INE 7002 – LISTA DE EXERCÍCIOS –PROBABILIDADE

1) Lâmpadas que se apresentam em perfeitas condições são ensaiadas quanto ao tempo de vida. Um instrumento é acionado no instante em que a lâmpada é acesa, e desliga-se automaticamente quando a mesma apaga (queima), tendo-se assim anotado seu tempo de vida.

a) Defina o espaço amostral para este experimento.

b) Enumere os seguintes eventos:

E_1 = o tempo de vida oscila entre 1 semana e 1 mês. E_2 = a lâmpada queima antes de 50 dias.

E_3 = o tempo de vida é superior a 500 horas. $E_1 \cup E_2$ $E_1 \cap E_3$

2) Um lote contém peças pesando 5, 10, 15, 20, 25 e 30 gramas. Admitamos que ao menos 2 peças de cada peso sejam encontradas no lote. Duas peças são retiradas do lote. Seja X o peso da primeira peça e Y o peso da segunda. Portanto o par de números [X,Y] representa um resultado simples do experimento. Empregando o plano [X,Y], marque o espaço amostral e os seguintes eventos:

a) $X = Y$ b) $Y > X$ c) A segunda peça é duas vezes mais pesada do que a primeira.

d) A primeira peça pesa menos 10 gramas do que a segunda peça.

e) O peso médio de 2 peças é menor do que 20 gramas.

3) Você costuma passar em determinado trecho da avenida Mauro Ramos onde existem 3 semáforos: A, B e C. Se você observar a ocorrência de sinal aberto/fechado descreva o espaço amostral para este experimento.

4) Quais dos seguintes pares de eventos são mutuamente exclusivos:

Evento A	Evento B
a) Chover	Não chover
b) Obter conceito B em química	Obter conceito C em química
c) Dirigir um carro	Andar a pé
d) Dirigir um carro	Falar
e) Nadar	Sentir frio
f) Ganhar o jogo de futebol	Perder o jogo de futebol
g) Extrair uma dama do baralho	Extrair uma carta vermelha do baralho
h) Obter face cara ao lançar uma moeda	Obter face coroa ao lançar uma moeda

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, páginas 60-61.

5) Seja o experimento aleatório lançamento de dois dados, e observação da soma das faces.

a) Determine o Espaço Amostral associado ao experimento.

b) Enumere os seguintes eventos:

b.1 – Soma das faces menor ou igual a 5. b.2 – Soma das faces par.

b.3 – Soma das faces ímpar. b.4 – Complementar do evento definido em b.1.

b.5- Intersecção entre os eventos definidos em b.2 e b.4.

b.6 – Soma das faces menor ou igual a 1.

c) Você acha que TODOS os resultados do Espaço Amostral têm a mesma chance de ocorrer? Por quê?

6) Seja o experimento aleatório a observação das peças produzidas por uma linha de montagem e a contagem do número de defeituosas.

a) Determine o Espaço Amostral associado ao experimento.

b) Enumere os seguintes eventos:

b.1 – Nenhuma peça defeituosa. b.2 – Mais de duas peças defeituosas.

b.3 – Ao menos uma peça defeituosa. b.4 – Complementar do evento definido em b.1.

b.5 – Intersecção entre os eventos definidos em b.2 e b.3.

b.6 – Complementar do evento definido em b.2.

b.7 – Intersecção entre os eventos definidos em b.4 e b.6.

7) Seja o experimento retirar duas cartas, ao acaso e consecutivamente (há reposição da primeira carta retirada), de um baralho de 52 cartas. Observa-se se as cartas foram números ou “figuras” (ás, rei, dama ou valete), e de que cor (vermelha ou preta).

- a) Determine o Espaço Amostral associado ao experimento.
- b) O jogador ganhará apenas se as 2 cartas forem figuras E da mesma cor. Enumere o evento “ganhar”.

