9º ANO	Superintendência de Educação Infantil e Ensino Fundamental · Secretaria de Estado da Educação · GOIAS
MATEMÁTICA	

ATIVIDADE 10

Tema: Potenciação e radiciação. Notação Científica.

NOME:

UNIDADE ESCOLAR:

POTENCIAÇÃO

Potenciação significa multiplicar um número real (base) por ele mesmo X vezes, onde X é a potência (número natural).

Exemplo:

3^2 (leia-se "três elevado ao quadrado", ou "três elevado à segunda potência" ou ainda "três elevado à dois").

No exemplo, precisamos multiplicar o 3 por ele mesmo. Ficando: $3 \cdot 3 = 9$

Como consequência, temos que:

$3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 9 = 27$

$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9 \cdot 9 = 81$

Propriedades da Potenciação

P1 - Multiplicação de potências de bases iguais: Neste caso, mantém-se a base e somam-se os expoentes:

$$\mathbf{a^n \cdot a^m = a^{n+m}}$$

Exemplo:

a) $5^2 \cdot 5^4 = 5^{2+4} = 5^6$

b) $2^3 \cdot 2^4 \cdot 2^2 = 2^{3+4+2} = 2^9$

P2 - Divisão de potências de bases iguais: Nesta propriedade mantem-se a base e subtraem-se os expoentes:

$$\mathbf{(a^n) / (a^m) = a^{n-m}}, \text{"}\mathbf{a}\text{" diferente de zero.}$$

Exemplo:

a) $3^{12} \div 3^4 = 3^{12-4} = 3^8$

b) $2^3 \div 2^4 = 2^{3-4} = 2^{-1}$

Observação: temos que $a^1 = a$, veja o exemplo:

$a)\ 2^1 = 2^{2-1} = \frac{2^2}{2^1} = \frac{4}{2} = 2$, logo $2^1 = 2$

b) $3^1 = 3^{4-3} = \frac{3^4}{3^3} = \frac{81}{27} = 3,$ logo $3^1 = 3$

Se m fosse igual a n teríamos $a^m \div a^m = 1 \rightarrow a^0 = 1$ ou seja, $a^{m-m} = a^0$, portanto isso $a^0 = 1$.

Exemplo:

a) $2^0 = 2^{2-2} = \frac{2^2}{2^2} = \frac{4}{4} = 1,$ logo $2^0 = 1$

b) $3^0 = 3^{3-3} = \frac{3^3}{3^3} = \frac{27}{27} = 1,$ logo $3^0 = 1$

P3 - Potência de potência: Nesta propriedade da potenciação temos que manter a base e multiplicar os expoentes.

$$\mathbf{(a^m)^n = a^{m \cdot n}}$$

Exemplo:

a) $[(7)^2]^3 = 7^{2 \cdot 3} = 7^6$

b) $\left(\frac{3^4}{5^3}\right)^5 = \frac{3^{4 \cdot 5}}{5^{3 \cdot 5}} = \frac{3^{20}}{5^{15}}$

P4 - Potenciação de números fracionários: Quando elevamos um número fracionário a um determinado expoente, estamos elevando o numerador e o denominador a esse expoente, conforme os exemplos a seguir:

a) $\left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{4^2}{3^2} = \frac{16}{9}$

P5 – Multiplicação de bases diferentes elevadas ao mesmo expoente: Neste caso efetua-se o produto das bases elevadas ao respectivo expoente.

$$\mathbf{(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n}$$

Exemplo:

a) $(2 \cdot 3)^2 = 2^2 \cdot 3^2 = 4 \cdot 9 = 36$

b) $(3 \cdot x)^3 = 3^3 \cdot x^3 = 27x^3$

P6 - Divisão de bases diferentes elevadas ao mesmo expoente: Neste caso efetua-se o quociente das bases elevadas ao respectivo expoente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n} \text{ , "b" diferente de zero.}$$

Exemplo:

a) $\left(\frac{12}{5}\right)^2 = \frac{12^2}{5^2} = \frac{144}{25}$

b) $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

P7 - Potenciação com números negativos

1º caso: Com expoentes pares

$$(-3)^2 = 9, \text{ pois } (-3)^2 = (-3) \cdot (-3) = +9$$

$$-3^2 = -9, \text{ pois } -3^2 = -(3) \cdot (3) = -9$$

Base negativa elevada a um expoente par, o resultado é positivo. Note que, neste caso o sinal '– 'está dentro dos parênteses e, portanto, também fica elevado ao expoente par. Se o sinal não está dentro do parêntese, ele não será elevado ao expoente.

