

Lista de exercícios: Probabilidade, Probabilidade Condicional e Independência

- Suponha que se lance um par de dados e que os 36 resultados possíveis são igualmente prováveis. Determine a probabilidade de que a soma dos números observados seja par.
- Certo componente de um motor de foguete falha 5% das vezes quando o motor é acionado. Para obter maior confiabilidade no funcionamento do motor, duplica-se esse componente n vezes. O motor então falha somente se todos os n componentes falham. Suponha que as falhas dos componentes sejam independentes uma das outras. Qual é o menor valor de n que pode ser usado para garantir que o motor funcione 99% das vezes?
- Escolhe-se ao acaso uma comissão de 4 de um grupo que se compõe de 10 representantes dos empregados e cinco dos empregadores. Qual é a probabilidade de que a comissão escolhida inclua: a) dois empregados e dois empregadores? B) pelo menos um representante de cada grupo?
- Atira-se contra um alvo. Supondo que a probabilidade de acertar seja 0,9 para cada tiro e que sejam independentes, calcule a probabilidade de serem necessários: a) mais de dois tiros b) entre quatro e seis (inclusive), para acertar.
- Suponhamos que o modelo para um dado tenha um mecanismo um pouco fora do comum, da seguinte forma:

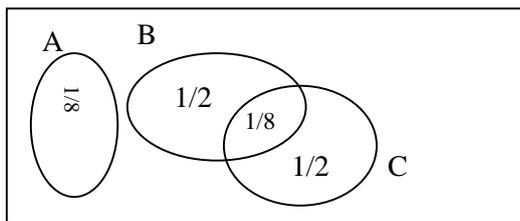
Ocorrência	1	2	3	4	5	6
Probabilidade	1/4	1/4	1/4	1/12	1/12	1/12

Descreva os conjuntos que representam os seguintes eventos:

E: a ocorrência excede 3; F: a ocorrência é par; G: a ocorrência não é divisível por 3; H: a ocorrência não é 3 nem 4.

Calcule as probabilidades de ocorrência de: (a) $E \cap H$ (b) $E \cap F \cap \bar{G}$ (c) $\bar{F} \cap \bar{G}$

- A figura a seguir ilustra um diagrama que relaciona os eventos A, B e C e os valores anotados referem-se a certas probabilidades. Defina cada um dos eventos abaixo usando notação de conjuntos e em seguida calcule as probabilidades de ocorrência para cada evento definido:
 - nenhum ocorre
 - ocorre apenas um dos eventos
 - ocorre ao menos um dos eventos
 - ocorre A, sabendo-se que B ou C ocorreram



- Em um estudo de usuários de Internet, pesquisadores descobriram que 80% dos usuários usam pelo menos um computador próprio e que 25% deles se conectam à Internet por mais de 30 horas por semana (Internet Research, vol. 11, 2001). Suponha que 15% dos usuários são donos de pelo menos um computador e que se conectam à Internet por mais de 30 horas por semana.
 - Dado que um usuário da Internet é dono de pelo menos um computador, qual a probabilidade de que se conecte à Internet por mais de 30 horas por semana?
 - Dado que um usuário da Internet se conecta por mais de 30 horas por semana, qual a probabilidade de que ele tenha pelo menos um computador?
- Dois pessoas lançam, cada uma, 3 moedas. Qual a probabilidade de que tirem o mesmo número de caras?
- Um sistema é composto de três componentes 1, 2 e 3, com confiabilidade 0,9; 0,8 e 0,7, respectivamente. O componente 1 é indispensável ao funcionamento do sistema; se 2 ou 3 não funcionam, o sistema funciona, mas com um rendimento inferior. A falha simultânea de 2 e 3 implica o não funcionamento do sistema. Supondo que os componentes funcionem independentemente, calcular a confiabilidade do sistema.
- Admita que o primeiro emprego de um engenheiro poderá ser em uma empresa estatal, multinacional ou privada nacional, cujas probabilidades são de 20%, 30% e 50%, respectivamente. Suponha que, cada vez que um engenheiro muda de emprego, ele o faz segundo as probabilidades de transição a seguir:

Setor do emprego atual	Estatal	Multinacional	Privado nacional
Estatal	0,60	0,20	0,20
Multinacional	0,30	0,50	0,20
Privado nacional	0,25	0,35	0,40

Para um determinado engenheiro, selecionado aleatoriamente: a) qual a probabilidade de que o seu segundo emprego seja em uma estatal? b) qual a probabilidade de que o seu primeiro emprego tenha sido em uma multinacional, dado que o seu terceiro emprego é em uma empresa privada nacional?

- Um industrial fabrica peças, das quais $1/5$ são defeituosas. Dois compradores, A e B, classificaram as partidas adquiridas em categorias I e II, pagando 1,2 u.m. e 0,80 u.m. respectivamente do seguinte modo:

Comprador A: retira uma amostra de 5 peças; se encontrar mais que uma defeituosa, classifica como II.

Comprador B: retira uma amostra de 10 peças; se encontrar mais que 2 defeituosas, classifica como II.