8) Calcule a probabilidade de ocorrência dos seguintes eventos:

- a) Retirar um ás de um baralho com 52 cartas. (R.: $4/52$)
- b) Obter um número par no lançamento de um dado. (R.: $1/2$)
- c) Obter três caras em três lançamentos de uma moeda. (R.: $0,125$)

Retirado de BRAULE, Ricardo. Estatística Aplicada com Excel: para cursos de administração e economia. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

9) Calcule a probabilidade da soma de dois dados:

- a) ser um múltiplo de 3 (R.: $1/3$) b) não ser um múltiplo de 3 (R.: $2/3$)
- c) ser menor do que 5 (R.: $1/6$) d) ser maior ou igual a 5 (R.: $5/6$) e) ser par (R.: $1/2$)
- f) ser menor do que 5, dado que é par (R.: $4/18$) g) ser par, dado que é menor do que 5 (R.: $2/3$)
- h) ser menor do que 5 e par (R.: $1/9$) i) ser menor do que 5 ou par (R.: $5/9$)

Sugestão: utilize o Espaço Amostral definido no exercício dos dados apresentado em aula.

Retirado de BRAULE, Ricardo. Estatística Aplicada com Excel: para cursos de administração e economia. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

10) O quadro abaixo apresenta a titulação, por sexo, dos professores de uma universidade. Sorteado um docente ao acaso, qual a probabilidade de que ele possua as seguintes características:

- a) ser mestre (R.: $0,67$) b) ser homem (R.: $0,6$)
- c) ser homem, sabendo-se que foi sorteado um mestre (R.: $45/67$)
- d) ser mestre, sabendo-se que foi sorteado um homem (R.: $3/4$)
- e) ser mestre e homem (R.: $0,45$) f) ser mestre ou homem (R.: $0,82$)
- g) não-mestre e homem (R.: $0,15$) h) não-mestre ou mulher (R.: $0,55$)

	Mestrado	Doutorado	Total
Mulheres	22	18	40
Homens	45	15	60
Total	67	33	100

Retirado de BRAULE, Ricardo. Estatística Aplicada com Excel: para cursos de administração e economia. Rio de Janeiro: Campus, 2001.

11) Numa urna com 10 bolas numeradas de 1 a 10, extrair aleatoriamente uma bola e observar seu número.

- a) Construa um modelo probabilístico para o experimento: determine o Espaço Amostral e as probabilidades de ocorrência de cada um dos resultados.

b) Enumere os seguintes eventos:

- b.1 – Número par. b.2 – Número ímpar. b.3 – Número menor que 3.
- b.4 – Intersecção dos eventos definidos em b.1 e b.2.
- b.5 – Intersecção dos eventos definidos em b.1 e b.3.
- b.6 – Intersecção dos eventos definidos em b.2 e b.3.

Adaptado de BARBETTA, P. A. Estatística Aplicada às Ciências Sociais. 4ª ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2001.

12) Numa eleição para a prefeitura de uma cidade, 30% dos eleitores pretendem votar no candidato A, 50% no candidato B e 20% em branco ou nulo. Sorteia-se um eleitor na cidade e verifica-se o candidato de sua preferência.

- a) Construa um modelo probabilístico para o problema.

b) Qual é a probabilidade de o eleitor sorteado votar em um dos dois candidatos? (R.: $0,8$)

Adaptado de BARBETTA, P. A. Estatística Aplicada às Ciências Sociais. 4ª ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2001.

13) Seja uma família sorteada de uma população de 120 famílias, as quais se distribuem conforme a seguinte tabela:

Distribuição conjunta de frequências do grau de instrução do chefe da casa e uso de programas de alimentação popular, em um conjunto de 120 famílias.

