos, sendo o primeiro no ato da compra e o segundo 2 meses após a compra.

Qual é, aproximadamente, a taxa mensal de juros no pagamento a prazo?

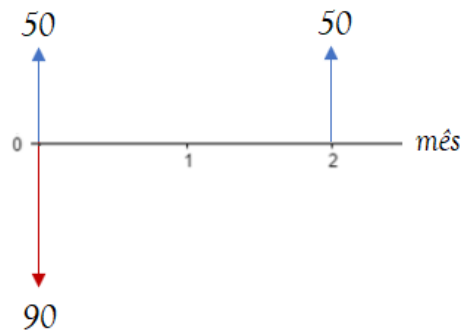
Dado: $\sqrt{5} = 2,24$

- a) 10%
- b) 11%
- c) 12%
- d) 24%
- e) 25%

Comentários:

A questão comete um pequeno deslize ao não informar que os dois pagamentos são de valores iguais. Caberia recurso. Porém, a questão não foi anulada. Perceba que na questão acima a banca deixa explícita tal informação.

Vamos **arbitrar um valor de 100** para o produto. Vejamos graficamente as duas pções de compra.



Observe que se ele pagar à vista tem 10% de desconto, ou seja, pagará 90 reais. Ou, como o valor arbitrado é 100, se ele pagar parcelado, pagará duas parcelas iguais de 50 reais.

Vamos equivaler os Capitais na data $t = 0$ e calcular a taxa de juros por quem opta pela compra a prazo.

$$90 = 50 + \frac{50}{(1+i)^2}$$

$$90 - 50 = \frac{50}{(1+i)^2}$$

$$40 = \frac{50}{(1+i)^2}$$

$$(1+i)^2 = \frac{5}{4}$$

$$1+i = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$1+i = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}}$$

O enunciado nos informa que $\sqrt{5} = 2,24$.

$$1+i = \frac{2,24}{2}$$

$$1+i = 1,12$$

$$i = 1,12 - 1 \rightarrow \mathbf{i = 0,12 \text{ ou } 12\% \text{ ao mês}}$$

Gabarito: Alternativa C

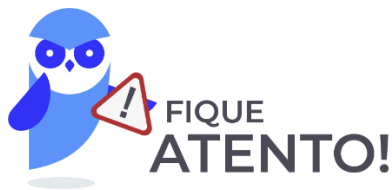
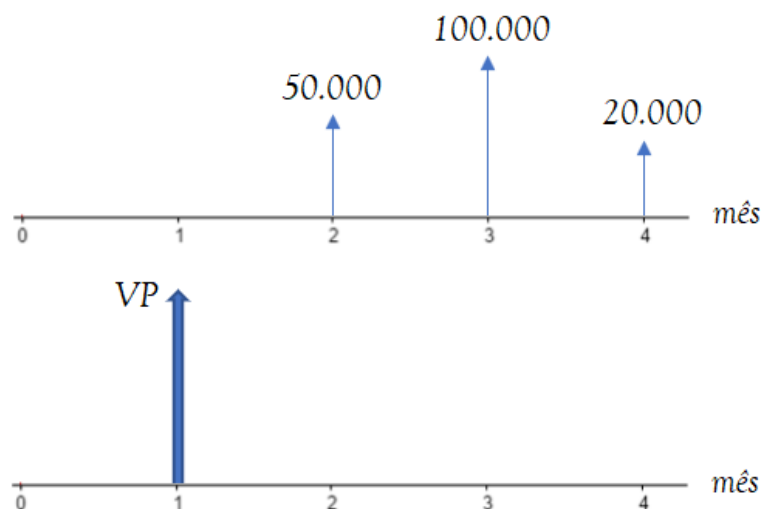
33. (CESGRANRIO / BR - 2012) Uma pessoa tem três dívidas com uma instituição bancária. A primeira é de R\$ 50.000,00, a segunda é de R\$ 100.000,00 e a última, de R\$ 20.000,00. Os vencimentos das dívidas são, respectivamente, daqui a 2, 3 e 4 meses.

Desejando liquidar esses débitos com um único pagamento daqui a um mês, qual deverá ser o valor do mesmo, considerando uma taxa de juros compostos de 2% ao mês?

- a) R\$ 157.615,27
- b) R\$ 160.767,58
- c) R\$ 163.982,93
- d) R\$ 167.262,59
- e) R\$ 170.607,84

Comentários:

Vamos representar graficamente as dívidas e a opção de liquidação:



Observe que **as dívidas serão quitadas no tempo $t = 1$** , isto é, daqui a 1 mês.

Vamos calcular o Valor Presente de liquidação da dívida.

$$VP = \frac{50.000}{(1+i)^1} + \frac{100.000}{(1+i)^2} + \frac{20.000}{(1+i)^3}$$

Para uma taxa de juros compostos de 2% ao mês teremos um valor aproximadamente igual a:

$$VP = \frac{50.000}{(1 + 0,02)^1} + \frac{100.000}{(1 + 0,02)^2} + \frac{20.000}{(1 + 0,02)^3}$$

$$VP = \frac{50.000}{1,02} + \frac{100.000}{1,02^2} + \frac{20.000}{1,02^3}$$

$$VP = \frac{50.000}{1,02} + \frac{100.000}{1,0404} + \frac{20.000}{1,061}$$

$$VP \cong 49.020 + 96.117 + 18.850 \rightarrow VP = 163.987$$

Gabarito: Alternativa C

34. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2012) Utilizar o ferramental disponibilizado pela matemática financeira corretamente requer que se considere o valor do dinheiro no decorrer do tempo.

Isso quer dizer que, a uma taxa de juros efetiva maior que zero, uma determinada unidade monetária apresenta

- a) o mesmo valor financeiro independente da data focal.
- b) o mesmo valor financeiro para o tempo zero e para uma data focal à frente.
- c) valores financeiros distintos em datas focais distintas.
- d) valores financeiros crescentes, à medida que se aproxima do tempo zero.
- e) valores futuros decrescentes, à medida que se distancia do tempo zero.

Comentários:

Vamos observar a **fórmula do Valor Futuro em regime de Juros Compostos** (a mesma análise se aplica em regime de juros simples).

$$VF = VP \times (1 + i)^t$$

Perceba que, para um mesmo Valor Presente VP e uma mesma taxa de juros i , quanto **MAIOR** o tempo, **MAIOR** o Valor Futuro VF .

Por exemplo, vamos imaginar uma parcela de R\$ 100,00 na data de hoje ($VP = 100$). Vamos calcular o Valor Futuro no tempo $t = 2$ e $t = 3$ para uma taxa de juros de 10% ao período.

$$VF = 100 \times (1 + 0,1)^2 = 100 \times 1,1^2 = 100 \times 1,21 = 121$$

$$VF = 100 \times (1 + 0,1)^3 = 100 \times 1,1^3 = 100 \times 1,331 = 133,1$$

Então, como constatado, valores futuros são **CRESCENTES**, à medida que se distancia do tempo zero. Quanto mais longe no tempo, maiores os valores financeiros.

