



PROBABILIDADE

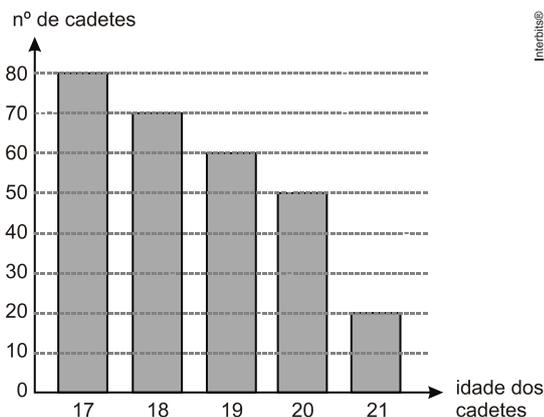
1. Introdução

➤ Considere um experimento E e um evento A , com $n(E)$ e $n(A)$ possibilidades de ocorrência, respectivamente. A probabilidade do evento A ocorrer, simbolizada por $P(A)$, é definida por:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(E)} \quad \text{ou} \quad P(A)\% = \frac{n(A)}{n(E)} \cdot 100$$

EXERCÍCIO RESOLVIDO

(EPCAr 2012) Suponha que a distribuição das idades dos cadetes do 1º ano da Academia da Força Aérea no ano de 2011 esteja representada pelo gráfico seguinte.



Com base nos dados registrados nesse gráfico, é correto afirmar que, escolhido um aluno ao acaso, a probabilidade de ele ter 20 anos ou 21 anos é igual a

- a) 20% b) 25% c) 30% d) 35% e) 40%

Resolução:

Podemos transformar o gráfico na seguinte tabela:

Idade (anos)	Número de cadetes
17	80
18	70
19	60
20	50
21	20
TOTAL	280

Dessa forma, a probabilidade de se escolher aleatoriamente um aluno e ele ter 20 ou 21 anos é dada por:

$$P\% = \frac{50 + 20}{280} \cdot 100 = 25\%$$

EXERCÍCIO DE AULA

01) Em um seminário sobre cirurgia cardíaca estiveram presentes médicos cardiologistas, médicos anestesiologistas, enfermeiros e instrumentadores, conforme o quadro a seguir.

Participante	Número de pessoas
Médicos cardiologistas	x
Médicos anestesiologistas	7
Enfermeiros	10
Instrumentadores	8

Uma pessoa que estava presente foi escolhida aleatoriamente para receber um brinde. Sabe-se que a probabilidade de a pessoa escolhida ser um médico cardiologista é igual a dois sétimos.

Diante disso, o número de médicos cardiologistas que participa desse seminário é

- a) 6. b) 9. c) 10. d) 30. e) 45.

2. Probabilidade usando análise combinatória

➤ Em algumas situações, o número total de possibilidades e o número de possibilidades favoráveis pode ser calculado através da Análise Combinatória.

EXERCÍCIOS DE AULA

02) (UEPA 2015) Sabe-se que ler cria bons estudantes, melhora a capacidade de relacionamento e ativa os lugares certos do cérebro. Cultivar o hábito da leitura surte efeitos nítidos: desenvolve a imaginação, o vocabulário e o conhecimento. Não é acaso que jovens de grande promessa nos estudos e na carreira profissional sejam leitores vorazes.

(Fonte: Texto adaptado – Revista Veja (edição 2373))

Pensando nisso, um jovem deseja presentear um amigo leitor com dois livros, entretanto fica na dúvida quanto ao estilo – ficção ou não ficção. Decide sortear dois títulos distintos dentre 10 títulos de ficção e 12 títulos de não ficção.

A probabilidade de esse jovem sortear, sucessivamente, um após o outro, dois títulos de ficção é

- a) $\frac{15}{77}$. b) $\frac{5}{11}$. c) $\frac{6}{11}$. d) $\frac{5}{8}$. e) $\frac{1}{5}$.

