Exercícios: Logaritmos

Prof. André Augusto

1. Cálculo de Logaritmos

Exercício 1. Calcule:
(a) $\log_2 16$ (b) $\log_3 81$ (c) $\log_5 125$ (d) $\log_6 1296$ (e) $\log_{12} 1728$ (f) $\log_2 4096$ (g) $\log_{28} 1$
(h) $\log_5 625$ (i) $\log_2 \sqrt{2}$ (j) $\log 100$ (k) $\log_2 1024$ (l) $\log_\pi \pi$ (m) $\log_4 16$ (n) $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$
(o) $\log_{81} 3$ (p) $\log_{\frac{1}{2}} 8$ (q) $\log_7\left(\frac{1}{7}\right)$ (r) $\log_{125} 5$ (s) $\log_{\frac{1}{2}} 32$ (t) $\log_9\left(\frac{1}{27}\right)$ (u) $\log_{27} 81$
(v) $\log_{\sqrt{8}} \sqrt{32}$

Exercício 2. Usando apenas que $\log 2 = 0,30, \log 3 = 0,47$ e $\log 5 = 0,69$, calcule:
(a) $\log 4$ (b) $\log\left(\frac{2}{5}\right)$ (c) $\log 12$ (d) $\log 25$ (e) $\log\sqrt{2}$ (f) $\log 0.5$ (g) $\log\left(\frac{3}{2}\right)$ (h) $\log 20$
(i) $\log_2 3$ (j) $\log 20+\log 40+\log 1600$ (k) $\log 30$ (l) $\log 32$ (m) $\log\left(\frac{10}{9}\right)$ (n) $\log 10$ (o) $\log_2 5$
(p) $\log 30+\log 90$ (q) $\log\sqrt{5}$ (r) $\log 15$ (s) $\log_3 5$ (t) $\log 50-\log 250$ (u) $\log\left(\frac{32}{15}\right)$ (v) $\log\sqrt{6}$

Exercício 3. Usando apenas que $\log 20 = 1,30, \log 30 = 1,47$ e $\log 60 = 1,79$, calcule:
(a) $\log 4 + \log 5$ (b) $\log 5 + \log 6$ (c) $\log 150 - \log 5$ (d) $\log 120 - \log 6$
(e) $\log 5 + \log 12$ (f) $\log 180 - \log 9$ (g) $\log 16 + 2\log 5$ (h) $\log 600 - \log 30$
(i) $2\log 15 + \log 4$ (j) $\log 1800 - \log 60$ (k) $\log 225 + 2\log 4$ (l) $\log 1200 - \log 20$
(m) $\log 15 + \log 40$ (n) $\log 1800 - \log 30$ (o) $\log 20 + \log 45$ (p) $\log 6000 - \log 30$

2. Testes de Vestibulares

Exercício 4 (UEL)**.** Supondo que exista, o logaritmo de a na base b é:

(a) o número ao qual se eleva a para se obter b

(b) o número ao qual se eleva b para se obter a

(c) a potência de base b e expoente a

(d) a potência de base a e expoente b

(e) a potência de base 10 e expoente a

Exercício 5 (FUVEST)**.** Se $\log_2 b - \log_2 a = 5$, o quociente $\frac{b}{a}$ vale:
(a) 10 (b) 25 (c) 32 (d) 64 (e) 128

Exercício 6 (FEI)**.** Se $\log 2 = a$ e $\log 3 = b$, escrevendo $\log\left(\frac{32}{27}\right)$ em função de a e b obtemos:

(a) $2a + b$ (b) $2a - b$ (c) $2ab$ (d) $\frac{2a}{b}$ (e) $5a - 3b$

Exercício 7 (ENEM)**.** A Escala de Magnitude de Momento (abreviada como MMS e denotada como M_W), introduzida em 1979 por Thomas Haks e Hiroo Kanamori, substituiu a Escala de Richter para medir a magnitude dos terremotos em termos de energia liberada. Menos conhecida pelo público, a MMS é, no entanto, a escala usada para estimar as magnitudes de todos os grandes terremotos da atualidade. Assim como a escala Richter, a MMS é uma escala logarítmica. M_W e M_0 se relacionam pela fórmula:

$$M_W = -10.7 + \frac{2}{3} \cdot \log_{10}(M_0)$$

onde M_0 é o momento sísmico (usualmente estimado a partir dos registros de movimento da superfície, através dos sismogramas), cuja unidade é o dina·cm.

O terremoto de Kobe, acontecido no dia 17 de janeiro de 1995, foi um dos terremotos que causaram maior impacto no Japão e na comunidade científica internacional. Teve magnitude M_W = 7,3.