Se a base negativa elevada a expoente par, resultado → POSITIVO

2º caso: Com expoentes ímpares

$$(-2)^3 = -8, \text{ pois } (-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$$

$$-2^3 = (-1) \cdot 8, \text{ pois } (-1) \cdot (2)^3 = (-1) \cdot (2) \cdot (2) \cdot (2) = -8$$

É importante observarmos que se o expoente é ímpar, o sinal da base permanece. Ou seja, o expoente ímpar conserva o sinal da base.

Veja outro exemplo:

a) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 9 \cdot (-3) = -27$

b) $(7)^3 = (7) \cdot (7) \cdot (7) = 343$

Se o expoente é ímpar, o resultado terá o mesmo sinal da base, logo: base negativa, o resultado → NEGATIVO; base positiva, o resultado → POSITIVO.

Base elevada a expoente negativo: Neste caso, inverte-se a base e troca-se o sinal do expoente. Assim, se a base está no numerador da fração, ela passa para o denominador, se a base estiver no denominador, ela passará para o numerador, e nos dois casos, troca-se o sinal de expoente.

$$\mathbf{a^{-m} = \frac{1}{a^m}} \quad \text{ou} \quad \mathbf{\frac{1}{a^{-m}} = a^m}$$

A recíproca é verdadeira. Demonstração:

$a^{-m} = a^{0-m}$.

$a^{-m} = \frac{a^0}{a^m} = \frac{1}{a^m}$

Exemplo:

a) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{2^{-4}} = 2^4 = 16$

c) $5^{-1} = \frac{1}{5^1} = \frac{1}{5}$

d) $\frac{1}{x^{-7}} = x^7$

ATIVIDADES

01. Transforme em produto ou quociente de potências.

a) $(3 \cdot 5)^2 =$

b) $(12 \div 4)^6 =$

c) $(2 \cdot 5 \cdot 7)^3 =$

d) $(5 \div 3)^2 =$

e) $\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6}\right)^3 =$

f) $(3^2 \cdot 7^3)^2 =$

g) $(5^3 \div 2^4)^3 =$

h) $(a \cdot b)^m =$

i) $(a \div b)^m =$

02. Determine as seguintes potências:

$a)\ 3^4 =$

$b)\ \left(\frac{3}{4}\right)^3 =$

$c)\ \left(\frac{5^2}{9}\right)^3 =$

$d)\ (0{,}745)^0 =$

$e)\ (0{,}1)^3 =$

$f)\ (0{,}3)^2 =$

$g)\ (0{,}5)^3 =$

$h)\ \left\{\left[\left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1}\right]^2\right\}^{-3} =$

03. Efetuar as operações indicando o resultado em forma de potência:

a) $9^2 . 9^3 . 3^4 =$

b) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 . \left(\frac{2}{5}\right)^4 =$

c) $(0{,}15)^2 : (0{,}15)^3 =$

d) $(0{,}02)^2 . (0{,}02)^4 . (0{,}02)^{-3} =$

e) $\left(\frac{2}{7}\right)^{-3} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^2 . \left(\frac{2}{7}\right)^1 . \left(\frac{2}{7}\right)^0 =$

f) $\{[(0{,}0007)^2]^3\}^4 =$

04.a) Qual o valor de $(0{,}002)^2$?

b) Qual o valor de $(0{,}275)^0$?

05. Em cada uma das propriedades da potenciação descreva o método utilizado para seu respectivo desenvolvimento.

a) Multiplicação de potências de mesma base: ____

____

b) Divisão de potências de mesma base: ____

____

c) Potência de potência: ____

____

d) Multiplicação de bases diferente elevadas ao mesmo expoente: ______________________________

____

e) Divisão de bases diferente elevadas ao mesmo expoente: ______________________________