03) Marcos foi a uma grande revisão para a prova de Matemática do ENEM em um curso da cidade de Aracaju. Para essa revisão, foram disponibilizadas apenas 50 vagas e todas foram preenchidas. Durante a revisão, o professor realizará o sorteio de 4 brindes entre os participantes.

A probabilidade de Marcos ser um dos sorteados é de

- a) 1%. b) 2%. c) 4%. d) 8%. e) 16%.



OBSERVAÇÃO

Se em um grupo com n elementos, serão escolhidos ao acaso p deles, a probabilidade de que um elemento específico seja um dos p escolhidos é p/n . Por exemplo, de um grupo com 15 pessoas, em que entre elas está Jubileu, serão escolhidas 4 pessoas, a probabilidade de Jubileu estar entre as pessoas escolhidas é $4/15$.

3. Teorema da multiplicação das probabilidades

- Em muitos casos, é bem mais rápido e fácil calcular a probabilidade do evento diretamente pelas probabilidades de ocorrência de cada etapa e, nesse caso, não calcularemos os números de possibilidades pela Análise Combinatória.
- Se dois eventos **A** e **B** são independentes, ou seja, a ocorrência de um não influencia na ocorrência do outro, podemos dizer que:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

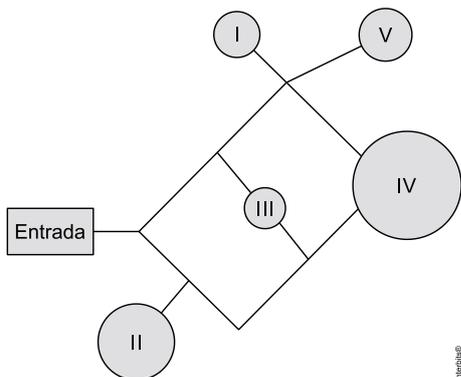
EXERCÍCIOS DE AULA

04) Um jogador de basquete treina diariamente a cobrança de lances livres e, com base em dados anteriores, possui uma probabilidade de 80% de acerto ao realizar um arremesso desse tipo.

Em determinado jogo, esse jogador sofre uma falta ao tentar um arremesso de três pontos e, dessa forma, terá direito a três lances livres para executar. A probabilidade de ele vir a converter os três lances livres é de

- a) 80,0%
- b) 64,0%
- c) 57,6%
- d) 51,2%
- e) 48,8%

05) (ENEM 2016) Um adolescente vai a um parque de diversões tendo, prioritariamente, o desejo de ir a um brinquedo que se encontra na área IV, dentre as áreas I, II, III, IV e V existentes. O esquema ilustra o mapa do parque, com a localização da entrada, das cinco áreas com os brinquedos disponíveis e dos possíveis caminhos para se chegar a cada área. O adolescente não tem conhecimento do mapa do parque e decide ir caminhando da entrada até chegar à área IV.



Suponha que relativamente a cada ramificação, as opções existentes de percurso pelos caminhos apresentem iguais probabilidades de escolha, que a caminhada foi feita escolhendo ao acaso os caminhos existentes e que, ao tomar um caminho que chegue a uma área distinta da IV, o adolescente necessariamente passa por ela ou retorna.

Nessas condições, a probabilidade de ele chegar à área IV sem passar por outras áreas e sem retornar é igual a

- a) 1/96.
- b) 1/64.
- c) 5/24.
- d) 1/4.
- e) 5/12.

OBSERVAÇÃO

Uma ressalva deve ser lembrada: caso se calcule a probabilidade do evento diretamente pelas probabilidades de cada etapa, deve-se levar em conta que a probabilidade calculada possui a ordem determinada no cálculo.

Caso essa ordem possa ser alterada, devemos **multiplicar o resultado obtido pela quantidade de formas que existem de alterar essa ordem**. É o que ocorre nos exercícios a seguir.

EXERCÍCIOS DE AULA

06) Um estudante estava realizando uma prova de um concurso para ser funcionário do *Banese* (Banco do Estado de Sergipe). A prova era formada por 80 questões de múltipla escolha com cinco alternativas em que cada questão possuía apenas uma alternativa correta.