Observe que para o tempo $t = 2$ temos um valor de R\$ 121,00; enquanto que para o tempo $t = 3$, temos um valor de R\$ 133,10.

E, por comparação, os valores financeiros são **DECRESCENTES**, à medida que se aproxima do tempo zero.

E, também como analisado, para cada tempo t os valores financeiros serão distintos. Esta é a **essência** da matemática financeira. Trabalhar com o valor do dinheiro no tempo.

Analisando as alternativas uma a uma:

a) *o mesmo valor financeiro independente da data focal.*

INCORRETO. Vimos que o valor financeiro **DEPENDE** do tempo a ser inserido na fórmula, isto é, depende SIM da data focal.

b) *o mesmo valor financeiro para o tempo zero e para uma data focal à frente.*

INCORRETO. Veja o exemplo. No tempo $t = 0$, o valor financeiro é igual a R\$ 100,00. No tempo mais à frente, $t = 2$ por exemplo, o valor é **DIFERENTE**.

c) *valores financeiros distintos em datas focais distintas.*

CORRETO.

d) *valores financeiros crescentes, à medida que se aproxima do tempo zero.*

INCORRETO. os valores financeiros são **DECRESCENTES**, à medida que se aproxima do tempo zero.

e) *valores futuros decrescentes, à medida que se distancia do tempo zero.*

INCORRETO. Valores futuros são **CRESCENTES**, à medida que se distancia do tempo zero. Quanto mais longe no tempo, maiores os valores financeiros.

Observe que para o tempo $t = 2$ temos um valor de R\$ 121,00; enquanto que para o tempo $t = 3$, temos um valor de R\$ 133,10.

Gabarito: Alternativa **C**

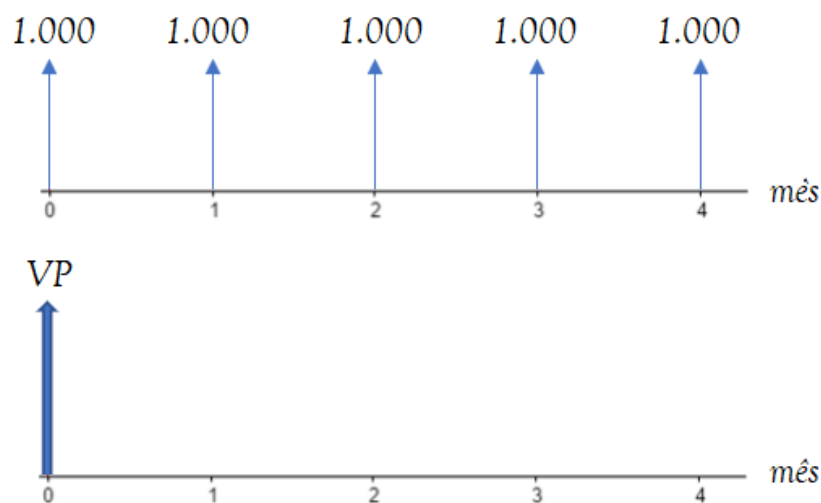
7. RENDAS CERTAS (RENDAS UNIFORMES)

35. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018 - Adaptada) Qual é o valor presente, aproximado, de uma sequência de 5 pagamentos mensais iguais a R\$ 1.000,00, sendo o primeiro com vencimento na data de hoje, e os outros, nos quatro meses subsequentes, considerando-se uma taxa de juros de 1% a.m.?

- a) R\$ 4.850,00
- b) R\$ 4.853,43
- c) R\$ 4.900,00
- d) R\$ 4.901,97
- e) R\$ 5.000,00

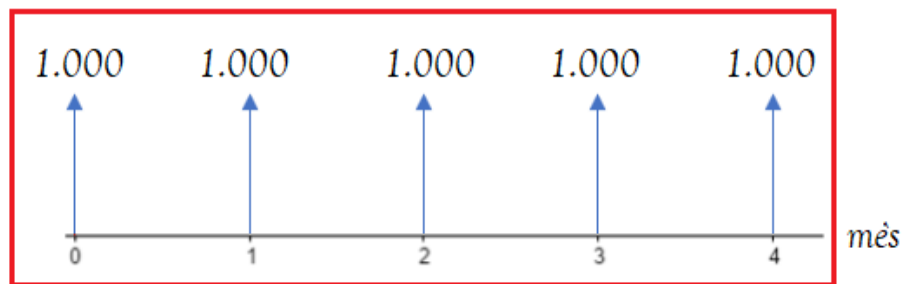
Comentários:

Vamos representar graficamente os pagamentos:



Observe que se trata de uma série de rendas certas antecipadas, uma vez que houve o primeiro pagamento na "data de hoje", ou seja, no tempo $t = 0$.

série de rendas certas antecipadas



A banca nos questiona o Valor Presente (ou Atual) desta série de rendas certas antecipadas.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Antecipadas** é o valor no momento “0”, também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma de todas** das 5 rendas certas de R\$ 1.000 descontadas pela mesma taxa de juros **de 1% ao mês**.

$$VP = P \times \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i \times (1+i)^n} \right] \times (1+i)$$

$$VP = 1.000 \times \left[\frac{(1+0,01)^5 - 1}{0,01 \times (1+0,01)^5} \right] \times (1+0,01)$$

$$VP = 1.000 \times \left[\frac{1,01^5 - 1}{0,01 \times 1,01^5} \right] \times 1,01$$

O enunciado nos informa que: $1,01^5 = 1,051$.

$$VP = 1.000 \times \left[\frac{1,051 - 1}{0,01 \times 1,051} \right] \times 1,01$$

$$VP = 1.000 \times \left[\frac{0,051}{0,01051} \right] \times 1,01$$

$$VP = 1.000 \times 4,853 \times 1,01 \rightarrow \textbf{VP} \cong \textbf{4.901,53}$$

Observe que **não poderíamos arredondar muito**, pois as alternativas C e D são próximas uma da outra em termos numéricos.

Gabarito: Alternativa **D**

36. (CESGRANRIO / BR - 2013) Um bem, cujo preço à vista é R\$ 10.100,00, é vendido em doze prestações consecutivas, mensais e iguais, sendo a primeira prestação paga no ato da compra.