Em média, qual comprador oferece maior lucro?

12. Inspecciona-se um embarque de componentes eletrônicos testando seqüencialmente os itens até que apareça a primeira peça defeituosa. Se forem testadas 10 ou mais peças antes de aparecer a primeira defeituosa, o embarque é considerado dentro das especificações e aceito. Determine a probabilidade de o embarque ser aceito, se contém na realidade 10% de peças defeituosas.
13. A máquina A produziu 4000 pacotes de biscoitos e a máquina B 6000. 80% dos pacotes de A não tem qualquer problema com a embalagem e no caso da máquina B são 90%. Escolhe-se um pacote qualquer ao acaso da produção dos 10 mil pacotes. Qual a probabilidade que esteja perfeito, sabendo-se que foi embalado pela máquina A? b) sendo defeituoso, tenha sido embalado pela máquina B?
14. Quatro sinais de rádio são emitidos sucessivamente. Se a recepção de cada um for independente da recepção de outro, e se essas probabilidades forem 0,1; 0,2; 0,3 e 0,4 respectivamente. Calcule a probabilidade de que k sinais venham a ser recebidos para $k=0$ e $k=1$.
15. Uma válvula a vácuo pode provir de 3 fabricantes, com probabilidade 0,25; 0,50 e 0,25. As probabilidades de que, durante determinado período de tempo, a válvula funcione bem são, respectivamente, 0,1; 0,2 e 0,4, para cada um dos fabricantes. Calcule a probabilidade de que uma válvula escolhida ao acaso funcione bem durante o período de tempo especificado.
16. Três componentes são A, B e C de um mecanismo são instalados em série. Suponha que esses componentes sejam dispostos em ordem aleatória. Seja R o evento {B está à direita de A}, e seja S o evento {C está à direita de A}. Os eventos R e S são independentes? Por que?
17. Se $P(A)=0,4$ e $P(A \cup B)=0,7$. Quanto é $P(B)$ se:
 - (a) A e B são independentes?
 - (b) A e B são mutuamente exclusivos?
18. Um agricultor cultiva laranjas e também produz mudas para vender. Após alguns meses a muda pode ser atacada por fungos com probabilidade 0,05 e nesse caso, ela tem probabilidade 0,5 de ser recuperável. Admita que o processo de recuperação seja infalível. O custo de cada muda produzida é de R\$1,00 que será acrescido de R\$0,50 se precisar ser recuperada. As irrecuperáveis são descartadas. Vendendo cada muda a R\$3,00, estude como se comporta o lucro por muda produzida.
19. Em certa série de jogos, a probabilidade de que A ganhe o primeiro jogo é $1/2$; em qualquer jogo subsequente, as possibilidades são de 2 para 1 a favor do vencedor precedente. O primeiro jogador que vencer quatro jogos vence a série. Qual é a probabilidade de que A ganhe em quatro jogos?
20. Estima-se que a probabilidade de Mário ser culpado é 0,20. São chamadas duas testemunhas. Se Mário realmente for culpado, Alberto dirá que é culpado, e Carlos com 0,6 de probabilidade dirá que é culpado. Se Mário for inocente, Alberto dirá com probabilidade de 0,3 que é inocente, e Carlos dirá certamente que é inocente. a) Qual a probabilidade de Alberto dizer que Mário é inocente? b) Qual a probabilidade de Mário ser inocente se Carlos disse que é inocente?
21. Um estudante se submete a um exame de múltipla escolha no qual cada questão tem 5 respostas possíveis das quais exatamente uma é correta. O estudante seleciona a resposta correta se ele sabe a resposta. Caso contrário, ele seleciona ao acaso uma resposta entre as 5 possíveis. Suponha que o estudante saiba a resposta de 70% das questões.
 - a. Se o estudante escolhe a resposta correta para uma dada questão, qual a probabilidade de que ele saiba a resposta?
 - b. Suponha que ele faça uma prova com 5 questões, qual a probabilidade de acertar mais da metade da prova?
22. Uma empresa produz o produto T40 em 3 fábricas distintas, A, B e C, como segue: a produção de A é 2 vezes a de B, e a de C é 2 vezes a de B. O produto T40 é armazenado em um estoque central. As proporções de produção defeituosa são: 5% de A, 3% de B e 4% de C. Retira-se uma unidade do produto do estoque central e verifica-se que está defeituoso. Qual a probabilidade de que tenha sido produzido na fábrica B ?
23. Três máquinas A, B e C produzem, respectivamente, 40%, 50% e 10% da produção da empresa X. Historicamente as porcentagens de peças defeituosas produzidas em cada máquina são: 5%, 3% e 3%, respectivamente. A empresa X contratou um engenheiro para fazer uma revisão nas máquinas e no processo de produção. Tal engenheiro conseguiu reduzir pela metade a probabilidade de peças defeituosas da empresa e, ainda, igualou as porcentagens de defeitos das máquinas A e B, e a porcentagem de defeitos em C ficou na metade da conseguida para B. Quais são as novas porcentagens de defeitos de cada máquina?