Uso de programas	Grau de instrução do chefe da casa			Total
	Nenhum	1º Grau	2º Grau	
Sim	31	22	25	78
Não	7	16	19	42
Total	38	38	44	120

Calcule a probabilidade da família sorteada ser:

- a) Usuária de programas de alimentação popular. (R.: 78/120)
- b) Tal que o chefe da casa tenha o 2º grau. (R.: 44/120)
- c) Tal que o chefe da casa não tenha o 2º grau. (R.: 76/120)
- d) Usuária de programas de alimentação popular e o chefe da casa ter o 2º grau. (R.: 25/120)
- e) Usuária de programas de alimentação popular e o chefe da casa não ter o 2º grau. (R.: 53/120)
- f) Usuária de programas de alimentação popular, considerando que o sorteio tenha sido restrito às famílias cujo chefe da casa tenha o 2º grau. (R.: 25/44)
- g) Tal que o chefe da casa tenha o 2º grau, considerando que o sorteio tenha sido restrito às famílias usuárias de programas de alimentação popular. (R.: 25/78)

Adaptado de BARBETTA, P. A. Estatística Aplicada às Ciências Sociais. 4ª ed. Florianópolis: Ed. da UFSC, 2001.

14) Há 50 bolas numa urna: 20 azuis, 15 vermelhas, 10 laranjas e 5 verdes. Misturam-se as bolas e extrai-se aleatoriamente uma delas. Calcule a probabilidade da bola escolhida ser:

- a) Verde (R.: 0,1) b) Azul (R.: 0,4) c) Azul OU Verde (R.: 0,5) d) Não – Vermelha (R.: 0,7)
- e) Vermelha OU Verde (R.: 0,4) f) Amarela (R.: zero) g) Não Amarela (R.: 1)
- h) Verde E Não – Vermelha (R.: 0,1) i) Verde OU Não Amarela (R.: 1)

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 67.

15) Jogam-se n dados equilibrados e observam-se suas faces voltadas para cima.

- a) Supondo n igual a 2.
 - a.1) Qual é a probabilidade de que ambas as faces sejam iguais a 6? (R.: 1/36)
 - a.2) Qual é a probabilidade de que ambas as faces sejam pares? (R.: 1/4)
 - a.3) Qual é a probabilidade de que ambas as faces sejam iguais a 6, sabendo-se que são pares? (R.: 1/9)
- b) Supondo n igual a 3.
 - b.1) Qual é a probabilidade de que todas as faces sejam iguais a 6? (R.: 1/216)
 - b.2) Qual é a probabilidade de que todas as faces sejam pares? (R.: 1/8)
 - b.3) Qual é a probabilidade de que todas as faces sejam iguais a 6, sabendo-se que são pares? (R.: 1/27)

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 75.

16) As falhas de diferentes máquinas são independentes umas das outras. Há 4 máquinas, e suas respectivas probabilidades de falha são 1%, 2%, 5% e 10% em certo dia, calcule as probabilidades:

- a) De que todas falhem no mesmo dia. (R.: 0,000001)
- b) De que nenhuma falhe no mesmo dia. (R.: 0,829521)

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 75.

17) Extraem-se ao acaso duas cartas de um baralho de 52 cartas, uma após a outra SEM reposição. Calcule as seguintes probabilidades:

- a) Ambas as cartas são vermelhas. (R.: 0,245) b) Ambas as cartas são de paus. (R.: 0,058)
- c) Ambas as cartas são de “figuras” (ás, rei, dama ou valete). (R.: 0,0905)
- d) Uma carta de paus e outra de copas. (R.: 0,1274)

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 76.

18) Repita o exercício 17 supondo que as retiradas fossem feitas COM reposição.

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 75.

- a) R.: 0,25 b) R.: 0,0625 c) R.: 0,0947 d) 0,125

19) Para um determinado telefone a probabilidade de se conseguir linha é de 0,75 em dias normais e 0,25 em dias de chuva. A probabilidade de chover em um dia é 0,1. Além disso tendo-se conseguido linha, a probabilidade de que um número esteja ocupado é 11/21.

- a) Qual é a probabilidade de que um telefone tenha sua ligação completada? (R.: 0,333)
 b) Dado que um telefonema foi completado, qual é a probabilidade de estar chovendo? (R.: 0,0357)

20) Seja a tabela com os dados a seguir sobre o tipo de crime e a relação entre o criminoso e a vítima.