Se são cobrados juros compostos de 1% ao mês, o valor das prestações, em reais, é aproximadamente

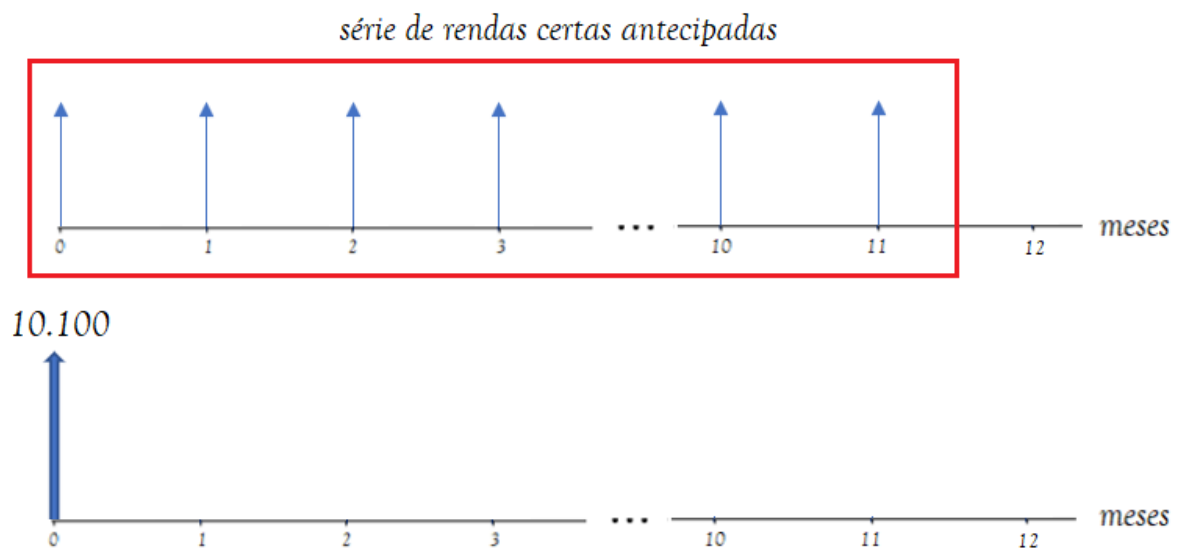
Dado: $1,01^{-12} = 0,8874$

- a) 842
- b) 888
- c) 897
- d) 914
- e) 948

Comentários:

Um bem, cujo preço à vista é R\$ 10.100,00, é vendido em doze prestações consecutivas, mensais e iguais, sendo a primeira prestação paga no ato da compra.

Vejamos graficamente:



Ou seja, o Valor Presente (ou Atual) desta série de rendas certas Antecipadas terá de ser igual ao Valor à vista, isto é, igual a R\$ 10.100,00.



Observe que se trata de uma série de rendas certas antecipadas, uma vez que houve o primeiro pagamento no ato da compra, ou seja, no tempo $t = 0$.

E, como são 12 pagamentos e há um pagamento na data da compra, os pagamentos vão do período $t = 0$ até o período $t = 11$ meses.

Iremos aplicar a fórmula do Valor Atual e calcular o valor da Prestação.

O **Valor Atual (VA)** de uma série de rendas certas **Antecipadas** é o valor no momento “0”, também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma de todas** das **12** rendas certas de P reais descontadas pela mesma taxa de juros **de 1% ao mês**.

$$VA = P \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \times (1 + i)$$

$$10.100 = P \times \left[\frac{1 - (1 + 0,01)^{-12}}{0,01} \right] \times (1 + 0,01)$$

$$10.100 = P \times \left[\frac{1 - 1,01^{-12}}{0,01} \right] \times 1,01$$

O enunciado nos informa que: $1,01^{-12} = 0,8874$.

$$10.100 = P \times \left[\frac{1 - 0,8874}{0,01} \right] \times 1,01$$

$$\frac{10.100}{1,01} = P \times \left[\frac{1 - 0,8874}{0,01} \right]$$

$$10.000 = P \times \left[\frac{0,1126}{0,01} \right]$$

$$10.000 = P \times 11,26$$

$$P = \frac{10.000}{11,26} \rightarrow \mathbf{P \cong 888}$$

Gabarito: Alternativa B

37. (CESGRANRIO / CEF - 2012 - Adaptada) Um imóvel de 100 mil reais é financiado em 360 prestações mensais, a uma taxa de juros de 1% ao mês, pelo Sistema de Amortização Francês (Tabela Price), gerando uma prestação de R\$ 1.028,61.

Reduzindo-se o prazo do financiamento para 240 prestações, o valor de cada prestação é, em reais, aproximadamente,

Dado: $1,01^{-240} = 0,09$

- a) 1.099,00
- b) 1.371,00
- c) 1.428,00
- d) 1.714,00

e) 2.127,00

Comentários:

Iremos estudar o Sistema de Amortização Francês na próxima aula. Quero que você tenha em mente que neste sistema **as Prestações são constantes**, isto é, são caracterizadas por rendas de pagamentos uniformes (igual acabamos de estudar).

O enunciado nos questiona o valor da Prestação para um financiamento atual de R\$ 100.000 para ser pago em 240 prestações a uma taxa de 1% ao mês.

Vamos utilizar a fórmula do Valor Atual para uma série de rendas certas postecipadas e calcular o valor da Prestação.

$$VA = P \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

Obs: Quando o enunciado não citar se as parcelas são antecipadas ou postecipadas, iremos adotar a fórmula para parcelas postecidas.

Substituindo os valores e calculando a Prestação:

$$100.000 = P \times \left[\frac{1 - (1 + 0,01)^{-240}}{0,01} \right]$$

$$100.000 = P \times \left[\frac{1 - 1,01^{-240}}{0,01} \right]$$

O enunciado nos informa que: $1,01^{-240} = 0,09$.

$$100.000 = P \times \left[\frac{1 - 0,09}{0,01} \right]$$

$$100.000 = P \times \left[\frac{0,91}{0,01} \right]$$

$$100.000 = P \times 91$$

$$P = \frac{100.000}{91} \rightarrow P \cong 1.099$$

Gabarito: Alternativa A

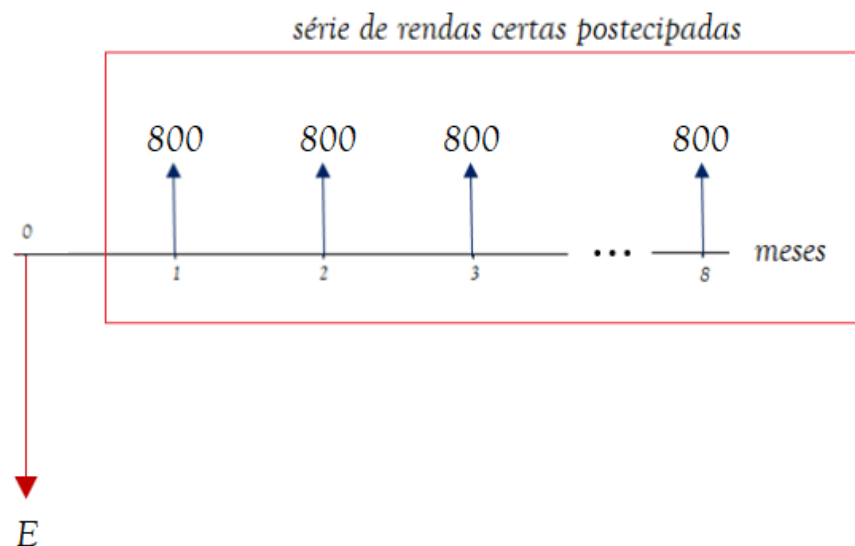
38. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2010 - Adaptada) Uma dívida deve ser paga em 8 parcelas mensais e iguais no valor de R\$ 800,00. Serão cobrados juros de 10% ao mês, sendo que a primeira parcela será paga 30 dias após o recebimento do empréstimo. O valor do empréstimo é, em reais, próximo de

Dados: $1,1^{-8} = 0,4665$

- a) 3.555,55
- b) 4.268,00
- c) 4.694,73
- d) 5.247,00
- e) 5.818,18

Comentários:

Vamos representar graficamente o Pagamento desta dívida:



Observe que a pessoa toma um Empréstimo de valor E e paga 8 parcelas postecipadas (primeira parcela será paga 30 dias após) de R\$ 800,00.

