

Professor: Robson Andrade de Jesus

Aluno(a): _____

Turma: 8º ano

Data: __/__/2020

NÚMEROS RACIONAIS

Inicialmente, estudamos sobre os conjuntos dos Números Naturais (\mathbb{N}) e Inteiros (\mathbb{Z}):

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$$

O Conjunto dos Números Racionais (\mathbb{Q}) é formado por números que podem ser escritos na forma de fração, cujo numerador é um número inteiro e o denominador é um número inteiro diferente de zero. Em outras palavras,

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z}, q \in \mathbb{Z}^* \right\}$$

São exemplos de números racionais:

$$\frac{1}{2} \quad -\frac{3}{5} \quad \frac{7}{3} \quad -\frac{7}{15}$$

Lembre-se que numa fração temos o numerador e denominador, como mostra o esquema abaixo:

\underline{p} → Numerador
 \underline{q} → Denominador

É muito comum encontrarmos Números Racionais em nosso cotidiano:



$\frac{2}{3}$ de água em um copo, por exemplo, é quando dividimos o copo em três partes e enchemos duas dessas partes.

Gastar $\frac{1}{3}$ da mesada, por exemplo, equivale a gastar uma das três partes da mesada.



Outra maneira de encontrarmos os Números Racionais é na forma decimal:



Um exemplo, é o preço dos combustíveis. Na imagem consta R\$ 2,990 o preço do Etanol. Note que, neste caso, o preço do Etanol é muito próximo a R\$ 3,00 (Número Inteiro).

Note que todo Número Natural e Inteiro, também é um Número Racional. Por exemplo, 3 é um Inteiro (e Natural), podemos escrevê-lo da seguinte forma:

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{9}{3}$$

Mas, como podemos obter um número decimal a partir de uma fração? E Vice-versa?

Considere a fração $\frac{1}{2}$, isto é, a fração “um meio” ou, simplesmente, metade de um inteiro. Facilmente podemos escrever a fração como 0,5.

A divisão 1 por 2 não é possível nos Números Inteiros, mas você lembra as regras de divisão com resultado decimal?

O algoritmo diz: “Neste caso, 1 não pode dividir 2, então, baixamos o 0 no dividendo e colocamos 0, (zero vírgula) no quociente”.

$$\begin{array}{r} 10 \overline{) 2} \\ \underline{10} \\ 0 \end{array}$$

Revise tudo sobre divisão:

| | |
|--------|---|
| Aula 1 | https://www.youtube.com/watch?v=603kr8RHTuw |
| Aula 2 | https://www.youtube.com/watch?v=0VyCCqAA3pA |
| Aula 3 | https://www.youtube.com/watch?v=-q8fXl_rgpM |
| Aula 4 | https://www.youtube.com/watch?v=885BqdMPTHs |

Agora, dado um número decimal, como podemos transformá-lo em uma fração? Temos dois casos:

Número decimal exato: Podemos transformar em frações com denominadores 10, 100, 1000 ...

- $0,1 = \frac{1}{10}$
- $0,01 = \frac{1}{100}$
- $0,001 = \frac{1}{1000}$

Outros exemplos:

- $0,5 = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$
- $1,23 = \frac{123}{100}$
- $-2,305 = -\frac{2305}{1000}$

Número decimal não exato: a divisão da fração irá gerar um número com infinitas casas decimais. É o que chamamos de **Dízima**. Veja alguns exemplos:

- 0,34567...
- 2,33333...
- 0,345345...
- 0,222222...

A **dízima** é dita **periódica** quando há repetição de termos numéricos nas casas decimais. Sendo assim, uma dízima periódica que apresenta repetições de termos numéricos depois da vírgula, dizemos que esses termos determinam o período. Por exemplo:

- 1,333... tem período igual a 3
- 2,555... tem período igual a 5
- 1,235235... tem período igual a 235

Já as dízimas não periódicas são do tipo:

- 2,524367..... Não possui período
- 0,12032569.... Não possui período
- 1,0225475... Não possui período

Quando temos uma dízima periódica, fica fácil em obtermos a **fração geratriz** (aquela que dá origem a uma dízima periódica). Vejamos alguns exemplos:

- $0,2222 \dots = \frac{2}{9}$
- $0,5555 \dots = \frac{5}{9}$
- $0,8888 \dots = \frac{8}{9}$

Você notou algo? Os denominadores são todos iguais e o numerador é exatamente o período de cada número decimal.

Veja um desses casos: 0,8888 ...

Chame $x = 0,8888 \dots$

Multiplique ambos os lados por 10 e obtenmos

$$10 \cdot x = 8,8888 \dots$$

Temos as seguintes equações:

$$\begin{cases} x = 0,8888 \dots & \text{I} \\ 10 \cdot x = 8,8888 \dots & \text{II} \end{cases}$$

Subtraindo a equação II pela equação I, obtenmos:

$$10x - x = 8,888 \dots - 0,888 \dots$$

$$\begin{aligned} 9x &= 8 \\ x &= \frac{8}{9} \end{aligned}$$

Do mesmo modo, quando temos uma dízima periódica com período de duas casas decimais, a fração geratriz tem denominador 99 e numerador é o próprio período. Por exemplo:

- $0,525252 \dots = \frac{52}{99}$
- $0,121212 \dots = \frac{12}{99}$
- $0,353535 \dots = \frac{35}{99}$

Mas, o que podemos fazer se o número decimal foi maior que 1? Veja o seguinte exemplo:

Considere o número 2,66666 ...