____

06. Aplicando as propriedades das potências de mesma base, reduza a uma só potência as seguintes expressões:

a) $10^3 \cdot 10^5 =$

b) $5^9 \div 5^7 =$

c) $(4^3)^8 =$

$d)\ \left(\frac{1}{5}\right)^5 \div \left(\frac{1}{5}\right)^3 =$

e) $(0,8)^3 \cdot (0,8) \cdot (0,8)^2 =$

$f)\ \left[\left(\frac{2}{3}\right)^3\right]^3 =$

g) $n^5 \cdot n \cdot n^8 =$

h) $x^3 \div x =$

i) $a \cdot a^2 \cdot a^3 =$

j) $(y^4)^5 =$

k) $3^6 \cdot 3^2 \cdot 3 \cdot 3^{10} =$

l) $a^4 \div a^4 =$

m) $[(2^2)^2]^2 =$

n) $(1,5) \cdot (1,5)^3$

o) $y^9 \div y^8 =$

p) $a^x \cdot a^y =$

q) $(m^a)^b =$

07. Determine o valor das seguintes expressões numéricas:

a) $5^2 - 1 =$

b) $3^3 + 2^4 =$

c) $5^2 - 4^2 - 3^2 =$

d) $6^2 : 3 \cdot 5^2 =$

e) $8^2 - 2 \cdot 3^3 =$

f) $2^5 : 4 + 10 : 5^0 =$

g) $40 : (6^2 + 2^2) =$

h) $5^2 \cdot (3 \cdot 2^4 - 40) =$

i) $(7^2 - 4^2 \cdot 3) \cdot (5^2 : 25 + 2) =$

j) $(9^2 : 3^3 + 2) + (2^3 \cdot 5 - 6^2) =$

Notação Científica

A notação científica é uma forma padronizada de escrever números às vezes muito grandes ou muito pequenos usando potência de 10. Sua aplicabilidade para reduzir a escrita de números que apresentam muitos algarismos facilitam cálculos e formas de expressar resultados, padronizando as formas de apresentação numéricas.
O campo da Física e da Química utilizam largamente a notação científica para expressar resultados que teriam um número muito grande de algarismos.
Um número em notação científica apresenta o seguinte formato: $\boldsymbol{n \cdot 10^x}$**, sendo "$\boldsymbol{n}$"** um número real maior ou igual a 1 e menor que 10, ou seja: $1 \leq n < 10$ e "x" é um número inteiro.

Exemplos

a) 3 730 000 000 000 000 000 = 3,18 · 10^{18}

b) 0, 000 000 000 42 = 4,2 · 10^{-10}

Transformar um número em notação científica

Veja a seguir como transformar os números em notação científica de forma prática:

1º Passo: Escrever o número na forma decimal;

2º Passo: Reescrever o número na forma decimal com apenas um algarismo diferente de 0 na frente da vírgula.

3º Passo: Colocar no expoente da potência de 10 o número de casas decimais que tivemos que deslocar com a vírgula. É importante observar que:

- Se o deslocamento da vírgula for para esquerda fazendo com que o valor do número diminua, o expoente ficará positivo;
- Se o deslocamento da vírgula for para direita fazendo com que o valor do número aumente, o expoente ficará negativo;

3º Passo: Escrever o produto do número pela potência de 10.

Veja alguns exemplos:

a) Escreva o número 105 000 em notação científica.

Na forma decimal teremos que 105 000 pode ser escrito como 105 000,0. Ao deslocarmos a vírgula para a esquerda por 5 casas decimais, teremos $1{,}05 \,.\, 10^5$

b) Escreva o número 0,000 000 000 27 em notação científica.

O número 0,000 000 000 27 já está na forma decimal, assim temos que deslocar a vírgula 10 casas decimais para a direita de modo que fique 2,7. Como o deslocamento para a direita fez com que o número aumentasse então teremos $2{,}7 \cdot 10^{-10}$

ATIVIDADES

08) Escreva os números a seguir em notação científica.

a) 1 350 000 ________________

b) 2 870 ___________________

c) 984 129,38 _______________

d) 543,3 ___________________

e) 0,0035 ____

f) 0,000 000 000 000 978 ______________________________

g) 0,001 ____

h) 0,000 005 4 ____

ESTUDO DA RADICIAÇÃO

Definição: Dados um número natural n (com n ≥ 2), chama-se raiz n-ézima de a o número real b, tal que:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Onde $\sqrt[n]{a} = b$, temos:

n $\rightarrow$ índice do radical

a $\rightarrow$ radicando

b $\rightarrow$ raiz n-ézima

$\sqrt{\ }$ $\rightarrow$ radical

Observação: $\sqrt[n]{a} \notin \mathbb{N}$, se n é par e a é menor que zero.