Perceba também que trabalhamos com o tempo em meses, uma vez que a taxa de juros é mensal e, necessariamente, as unidades devem coincidir.

O valor do empréstimo é igual ao Valor Presente da série de 8 rendas certas de R\$ 800,00 descontadas a uma taxa mensal de 10% ao mês.

$$VP = P \times \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]$$

$$E = 800 \times \left[\frac{1 - (1 + 0,1)^{-8}}{0,1} \right]$$

$$E = 800 \times \left[\frac{1 - 1,1^{-8}}{0,1} \right]$$

O enunciado nos informa que: $1,1^{-8} = 0,4665$.

$$E = 800 \times \left[\frac{1 - 0,4665}{0,1} \right]$$

$$E = 800 \times \left[\frac{0,5335}{0,1} \right]$$

$$E = 800 \times 5,335 \rightarrow \mathbf{E = 4.268}$$

Gabarito: Alternativa B

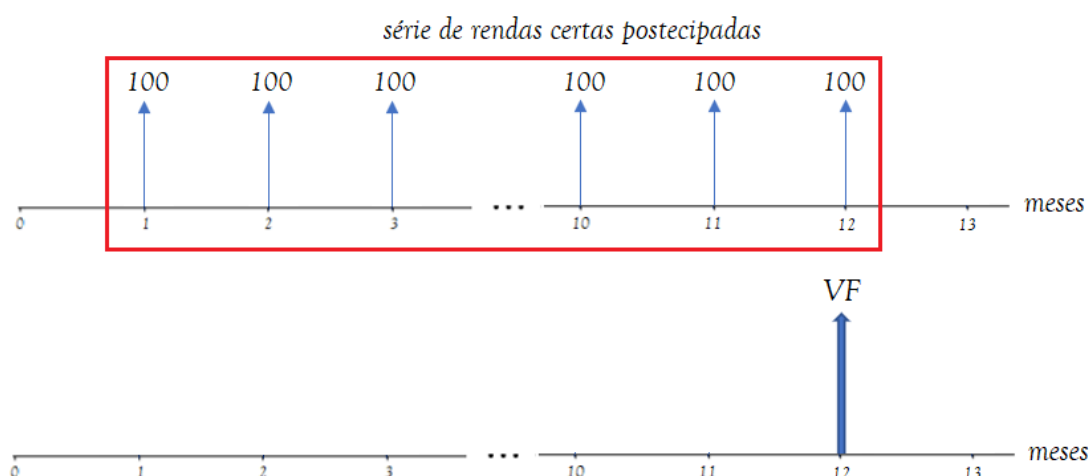
39. (CESGRANRIO / CEF - 2008) Um investimento consiste na realização de 12 depósitos mensais de R\$ 100,00, sendo o primeiro deles feito um mês após o início da transação. O montante será resgatado um mês depois do último depósito. Se a taxa de remuneração do investimento é de 2% ao mês, no regime de juros compostos, o valor do resgate, em reais, será

Dado: $1,02^{12} = 1,268242$

- a) 1.200,00
- b) 1.224,00
- c) 1.241,21
- d) 1.368,03
- e) 2.128,81

Comentários:

Vamos representar graficamente os depósitos realizados.



Vamos calcular o Valor Futuro desta série de depósitos certos postecipados (o primeiro deles feito um mês após o início da transação).

O **Valor Futuro (VF)** de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento “n” que equivale a **soma de todas** as **n** rendas certas **P** capitalizadas pela mesma taxa de juros **i**.

Em outras palavras, VF é a soma de todos os pagamentos/recebimentos **na mesma data do ÚLTIMO** pagamento/recebimento.

O Valor Futuro (VF) será igual a:

$$VF = P \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

$$VF = 100 \times \left[\frac{(1 + 0,02)^{12} - 1}{0,02} \right]$$

$$VF = 100 \times \left[\frac{1,02^{12} - 1}{0,02} \right]$$

O enunciado nos informa que: $1,02^{12} = 1,268242$.

$$VF = 100 \times \left[\frac{1,268242 - 1}{0,02} \right]$$

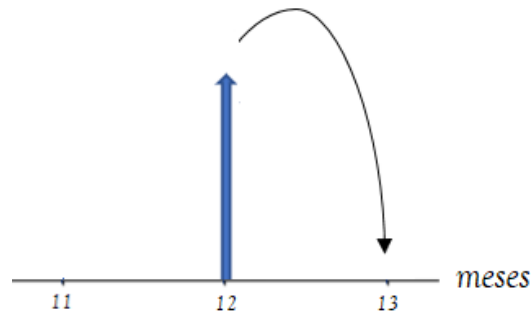
$$VF = 100 \times \left[\frac{0,268242}{0,02} \right]$$

$$VF = 100 \times 13,4121 \rightarrow \boxed{VF = 1.341,21}$$



Preste atenção!! O Valor Futuro calculado é o Valor Futuro correspondente ao somatório das parcelas na data do **ÚLTIMO** investimento, isto é, $t = 12$.

Todavia, o resgate será feito no mês seguinte ao último depósito, ou seja, no tempo $t = 13$. Precisamos então, capitalizar o Valor Futuro por 1 período para encontrar o valor de resgate.



$$V_{resgate} = VF \times (1 + i)$$

$$V_{resgate} = 1.341,21 \times (1 + 0,02)$$

$$V_{resgate} = 1.341,21 \times 1,02 \rightarrow V_{resgate} = 1.368,03$$

Gabarito: Alternativa **D**

8. RENDAS PERPÉTUAS

40. (CESGRANRIO / BR - 2012 - Adaptada) Um jogador de futebol, cansado de entrar em campo por anos e de nunca ter conquistado um título, deseja, ao se aposentar, retirar uma vez por ano o equivalente a R\$ 120.000,00 anuais, por um período infinito. Com um amigo investidor, ele conseguiu um fundo em que pode aplicar suas economias e que lhe garante rendimento de 10% ao ano.

Para alcançar seu objetivo, o jogador terá de aplicar

- a) R\$ 100.000,00
- b) R\$ 109.090,90
- c) R\$ 120.000,00
- d) R\$ 1.000.000,00
- e) R\$ 1.200.000,00

Comentários:

O enunciado nos questiona qual o Valor Atual que o jogador deve investir para retirar Parcelas mensais de R\$ 120.000 por um período infinito, isto é, indeterminado ou perpétuo.