Após resolver praticamente todas as questões dessa prova, esse estudante decidiu escolher aleatoriamente as respostas das quatro questões que restavam ser respondidas por não haver tempo hábil para resolvê-las.

A probabilidade dessa pessoa acertar somente uma dessas quatro questões é igual a

- a) $\frac{1}{5^4}$
- b) $\frac{2^3}{5^4}$
- c) $\frac{2^5}{5^4}$
- d) $\frac{2^6}{5^4}$
- e) $\frac{2^8}{5^4}$

OBSERVAÇÃO

É importante perceber ainda que, em determinadas situações, a ordem em que as escolhas são feitas é **imposta pelo problema** e, nesse caso, não podemos multiplicar o resultado pelas formas que existem de se alterar essa ordem com os mesmos elementos. Observe o exemplo resolvido a seguir.



EXERCÍCIO RESOLVIDO

Um grupo de amigos costuma viajar sempre juntos duas vezes por ano: uma vez em junho e outra em dezembro. Para escolher os locais que irão viajar esse ano, eles decidiram fazer uma lista com dez cidades (cinco no Brasil e cinco fora do Brasil). A tabela a seguir apresenta esses locais.

Cidades brasileiras	Cidades fora do Brasil
Campos do Jordão	Tóquio
Curitiba	Buenos Aires
Gramado	Cidade do Cabo
Manaus	Sidney
Natal	Nova York

Os locais, que devem ser diferentes, serão escolhidos aleatoriamente, um após o outro, de modo que o primeiro local escolhido será para a viagem de junho e o segundo local escolhido será para a viagem de dezembro.

A probabilidade do primeiro local escolhido ser uma cidade brasileira e o segundo ser uma cidade fora do Brasil é de.

- a) 5/9. b) 1/4. c) 5/18. d) 1/2. e) 1.

Resolução:

A probabilidade de se escolher aleatoriamente o local para a viagem de junho e ser uma cidade brasileira é 5/10. Já a probabilidade de se escolher aleatoriamente o local para a viagem de dezembro é 5/9, uma vez que não podemos escolher o mesmo local da viagem de junho. Assim, a probabilidade para a escolha dos dois locais nas condições desejadas é:

$$P = \frac{5}{10} \cdot \frac{5}{9} = \frac{5}{18}$$

Note que não podemos multiplicar o resultado pelas formas de mudar a ordem das cidades escolhidas uma vez que a questão é bem clara ao dizer que a PRIMEIRA cidade escolhida deve ser do Brasil e a SEGUNDA cidade escolhida deve ser fora do Brasil.

OBSERVAÇÃO

Mais uma ressalva que devemos observar em algumas questões é que, mesmo podendo-se alterar a ordem dos elementos, pode existir determinado elemento que deva ter uma posição fixa. É o que ocorre nos exercícios a seguir.

EXERCÍCIOS DE AULA

07) No jogo de celular *Clash Royale*, o participante que entra em um desafio irá jogar uma sequência de partidas em que poderá obter uma vitória ou uma derrota (os empates são extremamente raros e não serão levados em consideração). As regras para o desafio são as seguintes: o desafio termina com 12 vitórias do participante ou 3 derrotas, o que ocorrer primeiro. Cada vitória a mais que o participante obtiver aumentará a sua premiação.

Com base em estatísticas de torneios anteriores, um jogador tem 80% de probabilidade de vitória em cada partida disputada no desafio e 20% de probabilidade de derrota.



A probabilidade de o torneio finalizar na 7ª partida é igual a

- a) $0,8^7 \cdot 0,2^3$ b) $0,8^3 \cdot 0,2^4$
 c) $0,8^4 \cdot 0,2^3$ d) $0,8^4 \cdot 0,2^3 \cdot \frac{6!}{4! \cdot 2!}$
 e) $0,8^4 \cdot 0,2^3 \cdot \frac{7!}{4! \cdot 3!}$

OBSERVAÇÃO

O Princípio da Exclusão é bastante utilizado também no cálculo de probabilidades nas situações em que é mais rápido e fácil calcular a probabilidade de **NÃO OCORRER** aquilo que se deseja. É o que ocorre nos exercícios a seguir.