Criminoso	Homicídio	Furto	Assalto	Totais
Estranho	12	379	727	1118
Conhecido	39	106	642	787
Ignorado	18	20	57	95
Totais	69	505	1426	2000

- a) Determine a probabilidade de que, quando se escolhe uma das 2000 pessoas, a pessoa escolhida tenha sido vítima de um conhecido *sabendo-se* que foi alvo de furto. (R.: 106/505)
 b) Determine a probabilidade de que, quando se escolhe uma das 2000 pessoas, a pessoa escolhida tenha sido furtada por um conhecido. (R.: 106/2000)
 c) Determine a probabilidade de que uma pessoa tenha sido furtada *ou* tenha sido vítima de um conhecido. (R.: 1186/2000)
 d) Escolhidas aleatoriamente duas pessoas diferentes, determine a probabilidade de ambos terem sido vítimas de furto. (R.: 0,0637)
 e) Determine a probabilidade de que, quando se escolhe uma das 2000 pessoas, a pessoa escolhida tenha sido vítima de homicídio, sabendo-se que o criminoso é um estranho. (R.: 12/1118)
 f) Determine a probabilidade de que, quando se escolhe uma das 2000 pessoas, a pessoa escolhida tenha sido vítima de um estranho, sabendo-se que foi vítima de homicídio. (R.: 12/69)
 g) Escolhidas aleatoriamente duas pessoas diferentes, determine a probabilidade de ambos terem sido vítimas de criminosos ignorados. (R.: 0,0022)

Adaptado de TRIOLA, M. Introdução à Estatística, Rio de Janeiro: LTC, 1999, página 77.

21) A secretaria de saúde de um estado brasileiro obteve uma taxa de 10% de incidência do vírus HIV na população “de risco”, e uma taxa de 0,3% na população “normal”. Aproximadamente 4% da população do estado pode ser considerada “de risco”. Os testes para identificação do vírus HIV são corretos em 95% dos casos (detectam o vírus quando ele existe, e não detectam quando não existe).

- a) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população, qual é a probabilidade de ser “normal” e seu teste de HIV dar positivo? (R.: 0,050592)
 b) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população, qual é a probabilidade de seu teste de HIV dar positivo? (R.: 0,0056)
 c) Escolhida aleatoriamente uma pessoa, qual é a probabilidade de seu teste de HIV dar um resultado incorreto? (R.: 0,05)
 d) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população “de risco” e que o teste detecta HIV, qual é a probabilidade de a pessoa ter o vírus HIV se seu teste de HIV for positivo? (R.: 0,6785)
 e) Escolhida aleatoriamente uma pessoa da população “normal” e que o teste não detecta HIV, qual é a probabilidade de a pessoa não ter o vírus HIV se seu teste de HIV for negativo? (R.: 0,9998)

Adaptado de TRIOLA, M. Introdução à Estatística, Rio de Janeiro: LTC, 1999, página 78.

22) A Ação Júnior precisa selecionar 6 novos consultores. Após as entrevistas ocorreu um fato muito interessante: há 45 candidatos com perfil muito semelhante (10 são da 1ª fase, 20 estão entre a 2ª e a 4ª fases, e 15 estão entre a 5ª e a 7ª fases). Imaginando que a seleção fosse feita por sorteio.

- a) Qual é a probabilidade de que os seis sejam do mesmo grupo? (R.: 0,0054)
 b) Qual é a probabilidade de que sejam selecionados exatamente dois de cada grupo? (R.: 0,1102)
 c) Qual é a probabilidade de que sejam selecionados quatro dos que estão entre a 2ª e 4ª fase, e um de cada um dos dois outros grupos? (R.: 0,0892)
 d) Supondo que os 6 candidatos sejam do mesmo grupo, qual é a probabilidade de que estejam entre a 2ª e a 4ª fases? (R.: 0,881409892)

23) Usualmente avalia-se a qualidade de peças produzidas através de amostras aleatórias dos lotes produzidas. Em um processo retira-se uma amostra de 5 peças de um lote, se 3 ou mais apresentarem defeitos o lote é rejeitado. Calcule a probabilidade de o lote ser rejeitado nas situações a seguir.