O **Valor Presente (ou Atual)** de uma série de Rendas Perpétuas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i}$$

Onde,

$VP = \text{Valor Atual ou Presente} = ?$

$P = \text{Prestação Perpétua} = 120.000$

$i = \text{Taxa de Juros} = 10\% \text{ ao ano} = 0,1$

Substituindo os valores:

$$VP = \frac{P}{i} \quad \rightarrow \quad VP = \frac{120.000}{0,1} \rightarrow \boxed{VP = 1.200.000}$$

Gabarito: Alternativa E

41. (CESGRANRIO / BR - 2015) Um gestor deparou com a necessidade de calcular o valor presente de uma série perpétua de fluxos de caixa. Ele não sabia se calcularia considerando um fluxo constante ou com uma taxa de crescimento de 0,5% ao período. A taxa de desconto a ser utilizada no cálculo é de 1% ao período. Sendo assim, a razão entre o resultado do cálculo do valor presente da série com crescimento e do valor presente da série constante é igual a

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

Comentários:

Vamos calcular separadamente o Valor Presente da série constante e da série com crescimento.

✚ Valor Presente da série constante

O **Valor Presente** de uma série de Rendas Perpétuas é igual a:

$$VA = \frac{P}{i}$$

Onde,

$VP = \text{Valor Atual ou Presente} = ?$

$P = \text{Prestação Perpétua} = P$

$i = \text{Taxa de Juros} = 1\% \text{ ao período} = 0,01$

Substituindo os valores:

$$VP = \frac{P}{i}$$

$$VP = \frac{P}{0,01}$$

$$VP = \frac{1}{0,01} \times P \rightarrow \boxed{VP = 100P}$$

 Valor Presente da série com crescimento

As **Rendas Perpétuas com crescimento** que são calculadas pela seguinte fórmula:

$$VP = \frac{P}{i - g}$$

Onde,

$g = \text{Taxa de Crescimento} = 0,5\% \text{ ao período} = 0,005$

Substituindo os valores:

$$VP = \frac{P}{i - g}$$

$$VP = \frac{P}{0,01 - 0,005}$$

$$VP = \frac{P}{0,01 - 0,005}$$

$$VP = \frac{P}{0,005}$$

$$VP = \frac{1}{0,005} \times P \rightarrow \boxed{VP = 200P}$$

Então, a razão r entre o resultado do cálculo do valor presente da série com crescimento ($200P$) e do valor presente da série constante ($100P$) é igual a:

$$r = \frac{200P}{100P}$$

$$r = \frac{200}{100} \rightarrow r = 2$$

Gabarito: Alternativa B

9. SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO

42. (CESGRANRIO / LIQUIGÁS - 2018) Pelo sistema de amortização constante, a primeira prestação mensal (parcela), sem carência, de um financiamento de R\$ 10.000,00 a uma taxa de juros de 10% a.m, pelo prazo de 5 meses, será de, aproximadamente,

- a) R\$ 3.000,00
- b) R\$ 2.638,00
- c) R\$ 2.000,00
- d) R\$ 1.638,00
- e) R\$ 1.000,00

Comentários:

A primeira prestação será igual a soma da Amortização mais os Juros do primeiro período.

$$P_1 = A + J_1$$

Vamos calcular cada parcela separadamente.

+ Amortização

No SAC, a Amortização é constante e igual a:

$$A = \frac{E}{n}$$

$$A = \frac{10.000}{5} \rightarrow A = 2.000$$

+ Juros do primeiro período

Os Juros do primeiro período serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do primeiro período.

$$J_1 = i \times SD_{inicial\ 1}$$

$$J_1 = 0,1 \times 10.000 \rightarrow J_1 = 1.000$$

Observe que o Saldo Devedor inicial do primeiro período é o próprio valor do financiamento, uma vez que ainda **não houve nenhum pagamento**.

Logo, a **primeira prestação** será:

$$P_1 = A + J_1$$

$$P_1 = 2.000 + 1.000 \rightarrow P_1 = 3.000$$

Gabarito: Alternativa **A**

43. (CESGRANRIO / BB - 2015) Arthur contraiu um financiamento para a compra de um apartamento, cujo valor à vista é de 200 mil reais, no Sistema de Amortização Constante (SAC), a uma taxa de juros de 1% ao mês, com um prazo de 20 anos. Para reduzir o valor a ser financiado, ele dará uma entrada no valor de 50 mil reais na data da assinatura do contrato. As prestações começam um mês após a assinatura do contrato e são compostas de amortização, juros sobre o saldo devedor do mês anterior, seguro especial no valor de 75 reais mensais fixos no primeiro ano e despesa administrativa mensal fixa no valor de 25 reais.

A partir dessas informações, o valor, em reais, da segunda prestação prevista na planilha de amortização desse financiamento, desconsiderando qualquer outro tipo de reajuste no saldo devedor que não seja a taxa de juros do financiamento, é igual a

- a) 2.087,25
- b) 2.218,75
- c) 2.175,25
- d) 2.125,00
- e) 2.225,00

Comentários:



Observe inicialmente que há uma entrada de 50 mil reais, ou seja, **o valor a ser financiado é de 150 mil**.

No SAC, as Amortizações são constantes e iguais a:

$$A = \frac{E}{n}$$

$$A = \frac{150.000}{240} \rightarrow \boxed{A = 625}$$

Perceba acima que as **Prestações** são mensais e o prazo fornecido pela banca é em "anos". Logo, devemos transformar n de anos para meses. 20 anos equivalem a 240 meses.

$$n = 20 \times 12 \rightarrow \boxed{n = 240 \text{ meses}}$$

De posse da Amortização preenchemos a tabela nos campos que nos interessam.

p	$SD_{inicial}$	A	J	P	SD_{final}
0	-	-	-	-	150.000
1	150.000	625			149.375
2	149.375	625			

Observe que as Amortizações são constantes e o Saldo Devedor final do período é igual ao Saldo Devedor inicial do período menos a Amortização.

Os Juros da segunda prestação serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do período.

$$J_2 = i \times SD_{inicial\ 2}$$

$$J_2 = 0,01 \times 149.375 \rightarrow \boxed{J_2 = 1.493,75}$$

De posse dos Juros e da Amortização, calculamos a Prestação, uma vez que esta é igual a soma dos Juros mais a Amortização.

$$P_2 = A + J_2$$

$$P_2 = 625 + 1.493,75 \rightarrow \boxed{P_2 = 2.118,75}$$



Observe que o enunciado nos informa que há também (além da Amortização e dos Juros) um seguro especial no valor de 75 reais mensais fixos no primeiro ano e despesa administrativa mensal fixa no valor de 25 reais.

Logo, o total da segunda prestação será:

$$P_2 = 2.118,75 + 75 + 25 \rightarrow P_2 = 2.218,75$$

Gabarito: Alternativa B

44. (CESGRANRIO / BB - 2011) Considere um financiamento de R\$ 100.000,00, sem entrada, a ser pago em 100 prestações mensais, pelo Sistema de Amortização Constante (SAC). Sabendo-se que a taxa de juros, no regime de juros compostos, é de 1% ao mês, a prestação inicial, se o prazo de pagamento for duplicado, será reduzida em

- a) 100%
- b) 50%
- c) 25%
- d) 10%
- e) 5%

Comentários:

Vamos calcular o valor da prestação para os dois cenários propostos e, posteriormente, calcular a variação percentual da prestação inicial (primeira prestação).