EXERCÍCIOS DE AULA

08) Três atiradores (**A**, **B** e **C**) estão mirando em certo momento um mesmo alvo. A probabilidade do atirador **A** acertar o alvo ao atirar é de 80%, a probabilidade do atirador **B** acertar o alvo ao atirar é de 70% e a probabilidade de o atirador **C** acertar o alvo ao atirar é de 50%.

Os três atiradores atiram ao mesmo tempo. A probabilidade do alvo ser acertado é de

- a) 99% b) 97% c) 64% d) 45% e) 28%

OBSERVAÇÃO

Em alguns casos, a probabilidade de um evento é alterada com base na ocorrência ou não de outro evento, que também possui sua probabilidade de ocorrência.

09) Um time **A** já está classificado para a final de um torneio intercontinental de futebol. Nessa final, o time **A** jogará contra o vencedor da partida realizada entre os times **B** e **C**, que ainda será realizada. Neste jogo que envolve os times **B** e **C**, a probabilidade do time **B** se classificar para a final é de 40%, já a probabilidade do time **C** se classificar é 60%.

Caso a final seja jogada entre os times **A** e **B**, a probabilidade do time **A** ser o campeão é de 70% e, caso seja jogada entre os times **A** e **C**, a probabilidade do time **A** ser campeão é de apenas 20%. Todas essas probabilidades são calculadas tendo como base jogos anteriores dos três times.

A probabilidade do time **A** ser campeão desse torneio é igual a

- a) 20%. b) 40%. c) 45%. d) 50%. e) 70%.

3. Probabilidade condicional

- Chamamos de *probabilidade condicional* à ocorrência de um evento **A** na condição de que outro evento **B** já ocorreu ou irá ocorrer. Simbolizamos a probabilidade condicional de **A** na condição de ocorrer **B** por $P(A/B)$.
- Na prática, a probabilidade condicional restringe o total de possibilidades (espaço amostral) para apenas aquelas possibilidades que estiverem na condição que se tem certeza que ocorreu.

EXERCÍCIO DE AULA

10) Uma turma possui 45 alunos: 25 mulheres e 20 homens. Dentre as mulheres, 17 estão acima da média; já entre os homens, 14 estão acima da média.

Um professor irá sortear um livro entre os alunos dessa turma. Qual a probabilidade de o aluno escolhido ser uma mulher, sabendo que o aluno estava acima da média?

- a) 17/45. b) 17/25. c) 17/31. d) 25/45. e) 25/31.

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

01) Os alunos da 2ª série de um colégio são divididos em duas turmas: A e B. A quantidade de alunos em cada turma está disposta na tabela a seguir.

	Homens	Mulheres
2ª série A	13	17
2ª série B	16	14

Um desses alunos foi escolhido ao acaso, qual a probabilidade de ter sido escolhido um homem?

- a) 13/30
 b) 14/30
 c) 16/30
 d) 29/60
 e) 31/60

02) (INSPER 2012) Os trens de determinada linha passam numa determinada estação a cada 15 minutos, pontualmente. A probabilidade de que uma pessoa chegue à estação em um instante qualquer do dia e tenha de esperar 10 minutos ou mais por um trem dessa linha é igual a

- a) 1/4. b) 1/3. c) 1/2. d) 2/3. e) 3/4.

03)(UEL 2019) O filme Jumanji (1995) é uma obra de ficção que retrata a história de um jogo de tabuleiro mágico que empresta seu nome ao longa-metragem. O jogo é composto de dois dados distinguíveis de 6 lados, um tabuleiro com um visor de cristal no centro e peças que representam cada jogador. No filme, Alan Parrish é um garoto que encontra o jogo em um local de construção e o leva para casa. Assim que chega, Alan convida Sarah Whittle, uma garota da vizinhança, para jogar. Quando Alan lança os dados, aparece no visor a seguinte mensagem:



Adaptado de google.com.br

Alan então é sugado pelo visor de cristal e transportado magicamente até a selva de Jumanji.