U.S. GEOLOGICAL SURVEY. Historic Earthquakes.
Disponível em: http://www.earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado). U.S. GEOLOGICAL SURVEY. **USGS Earthquake Magnitude Policy.**
Disponível em: http://www.earthquake.usgs.gov. Acesso em: 1 maio 2010 (adaptado).

Mostrando que é possível determinar a medida por meio de conhecimentos matemáticos, qual foi o momento sísmico M_0 do terremoto de Kobe (em dina·cm)?
(a) $10^{-5,10}$ (b) $10^{-0,73}$ (c) $10^{12,00}$ (d) $10^{21,65}$ (e) $10^{27,00}$

Exercício 8. Se $\log E = 2\log a + 3\log b - \log c - \log d$, então E é igual a:
(a) $a^2 + b^3 - c - d$ (b) $a^2b^3 - cd$ (c) $\frac{a^2b^3}{cd}$ (d) $\frac{a^2b^3d}{c}$ (e) a^2b^3cd

Exercício 9 (ESPM-SP)**.** Se $\log_{20} 4 = A$ e $\log_{20} 6 = B$, então o valor de $\log_{20} 5$ é:
(a) $\sqrt{A \cdot B}$ (b) $\frac{A+B}{2}$ (c) $\frac{A \cdot B}{2}$ (d) $1 - A$ (e) $1 - B$

Exercício 10 (UEL)**.** O valor da expressão $\dfrac{\log_3 1 + \log 0,01}{\log_2\left(\frac{1}{64}\right) \cdot \log_4 \sqrt{8}}$ é igual a:

(a) $\frac{4}{15}$ (b) $\frac{1}{3}$ (c) $\frac{4}{9}$ (d) $\frac{3}{5}$ (e) $\frac{2}{3}$

Exercício 11 (UFLA-MG)**.** O valor da expressão $3^{(\log_3 5)\cdot(\log_5 3)}$ é:
(a) -1 (b) 0 (c) 3 (d) 5 (e) 8

Exercício 12. Se $\log_8 225 = a$, então $\log_2 15$ vale:
(a) $\frac{\sqrt{a}}{4}$ (b) $\frac{a}{4}$ (c) $\frac{3a}{2}$ (d) $\frac{2a}{3}$ (e) $3a - 1$

Exercício 13 (FUVEST)**.** O número real a é o menor dentre os valores de x que satisfazem a equação $2 \cdot \log_2(1 + \sqrt{2}x) - \log_2(\sqrt{2}x) = 3$. Então, $\log_2\left(\dfrac{2a+4}{3}\right)$ é igual a:

(a) $\frac{1}{4}$ (b) $\frac{1}{2}$ (c) 1 (d) $\frac{3}{2}$ (e) 2

Exercício 14 (Mackenzie)**.** O produto $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \ldots \cdot \log_{62} 63 \cdot \log_{63} 64$ é igual a:
(a) $\log_3 64$ (b) $\log_2 63$ (c) 2 (d) 4 (e) 6

Exercício 15 (FGV)**.** O preço p de um terreno daqui a t anos é estimado pela relação $p = a \cdot (b)^t$.

(a) Se hoje o terreno vale R\$ $80\,000,00$ e o valor estimado daqui a 10 nos é de R\$ $120\,000,00$, obtenha a e b.

(b) Se a estimativa fosse dada por $p = a \cdot (1,02)^t$, daqui a quantos anos o preço do terreno dobraria?

Exercício 16 (FUVEST)**.** O número real x que satisfaz a equação $\log_2(12 - 2^x) = 2x$ é:
(a) $\log_2 5$ (b) $\log_2 \sqrt{3}$ (c) 2 (d) $\log_2 \sqrt{5}$ (e) $\log_2 3$

Exercício 17 (VUNESP)**.** Em que base o logaritmo de um número natural n, $n > 1$, coincide com o próprio número n?
(a) n^n (b) $\frac{1}{n}$ (c) n^2 (d) n (e) n^n

Exercício 18 (FUVEST)**.** Se x é um número real, $x > 2$ e $\log_2(x-2) - \log_4 x = 1$, então o valor de x é:
(a) $4 - 2\sqrt{3}$ (b) $4 - \sqrt{3}$ (c) $2 + 2\sqrt{3}$ (d) $4 + 2\sqrt{3}$ (e) $2 + 4\sqrt{3}$