 **1º caso:** Financiamento de R\$ 100.000,00, sem entrada, a ser pago em 100 prestações mensais, pelo SAC a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês.

A primeira prestação será igual a soma da Amortização mais os Juros do primeiro período.

$$P_1 = A + J_1$$

No SAC, a Amortização é constante e igual a:

$$A = \frac{E}{n}$$

$$A = \frac{100.000}{100} \rightarrow A = 1.000$$

Os Juros do primeiro período serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do primeiro período.

$$J_1 = i \times SD_{inicial\ 1}$$

$$J_1 = 0,01 \times 100.000 \rightarrow J_1 = 1.000$$

Observe que o Saldo Devedor inicial do primeiro período é o próprio valor do financiamento, uma vez que ainda não houve nenhum pagamento.

Logo, a primeira prestação será:

$$P_1 = A + J_1$$
$$P_1 = 1.000 + 1.000 \rightarrow P_1 = 2.000$$

🚦 **2º caso:** Financiamento de R\$ 100.000,00, sem entrada, a ser pago em 200 prestações mensais (o enunciado nos questiona quando o prazo for duplicado), pelo SAC a uma taxa de juros compostos de 1% ao mês.

No SAC, como vimos, a Amortização é constante e igual a:

$$A = \frac{E}{n}$$
$$A = \frac{100.000}{200} \rightarrow A = 500$$

Perceba que, conforme comentamos, o prazo de pagamento foi duplicado, ou seja, é de 200 meses neste segundo cenário.

Os Juros do primeiro período serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do primeiro período.

$$J_1 = i \times SD_{inicial\ 1}$$
$$J_1 = 0,01 \times 100.000 \rightarrow J_1 = 1.000$$

Observe que o Saldo Devedor inicial do primeiro período é o próprio valor do financiamento, uma vez que ainda não houve nenhum pagamento. Observe também que não muda o valor dos Juros para o primeiro período de cada caso.

Logo, a primeira prestação neste segundo cenário será:

$$P_1 = A + J_1$$
$$P_1 = 500 + 1.000 \rightarrow P_1 = 1.500$$

Por fim, vamos calcular a **variação percentual** da Prestação. Relembrando a fórmula da variação percentual:

$$\Delta = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

O valor inicial da prestação era de R\$ 2.000,00 e no segundo caso, de R\$ 1.500,00. Iremos substituir os valores e calcular a redução percentual.

$$\Delta = \frac{v_{final} - v_{inicial}}{v_{inicial}} \times 100$$

$$\Delta = \frac{1.500 - 2.000}{2.000} \times 100$$

$$\Delta = \frac{-500}{2.000} \times 100$$

$$\Delta = \frac{-50}{2} \rightarrow \Delta = -25\%$$

Caso você não se recordasse da fórmula, poderia aplicar uma regra de três simples. O valor inicial de R\$ 2.000 equivale a 100%. O novo valor de R\$ 1.500 equivale a x .

$$2.000 - 100\%$$

$$1.500 - x\%$$

Multiplicando cruzado:

$$2.000 \times x = 1.500 \times 100$$

$$x = \frac{1.500 \times 100}{2.000} \rightarrow x = 75\%$$

Atenção. O enunciado nos questiona a redução. R\$ 1.500,00 equivale a 75%. Logo, **a redução foi de 25%**. Neste caso não confundimos porque a banca não colocou a alternativa com a resposta "75%". Se ela colocasse, muitos candidatos marcariam.

Gabarito: Alternativa C

45. (CESGRANRIO / LIQUIGÁS - 2018) Entre os sistemas de amortização de financiamentos disponíveis, há um em que, na sistemática de pagamentos, as prestações (parcelas) são decrescentes, e o valor financeiro dos juros cobrados na parcela é menor em relação ao cobrado na parcela anterior.

Tais características são do seguinte sistema de amortização:

- a) Americano
- b) Constante

- c) Descontado
- d) Francês
- e) Tabela price

Comentários:

Vamos rever, por meio de uma tabela, as diferenças entre as características do Sistema de Amortização Constante e do Sistema Francês (Tabela Price) e, posteriormente, assinalar a resposta correta.

	SAC	SF
Amortização	Constante	Crescente em PG
Juros	Decrescente em PA	Decrescente
Prestação	Decrescente em PA	Constante

Ou seja, no **SISTEMA DE AMORTIZAÇÃO CONSTANTE** as **prestações (parcelas) são decrescentes**, e o valor financeiro dos juros cobrados na parcela é **menor** em relação ao cobrado na parcela anterior (isto é, também decrescente).

Gabarito: Alternativa B

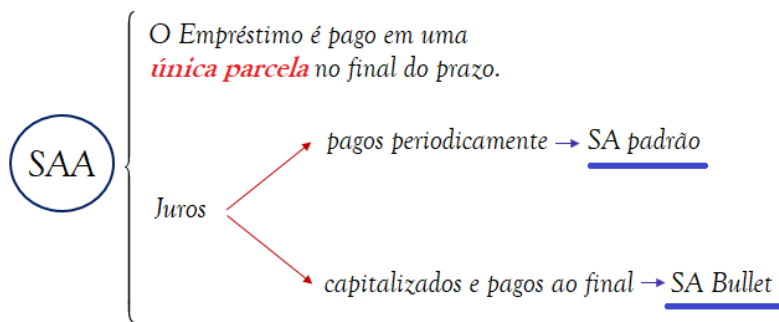
Obs: No seu concurso **não foi exigido o Sistema Americano de Amortização**. Porém, abaixo deixarei uma breve característica deste sistema.

No Sistema de Amortização Americano, o Montante do Empréstimo é pago em uma **única parcela** ao final do prazo.

Neste sistema temos uma particularidade em relação aos Juros.

- ✚ No Sistema Americano Padrão, os Juros são pagos periodicamente, isto é, não há a Amortização do valor do Empréstimo ao longo do tempo. Há apenas, período a período, o pagamento dos Juros.
- ✚ Todavia, poderá haver pacto entre as partes na qual os Juros são capitalizados (não são pagos periodicamente) e pagos junto ao valor principal ao final do período. Ou seja, não ocorre pagamento da Amortização nem dos Juros no decorrer do período de Empréstimo. Este caso retrata o Sistema Americano *Bullet*.





46. (CESGRANRIO / LIQUIGÁS - 2018) Um financiamento de 1.000 unidades monetárias (u.m.) deverá ser quitado em dez meses, em dez prestações mensais e sucessivas, a primeira começando um mês após a obtenção do financiamento. O cálculo das prestações será feito pelo Sistema de Amortização Constante (SAC), usando a taxa de juros de 1% ao mês.

A primeira e a segunda prestações devidas terão os valores respectivos, em u.m., de

- a) 90 e 100
- b) 100 e 110
- c) 110 e 100
- d) 110 e 109
- e) 100 e 100

Comentários:

No SAC, a Amortização é constante e igual a:

$$A = \frac{E}{n}$$

$$A = \frac{1.000}{10} \rightarrow \boxed{A = 100}$$

Vamos calcular separadamente a primeira e a segunda prestação.