- a) O lote tem 50 peças, das quais 10 apresentam defeitos. (R.: 0,0483)
- b) O lote tem 50 peças, das quais 5 apresentam defeitos. (R.: 0,0048)
- c) O lote tem 95 peças, das quais 5 apresentam defeitos. (R.: 0,000599382)

24) O Centro Acadêmico de Administração está vendendo uma rifa para angariar fundos. Serão sorteados 4 pequenos aparelhos de som. Foram emitidos 200 bilhetes. Você comprou 5 e um amigo seu 8.

- a) Qual é a probabilidade de que você ganhe 2 prêmios e seu amigo ganhe os outros 2? (R.: 0,00000433)
- b) Qual é a probabilidade de que você ganhe os 4 prêmios? (R.: 0,00000008)
- c) Qual é a probabilidade de que o seu amigo ganhe os 4 prêmios? (R.: 0,00000108)
- d) Qual é a probabilidade de que vocês não ganhem nenhum prêmio? (R.: 0,76265762)
- e) Qual é a probabilidade de que você ou seu amigo ganhem exatamente um prêmio? (R.: 0,226287954)

25) Um certo número de candidatos apresentou-se para algumas vagas como trainees em uma grande empresa. Suponha que o número de vagas e a composição dos candidatos sejam as seguintes:

- a) Há 5 vagas, e 40 homens e 30 mulheres disputando-as.
 - Calcule a probabilidade de que apenas homens sejam escolhidos. (R. 0,054367284)
 - Calcule a probabilidade de que apenas mulheres sejam escolhidas. (R. 0,011774422)
 - Calcule a probabilidade de que a maioria dos escolhidos sejam homens. (R. 0,635999264)
 - Calcule a probabilidade de que a maioria dos escolhidos sejam mulheres. (R. 0,364000736)
 - Supondo que os 5 sejam do mesmo sexo, qual é a probabilidade de que sejam homens? (R.: 0,8219)
- b) Há 6 vagas, e 40 homens e 30 mulheres disputando-as.
 - Calcule a probabilidade de que apenas homens sejam escolhidos. (R. 0,029274691)
 - Calcule a probabilidade de que apenas mulheres sejam escolhidas. (R. 0,004528624)
 - Calcule a probabilidade de que a maioria dos escolhidos sejam homens. (R. 0,483032408)
 - Calcule a probabilidade de que a maioria dos escolhidos sejam mulheres. (R. 0,21103388)
 - Calcule a probabilidade de que exatamente 3 mulheres sejam escolhidas. (R. 0,305933712)
 - Supondo que os 6 sejam do mesmo sexo, qual é a probabilidade de que sejam mulheres? (R.: 0,133969818)

26) Uma faculdade contrata os 4 próximos funcionários sem distinção de sexo e o conjunto de candidatas é grande, com números iguais de homens e mulheres. A tabela a seguir apresenta uma distribuição que a faculdade afirma ser a distribuição de probabilidades do número X de mulheres contratadas:

x	0	1	2	3	4
P(x)	0,0625	0,2500	0,3750	0,2500	0,0625

- a) Esta distribuição pode realmente ser considerada uma distribuição de probabilidades? Por quê?
- b) Caso a resposta do item anterior seja positiva, calcule a média, variância e o desvio padrão do número X de mulheres contratadas. (R.: 2,0; 1,0; 1,0)

Adaptado de TRIOLA, M. Introdução à Estatística, Rio de Janeiro: LTC, 1999, página 97.