Exercício 19 (VUNESP)**.** O nível sonoro N, medido em decibéis (dB) e a intensidade I de um som , medida em watt por metro quadrado (W/m^2) estão relacionados pela expressão $N = 120 + 10 \cdot \log_{10} I$. Suponha que foram medidos em certo local os níveis sonos N_1 e N_2, de dois ruídos com intensidades I_1 e I_2, respectivamente. Sendo $N_1 - N_2 = 20$ dB, a razão $\frac{I_1}{I_2}$ é:
(a) 10^{-2} (b) 10^{-1} (c) 10 (d) 10^2 (e) 10^3

Exercício 20 (FGV)**.** Se m e n são números inteiros tais que $\log_3 m - \log_3 n = 4$ e $800 \leq m \leq 890$, então o valor de n é:
(a) 10 (b) 8 (c) 6 (d) 4 (e) 2

Exercício 21 (FUVEST)**.** Tendo em vista as aproximações $\log_{10} 2 \simeq 0.30$ e $\log_{10} 3 \simeq 0.48$, então o maior número inteiro n satisfazendo $10^n \leq 12^{418}$ é igual a:
(a) 424 (b) 437 (c) 443 (d) 451 (e) 460

Exercício 22 (UNICAMP)**.** Resolva o sistema $\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y = 4 \\ x \cdot y = 8 \end{cases}$

Exercício 23 (FUVEST)**.** A intensidade de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia de $I = 0$ até $I = 8,9$, para o maior terremoto conhecido. A intensidade I é dada pela fórmula $I = \left(\frac{2}{3}\right) \log_{10}\left(\frac{E}{E_0}\right)$, onde E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_0 = 7 \times 10^{-3}$ kWh.

(a) Qual a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?

(b) Aumentando de uma unidade a intensidade do terremoto, por quanto fica multiplicado a energia liberada?

3. DESAFIOS

Exercício 24 (UFMG)**.** O valor de x que satisfaz a equação $2\log x + \log b - \log 3 = \log\left(\frac{9b}{x^4}\right)$ pertence ao intervalo:
(a) $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ (b) $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$ (c) $[1, 2]$ (d) $[2, 3]$ (e) $[3, 4]$

Exercício 25. Seja $a = \log(\operatorname{tg} 1^o) \cdot \log(\operatorname{tg} 2^o) \cdot \log(\operatorname{tg} 3^o) \cdot \ldots \cdot \log(\operatorname{tg} 87^o) \cdot \log(\operatorname{tg} 88^o) \cdot \log(\operatorname{tg} 89^o)$. Quanto vale a?

Exercício 26. Sabendo (e usando) apenas que $\log 2 \simeq 0.3010$, $\log 1.41 \simeq 0.1492$ e $\log 1.42 \simeq 0.1522$, calcule, aproximadamente, $\sqrt{2}$.
Atenção: não há a solução desta questão no gabarito abaixo. Por causa disso, em caso de dúvidas, consulte um livro especializado ou um professor.

Gabarito:

1. (a) 4 (b) 4 (c) 3 (d) 4 (e) 3 (f) 12 (g) 0 (h) 4 (i) $\frac{1}{2}$ (j) 2 (k) 10 (l) 1 (m) 2 (n) -2 (o) $\frac{1}{4}$ (p) -3 (q) -1 (r) $\frac{1}{3}$ (s) -5 (t) $\frac{-3}{2}$ (u) $\frac{4}{3}$ (v) $\frac{5}{3}$
2. (a) $0,60$ (b) $-0,39$ (c) $1,07$ (d) $1,38$ (e) $0,15$ (f) $-0,31$ (g) $0,17$ (h) $1,30$ (i) $1,56$ (j) $6,10$ (k) $1,47$ (l) $1,5$ (m) $0,06$ (n) 1 (o) $2,30$ (p) $3,41$ (q) $0,35$ (r) $1,16$ (s) $1,46$ (t) $-0,47$ (u) $0,34$ (v) $0,39$

3. (a) $1,30$ (b) $1,47$ (c) $1,47$ (d) $1,30$ (e) $1,79$ (f) $1,30$ (g) $2,60$ (h) $1,30$ (i) $2,94$ (j) $1,47$ (k) $3,58$ (l) $1,79$ (m) $3,79$ (n) $1,79$ (o) $2,94$ (p) $3,30$
4. (B)
5. (D)
6. (E)
7. (E)
8. (C)
9. (D)
10. (C)
11. (E)
12. (C)
13. (B)
14. (E)
15. (a) $a = 80\,000,00$; $b = \sqrt[10]{\frac{3}{2}}$ (b) $\frac{\log 2}{\log 1,02}$ anos.
16. (E)
17. (E)
18. (D)
19. (D)
20. (A)
21. (D)
22. $x = 32, y = \frac{1}{4}$
23. (a) 7×10^9 kW/h (b) $10\sqrt{10}$
24. (C)
25. Zero.