📌 Primeira Prestação

A primeira prestação será igual a soma da Amortização mais os Juros do primeiro período.

$$P_1 = A + J_1$$

Os Juros do primeiro período serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do primeiro período.

$$J_1 = i \times SD_{inicial\ 1}$$

$$J_1 = 0,01 \times 1.000 \rightarrow J_1 = 10$$

Observe que o Saldo Devedor inicial do primeiro período é o próprio valor do financiamento, uma vez que ainda não houve nenhum pagamento.

Logo, a primeira Prestação será igual a:

$$P_1 = A + J_1$$

$$P_1 = 100 + 10 \rightarrow P_1 = 110$$

Antes de calcular a segunda prestação, vamos representar a tabela para melhor visualização.

<i>p</i>	<i>SD_{inicial}</i>	<i>A</i>	<i>J</i>	<i>P</i>	<i>SD_{final}</i>
0	-	-	-	-	1.000
1	1.000	100	10	110	900
2	900	100			

Observe que as Amortizações são constantes (100 para todos os períodos) e o Saldo Devedor final do período é igual ao Saldo Devedor inicial do período menos a Amortização.

Segunda Prestação

Os Juros da segunda prestação serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do segundo período.

$$J_2 = i \times SD_{inicial\ 2}$$

$$J_2 = 0,01 \times 900 \rightarrow J_2 = 9$$

De posse dos Juros e da Amortização, calculamos a Prestação, uma vez que esta é igual a soma dos Juros mais a Amortização.

$$P_2 = A + J_2$$

$$P_2 = 100 + 9 \rightarrow P_2 = 109$$

Gabarito: Alternativa **D**

47. (CESGRANRIO / LIQUIGÁS - 2018) Um imóvel no valor de R\$ 6.000.000,00 de reais foi adquirido em dezembro de 2018 por meio de um financiamento baseado em um sistema de amortização constante (SAC), em 120 parcelas mensais e decrescentes. A taxa de juro cobrada foi de 1,0%

ao mês, com a primeira prestação para janeiro de 2019 e a última para dezembro de 2028. Considere que o comprador deu uma entrada no ato da compra, financiando apenas 80% do valor do imóvel.

Assim, o valor da prestação previsto para fevereiro de 2019, em reais, é igual a

- a) 88.000,00
- b) 87.600,00
- c) 78.600,00
- d) 68.000,00
- e) 48.600,00

Comentários:



A banca nos questiona o **valor da prestação previsto para fevereiro de 2019**, ou seja, da segunda prestação (já que a primeira é para janeiro de 2019).

Antes de começar a resolução, propriamente dita, **observe que o financiamento é relativo apenas a 80% do valor do imóvel.**

$$E = \frac{80}{100} \times 6.000.000 \rightarrow E = 4.800.000$$

Então, o valor do Empréstimo foi de R\$ 4.800.000,00.

No SAC, as Amortizações são constantes e iguais a:

$$A = \frac{E}{n}$$

$$A = \frac{4.800.000}{120} \rightarrow A = 40.000$$

De posse da Amortização preenchamos a tabela nos campos que nos interessam.

p	$SD_{inicial}$	A	J	P	SD_{final}
0	-	-	-	-	4.800.000
1	4.800.000	40.000			4.760.000
2	4.760.000	40.000			

Observe que as Amortizações são constantes e o Saldo Devedor final do período é igual ao Saldo Devedor inicial do período menos a Amortização.

Os Juros da segunda prestação serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do período.

$$J_2 = i \times SD_{inicial\ 2}$$
$$J_2 = 0,01 \times 4.760.000 \rightarrow J_2 = 47.600$$

De posse dos Juros e da Amortização, calculamos a Prestação, uma vez que esta é igual a soma dos Juros mais a Amortização.

$$P_2 = A + J_2$$
$$P_2 = 40.000 + 47.600 \rightarrow P_2 = 87.600$$

Gabarito: Alternativa **B**

48. (CESGRANRIO / PETROBRAS - 2018) Uma empresa deseja comprar um equipamento, cujo preço à vista foi cotado em 15 milhões de reais. Para isso, pretende pagar uma entrada (ato da compra) e financiar o valor restante em 12 parcelas mensais e iguais, a uma taxa de juro (composto) de 1% ao mês, com a primeira parcela sendo paga um mês após a compra. O departamento financeiro determinou que o valor da parcela seja de, no máximo, 1 milhão de reais.

Dado: $1,01^{12} = 1,127$

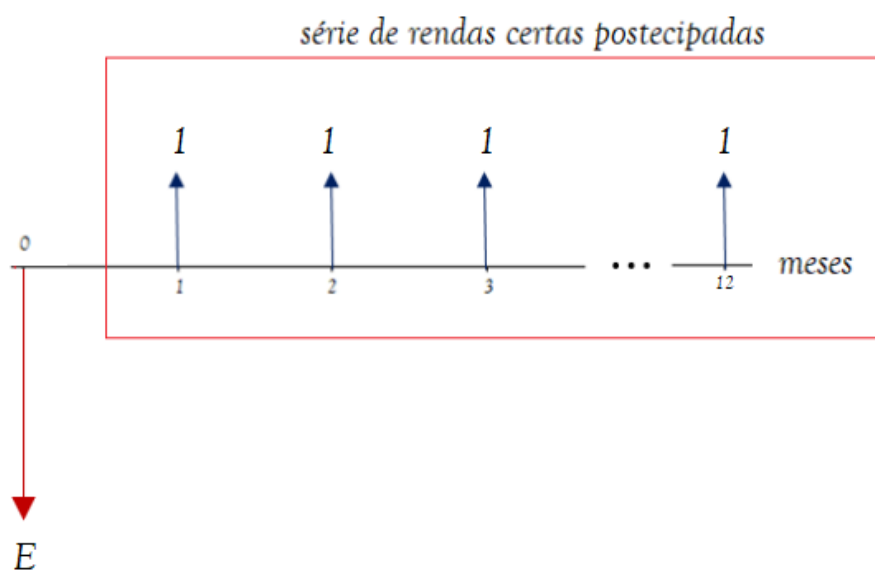
Nessas condições, o valor mínimo, em milhões de reais, que a empresa precisará pagar de entrada nessa compra pertence ao intervalo

- a) 3,00 a 3,19
- b) 3,20 a 3,39
- c) 3,40 a 3,59
- d) 3,60 a 3,79
- e) 3,80 a 4,00

Comentários:

Essa é uma boa questão para vermos o "link" do Sistema Francês com as séries de rendas certas.

Neste Sistema de Amortização, as **Prestações são constantes** e iguais em todos os períodos. Graficamente, em milhões, temos:



Perceba que é o mesmo gráfico que estudamos em Série de rendas Certas (rendas Uniformes). Ou seja, para calcular o Valor da Prestação no SF iremos tomar como base a fórmula do Valor Atual de uma Série de Rendas Certas Postecipadas (com os devidos ajustes nas incógnitas).