Exemplo:

$a)$ $\sqrt[4]{256} = \sqrt[4]{2^8} = \sqrt[\boxed{4}]{2^{\boxed{8}}} = 2^2 = 4$

b) $\sqrt[3]{343} = \sqrt[3]{7^3} = \sqrt[\boxed{3}]{7^{\boxed{3}}} = 7^1 = 7$

Propriedades

1 – Multiplicação de radicais de mesmo índice: Conserva-se o índice e multiplica-se os radicandos.
Exemplo:

a) $\sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{9 \cdot 3} = \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{3^3} = 3$

b) $\sqrt[5]{4} \cdot \sqrt[5]{8} = \sqrt[5]{4 \cdot 8} = \sqrt[5]{2^2 \times 2^3} = \sqrt[5]{2^5} = 2$

2 – Divisão de radicais de mesmo índice: Conserva-se o índice e dividem-se os radicandos.
Exemplo:

a) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{12}{3}} = \sqrt{4} = 2$

b) $\frac{\sqrt[3]{42}}{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[3]{\frac{42}{6}} = \sqrt[3]{7}$

3 – Radical de um radical: Conserva-se o radicando e multiplica-se os índices.
Exemplo:

a) $\sqrt{\sqrt{5}} = \sqrt[2\times 2]{5} = \sqrt[4]{5}$

c) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[2]{256}}} = \sqrt[3\times4\times2]{2^8} = \sqrt[\boxed{24}]{2^{\boxed{8}}} = \sqrt[3]{2}$

4 – Radicais equivalentes: Quando se multiplica ou se divide o índice do radical e o expoente do radicando por um mesmo número real diferente de zero, obtém-se um radical equivalente.
Exemplo:

a) $\sqrt[3]{2^2} = \sqrt[3\times5]{2^{2\times5}} = \sqrt[15]{2^{10}}$

b) $\sqrt[12]{3^8} = \sqrt[12\div4]{3^{8\div4}}$ *ou* $\sqrt[\boxed{12}\div4]{3^{\boxed{8}\div4}} = \sqrt[3]{3^2}$

RACIONALIZAÇÃO DE DENOMINADORES DO TIPO $\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}}$

Temos o seguinte método:
I – Multiplica-se o numerador e o denominador pelo conjugado do denominador, a fim de se obter no denominador o produto da soma pela diferença de dois termos.

$$\frac{c}{\sqrt{a} \pm \sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}}{\sqrt{a} \mp \sqrt{b}} = \frac{c \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)}{\left(\sqrt{a}\right)^2 - \left(\sqrt{b}\right)^2} = \frac{c \cdot \left(\sqrt{a} \mp \sqrt{b}\right)}{a - b} \text{ OBS: } a \neq b$$

Lembre-se: $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

ATIVIDADES

09. Transforme num produto de radicais.

a) $\sqrt{3.5} =$

b) $\sqrt[3]{2.7} =$

c) $\sqrt{2^2.5} =$

d) $\sqrt[5]{2.3^4} =$

e) $\sqrt[4]{3^2.7^3} =$

f) $\sqrt[3]{5.x} =$

10. Aplicando a propriedade, complete as igualdades.

a) $\sqrt{10^2} =$

b) $\sqrt[6]{2^6} =$

c) $\sqrt[3]{x^3} =$

d) $\sqrt[4]{5^4} =$

e) $\sqrt{(x+1)^2} =$

f) $\sqrt{(5x)^2} =$

11. Transforme num quociente de radicais.

a) $\sqrt{\frac{2}{3}} =$

b) $\sqrt[3]{\frac{x}{5}} =$

c) $\sqrt[4]{\frac{x^2}{y^3}} =$

d) $\sqrt{\frac{2a}{7b}} =$

e) $\sqrt[5]{\frac{3x^2}{m^3}} =$

f) $\sqrt{\frac{a^3b}{c^2}} =$

12. Aplicando a propriedade, reduza a um só radical.

a) $\sqrt{\sqrt[4]{10}} =$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{x}} =$

c) $\sqrt[5]{\sqrt{y^3}} =$

d) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{ab}} =$

e) $\sqrt{\sqrt{2x}} =$

f) $\sqrt[5]{\sqrt[x]{10}} =$

13. Simplifique os radicais.

a) $\sqrt[20]{2^5} =$

b) $\sqrt[18]{a^{12}} =$

c) $\sqrt[6]{10^2} =$

d) $\sqrt[9]{x^3} =$

e) $\sqrt[4]{(ab)^6} =$

14. Racionalize os denominadores a seguir.

a) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} =$

b) $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} =$