27) Ao avaliar riscos de crédito um banco investiga o número de cartões de crédito que a pessoa tem. Com X sendo o número de cartões de crédito que os adultos possuem. A tabela a seguir apresenta o que se considera ser uma distribuição de probabilidades de X:

x	0	1	2	3	4	5	6	7
P(x)	0,26	0,16	0,12	0,09	0,07	0,09	0,07	0,14

- a) Esta distribuição pode realmente ser considerada uma distribuição de probabilidades? Por quê?
- b) Caso a resposta do item anterior seja positiva, calcule a média, variância e o desvio padrão do número X de cartões de créditos. (R.: 2,8; 6,36; 2,52)

Adaptado de TRIOLA, M. Introdução à Estatística, Rio de Janeiro: LTC, 1999, página 97.

28) João aguarda com ansiedade o resultado de duas provas que acaba de fazer. Ele estima em 0,80 a probabilidade de obter conceito A em TGA, e em 0,40 a probabilidade de obter A em Matemática Financeira. Calcule as seguintes probabilidades:

- a) Obter A em ambas as provas. (R.: 0,32)
- b) Não obter A em nenhum das duas provas. (R.: 0,12)
- c) Obter A em TGA e não obter em Matemática Financeira. (R.: 0,48)

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 75.

29) Três alunos estão tentando independentemente resolver um problema. A probabilidade de que o aluno A resolva o problema é de $\frac{4}{5}$, de B resolver é de $\frac{2}{3}$ e de C resolver é de $\frac{3}{7}$. Seja X o número de soluções corretas apresentadas para este problema.

- a) Construa a distribuição de probabilidades de X. (R.: 0,038; 0,257; 0,476; 0,228)
 b) Calcule $E(X)$ e $V(X)$. (R.: 1,893; 0,630)

30) Um prédio possui 3 vigias dispostos em vários pontos de onde têm visão do portão de entrada. Se alguém não autorizado entrar, o vigia que o vê faz soar um alarme. Suponha que os vigias trabalham independentemente entre si, e que a probabilidade de que cada um deles veja uma pessoa entrar é 0,8. Seja X o número de alarmes que soam ao entrar uma pessoa não autorizada. Encontre a distribuição de probabilidades de X. (R.: 0,008; 0,096; 0,384; 0,512)

31) Um empreiteiro faz as seguintes estimativas para a execução de uma obra:

Prazo de execução	10	15	22
Probabilidade	0,3	0,2	0,5

- a) Qual é o prazo esperado para a execução da obra, de acordo com essas estimativas? Interprete este resultado. (R.: 17 dias)
 b) Qual é o desvio padrão do prazo para a execução da obra? (R.: 5,29 dias)

32) No berçário de uma maternidade há 8 recém-nascidos. Qual a probabilidade de que:

- a) todos sejam homens. (R.: 0,0039) b) pelo menos um seja mulher (R.: 0,9961)
 c) exatamente 3 sejam homens (R.: 0,21875) d) ao menos 3 sejam homens (R.: 0,855468)
 e) Qual é a média do número de recém-nascidos homens? (R.: 4)
 f) Qual é o valor mais provável da variável número de recém-nascidos homens? (R.: 4)

33) Classifique cada uma das variáveis aleatórias a seguir como discreta ou contínua. JUSTIFIQUE sua resposta.

- a) Alturas em metros dos alunos do curso de Economia da UFSC. (R.: contínua)
 b) Número de dias em que o IBOVESPA apresentou baixa em um ano. (R.: discreta)
 c) Número de automóveis que passam por um posto da Polícia Rodoviária em uma hora. (R.: discreta)
 d) Safra de grãos produzida no Brasil em um ano, medida em toneladas. (R.: contínua)
 e) Lucro de uma empresa em um mês. (R.: contínua)

34) Uma empresa está trabalhando em 4 projetos independentes, A, B, C e D, com lucros esperados de \$4000, \$5000, \$10000, \$20000, e desvios padrões de \$100, \$200, \$300 e \$400 respectivamente.

- a) Determine o lucro esperado total destes quatro projetos e o desvio padrão total. (R.: 39000; 547,72)
 b) Se os projetos NÃO fossem independentes você poderia resolver o item a)? Justifique sua resposta.

Adaptado de STEVENSON, W.J. Estatística Aplicada à Administração, São Paulo: Harper do Brasil, 1981, página 101.