Lembrando que o **Valor Atual** (no nosso caso o valor E tomado Empréstado) de uma série de rendas certas **Postecipadas** é o valor no momento “0”, também chamado de Valor Presente (VP), que **equivale a soma** de todas as n rendas certas P descontadas pela mesma taxa de juros i .

Sendo assim, a fórmula de cálculo da Prestação será:

$$E = P \times \left[\frac{(1 + i)^n - 1}{i \times (1 + i)^n} \right]$$

Substituindo os valores e calculando o valor do Empréstimo:

$$E = 1 \times \left[\frac{(1 + 0,01)^{12} - 1}{0,01 \times (1 + 0,01)^{12}} \right]$$

$$E = 1 \times \left[\frac{1,01^{12} - 1}{0,01 \times 1,01^{12}} \right]$$

O enunciado nos informa que: $1,01^{12} = 1,127$.

$$E = 1 \times \left[\frac{1,127 - 1}{0,01 \times 1,127} \right]$$

$$E = 1 \times \left[\frac{0,127}{0,01127} \right]$$

$$E \cong 1 \times 11,27 \rightarrow \boxed{E \cong 11,27 \text{ milhões}}$$

Ou seja, a empresa parcelou 11,27 milhões dos 15 milhões do preço à vista. Sendo assim, ela precisará dar de **entrada a diferença deste valor**.

$$e = 15 - 11,27 \rightarrow e = 3,73$$

Nessas condições, o valor mínimo, em milhões de reais, que a empresa precisará pagar de entrada nessa compra pertence ao intervalo 3,60 a 3,79.

Gabarito: Alternativa **D**

49. (CESGRANRIO / TRANSPETRO - 2016) Uma empresa faz um empréstimo no valor de R\$ 200.000,00, a uma taxa de 15% ao ano, para ser pago em 5 prestações anuais e iguais, de acordo com o sistema francês de amortização, vencendo a primeira prestação 1 ano após a data do empréstimo. A Tabela abaixo é parte da planilha de amortização apresentada pelo credor.

Tempo	Prestação	Amortização	Juros	Saldo devedor
0				R\$ 200.000,00
1	R\$ 59.663,11	R\$ 29.663,11	R\$ 30.000,00	R\$ 170.336,89
2	R\$ 59.663,11	R\$ 34.112,58	R\$ 25.550,53	R\$ 136.224,31

Para avaliar o total de juros que serão pagos nesse financiamento, um auditor completa a planilha até o final, de modo que o saldo devedor seja zero.

O total de juros, em milhares de reais, que serão pagos pela empresa, se todas as prestações forem quitadas de acordo com o planejado, pertence ao intervalo:

- a) 50,1 a 65,0
- b) 65,1 a 80,0
- c) 80,1 a 95,0
- d) 95,1 a 110,0
- e) 110,1 a 125,0

Comentários:



A banca fornece a tabela para **tentar confundir o candidato** e fazer com que ele preencha as 5 linhas relativas aos períodos de pagamento.

No Sistema Francês as Prestações são constantes. Então, nos 5 anos as Prestações somam:

$$P_{Total} = 5 \times P$$

$$P_{Total} = 5 \times 59.663,11 \rightarrow \boxed{P_{Total} = 289.315,55}$$

Ou seja, de um Empréstimo de R\$ 200.000,00 foi pago um total de R\$ 289.315,55. Ou seja, a diferença deste valor corresponde ao total dos Juros pagos no decorrer do tempo.

$$J_{Total} = P_{Total} - 200.000$$

$$J_{Total} = 289.315,55 - 200.000 \rightarrow J_{Total} = 89.315,55$$

O total de juros, em milhares de reais, que serão pagos pela empresa, se todas as prestações forem quitadas de acordo com o planejado, pertence ao intervalo 80,1 a 95,0.

Gabarito: Alternativa **D**

50. (CESGRANRIO / BASA - 2015) Um banco empresta R\$ 10.000,00, com taxa de juros de 2% ao mês, para serem pagos em 5 pagamentos mensais consecutivos, vencendo a primeira prestação um mês após o empréstimo. O valor de cada prestação é de R\$ 2.121,58.

O saldo devedor, após o segundo pagamento, é, em reais, de, aproximadamente:

- a) 5.696,00
- b) 6.118,00
- c) 5.653,00
- d) 5.565,00
- e) 5.897,00

Comentários:

Vamos preenchendo a tabela passo a passo para visualizarmos a sistemática de pagamento. Com as informações iniciais temos que:

p	$SD_{inicial}$	A	J	P	SD_{final}
0	-	-	-	-	10.000
1	10.000			2.121,58	
2					

Primeiro período

Os Juros do primeiro período serão iguais a multiplicação da Taxa de Juros pelo Saldo Devedor inicial do primeiro período.

$$J_1 = i \times SD_{inicial\ 1}$$

$$J_1 = 0,02 \times 10.000 \rightarrow \boxed{J_1 = 200}$$

De posse dos Juros e da Prestação, calculamos a Amortização do primeiro período, uma vez que a Prestação é dada pela soma da Amortização do período mais os Juros do período.

$$P = A_1 + J_1$$

$$2.121,58 = A_1 + 200$$

$$A_1 = 2.121,58 - 200 \rightarrow \boxed{A_1 = 1.921,58}$$

Para completar a linha relativa ao primeiro período, calculamos o Saldo Devedor final que é igual ao Saldo Devedor inicial do período menos a Amortização do período.

$$SD_{final\ 1} = SD_{inicial\ 1} - A_1$$

$$SD_{final\ 1} = 10.000 - 1.921,58 \rightarrow \boxed{SD_{final\ 1} = 8.078,42}$$

Preenchendo a tabela:

<i>p</i>	<i>SD_{inicial}</i>	<i>A</i>	<i>J</i>	<i>P</i>	<i>SD_{final}</i>
0	-	-	-	-	10.000
1	10.000	1.921,58	200	2.121,58	8.078,42
2	8.078,42				

Segundo Período

Poderíamos fazer os mesmos passos do primeiro período, isto é, calcular os Juros, depois a Amortização e, por fim, o Saldo Devedor final do período.

Ou, de posse da Amortização do primeiro período já podemos calcular a Amortização do segundo período, já que, conforme estudamos, no Sistema Francês as Amortizações são crescentes em Progressão Geométrica (PG) de razão $q = (1 + i)$.

$$A_2 = A_1 \times q$$

$$A_2 = A_1 \times (1 + i)$$

$$A_2 = 1.921,58 \times (1 + 0,02)$$

$$A_2 = 1.921,58 \times 1,02 \rightarrow A_2 = \mathbf{1.960}$$

De posse da Amortização do segundo período, calculamos o Saldo Devedor final do segundo período:

$$SD_{final\ 2} = SD_{inicial\ 2} - A_2$$

$$SD_{final\ 2} = 8.078,42 - 1.960 \rightarrow SD_{final\ 2} = \mathbf{6.118,42}$$

Gabarito: Alternativa **B**