Note que ele pode ser escrito como $2 + 0,6666 \dots$

$$2 + 0,666 \dots = 2 + \frac{6}{9} = \frac{18}{9} + \frac{6}{9} = \frac{18+6}{9} = \frac{24}{9} = \frac{8}{3}$$

Aprenda mais sobre fração geratriz assistindo o vídeo:

<https://www.youtube.com/watch?v=r-X8QIrlQ3k>

Revise o assunto de Frações equivalentes:

<https://www.youtube.com/watch?v=JlNHhvmNCgg>

OPERAÇÕES COM NÚMERO RACIONAIS

Adição e subtração:

Quando as frações tiverem mesmo denominador, basta repetir o denominador e resolver a operação no numerador.

- $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$
- $\frac{2}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2-5}{9} = -\frac{3}{9} = -\frac{1}{3}$

Quando os denominadores forem diferentes, usamos frações equivalentes ou o MMC.

- $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} = \frac{5}{15} - \frac{6}{15} = \frac{5-6}{15} = -\frac{1}{15}$
- $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$

Multipliação:

A multiplicação entre duas ou mais frações é feita multiplicando seus numeradores e denominadores correspondentes:

- $\frac{3}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1}{5 \cdot 3} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$
- $\left(-\frac{2}{5}\right) \cdot \left(+\frac{3}{8}\right) = -\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 8} = -\frac{6}{40} = -\frac{3}{20}$

Divisão:

Define-se divisão a partir da noção do oposto multiplicativo.

- $\frac{2}{7} : \frac{5}{3} = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} = \frac{6}{35}$

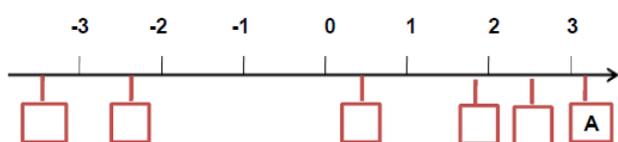
$$\bullet \quad \frac{-2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{-2}{5} \cdot \frac{7}{3} = -\frac{14}{15}$$

EXERCÍCIOS

- 1) A seguir, temos uma reta numérica com alguns números inteiros já representados. Entre dois números inteiros, existe uma infinidade de números. Indique onde estão localizados os números racionais S, A, C, M, U e I.

$$A = \frac{16}{5} \quad S = 0,5 \quad C = \frac{19}{10} \quad M = -\frac{7}{2}$$

$$U = -2,3 \quad I = \frac{5}{2}$$



- 2) Registramos, na tabela abaixo, a massa de um bebê durante o seu primeiro ano de vida (as unidades estão em kg).

| | |
|----------|-----------|
| 1.º dia | 3,680 kg |
| 2.º dia | 3,570 kg |
| 3.º dia | 3,270 kg |
| 4.º dia | 3,140 kg |
| 2 meses | 5,150 kg |
| 5 meses | 7,600 kg |
| 8 meses | 9,220 kg |
| 10 meses | 10,200 kg |
| 12 meses | 11,050 kg |

- a) Qual a diferença das massas referentes ao 1º dia e o 12º mês?
- b) Determine a soma de todas as massas presentes na tabela.
- 3) Represente as situações por meio de um número racional (forma fracionária e/ou forma decimal).

a) O valor de cada uma das 6 parcelas de um produto de R\$ 150,00.

b) Distribuir R\$ 100,00 em 8 partes iguais.

c) Seis metros e meio abaixo do nível do mar.

- 4) Qual é a alternativa que representa o número 0,65 na forma de fração?

(a) $\frac{6}{10}$

(b) $\frac{6}{100}$

(c) $\frac{6}{1000}$

(d) $\frac{6}{10000}$

- 5) Qual alternativa representa a fração $\frac{35}{1000}$ em números decimais?

(a) 0,35

(b) 3,5

(c) 0,035

(d) 35

- 6) Qual alternativa representa a fração $\frac{9}{2}$ em números decimais?

(a) 3,333

(b) 4,25

(c) 5,01

(d) 4,5

- 7) Vânia preparou salgados para a festa de aniversário de seu filho. Desses salgados, $\frac{3}{5}$ representa a quantidade de pastéis, dos quais $\frac{1}{4}$ são de carne e o restante é de queijo. Qual a fração que representa os pasteis de carne?

- 8) Determine a fração geratriz de cada item.

a) 3,222...

b) -0,666...

c) 0,2323...

d) 1,121212...

e) $-4,1111\dots$

9) Qual alternativa representa a soma dos números decimais 0,65 e 0,15?

- (a) 0,70
- (b) 0,77
- (c) 0,67
- (d) 1,00

10) Calcule:

$$\frac{4}{9} - \frac{2}{3} =$$

$$\frac{3}{4} + \frac{7}{8} =$$

$$0,4 - \frac{1}{5} =$$

$$-3 + 2,35 =$$

$$\frac{7}{5} - \frac{5}{3} =$$

$$\frac{-3}{4} + 0,9 =$$

$$\frac{-7}{12} + \frac{5}{6} =$$

11) Qual é o aumento da temperatura quando ela passa de:

- a) + 11,8 graus para + 23,5 graus?
- b) - 8,5 graus para + 1,5 graus?

12) Calcule o valor de cada expressão numérica:

$$\frac{3}{4} + \left(-2 + \frac{7}{5}\right) - \left(-\frac{1}{2} + 1,5\right) - 0,5$$

$$\frac{-0,36 : (-0,18) - 4,6}{-\left(2 + \frac{5}{10}\right)} =$$