Supondo que os dois dados do jogo sejam independentes e honestos, assinale a alternativa que apresenta, corretamente, a probabilidade de algum jogador lançar os dois dados e obter a soma de 5 ou 8, de modo a tirar Alan da selva.

- a) 15%
 b) 22%
 c) 25%
 d) 62%
 e) 66%

04) Um curso preparatório para o ENEM de Aracaju lançou uma promoção em que sorteará cinco bolsas de estudos integrais para os alunos que atingirem a pontuação de 80% das questões respondidas corretamente em um teste de seleção.

Certo estudante atingiu a meta para participar da promoção e deseja calcular qual a probabilidade de ser contemplado com uma dessas bolsas. Para isso foi ao curso e recebeu a informação que 30 estudantes, incluindo ele próprio, atingiram a meta.

Dessa forma, a probabilidade de ele ser contemplado com uma das bolsas é

- a) maior que 1% e menor que 5%.
 b) maior que 5% e menor que 10%.
 c) maior que 10% e menor que 15%.
 d) maior que 15% e menor que 20%.
 e) maior que 20% e menor que 25%.



05) Um torneio intitulado Copa dos Campeões será organizado apenas entre as 8 seleções que já foram campeãs da Copa do Mundo: as 5 europeias (Alemanha, Itália, França, Espanha e Inglaterra) e as 3 sul-americanas (Brasil, Argentina e Uruguai).

Para a disputa da partida inaugural, serão escolhidas ao acaso duas dessas seleções. A probabilidade dessa partida inaugural ser disputada entre duas seleções europeias é igual a

- a) 5/7.
- b) 5/8.
- c) 5/11.
- d) 5/14.
- e) 5/16.

06) Para realizar a divulgação de um filme, um cinema fez a seguinte promoção: irá sortear cinco copos personalizados do filme entre os participantes de uma certa sessão. Dois amigos estão assistindo o filme na sessão em que será realizado o sorteio dos copos. Se 40 pessoas estão presentes na sessão, a probabilidade de os dois amigos serem sorteados é

- a) 1/20 b) 1/38 c) 2/95 d) 1/78 e) 3/110

07) Em um lote com 20 televisões foi feito um recall por suspeitas de que determinado componente que foi utilizado estava danificado. Após averiguações percebeu-se que das 20 televisões do lote, 8 apresentavam defeito no componente e deveriam ser substituídos.

Porém, por um descuido no setor de distribuição da empresa, esse lote de televisões foi encaminhado para uma loja e os aparelhos foram postos à venda.

Após serem vendidas quatro unidades desse lote, a probabilidade de exatamente duas dessas televisões estejam com defeito no componente é aproximadamente

- a) 38%
- b) 32%
- c) 29%
- d) 25%
- e) 17%

08) Para definir o grid de largada de uma corrida de automobilismo, os nove pilotos que disputarão a prova irão realizar uma única volta no circuito. Para evitar que algum piloto atrapalhe outro, cada piloto irá, nessa volta, sozinho ao circuito e a ordem de entrada dos pilotos na pista será sorteada.

Entre os pilotos há dois brasileiros, quatro alemães e três ingleses. A probabilidade de, no sorteio da ordem dos pilotos, os brasileiros entrarem na pista um após o outro é

- a) 1/9
- b) 1/8
- c) 2/9
- d) 2/90
- e) 1/72

09) (FATEC 2010) Admita que, na FATEC-SP, há uma turma de 40 alunos de Logística, sendo 18 rapazes; e uma turma de 36 alunos de Análise de Sistemas, sendo 24 moças. Para participar de um debate serão escolhidos aleatoriamente dois alunos, um de cada turma. Nessas condições, a probabilidade de que sejam escolhidos uma moça e um rapaz é:

- a) 29/60
- b) 47/96
- c) 73/144
- d) 81/160
- e) 183/360

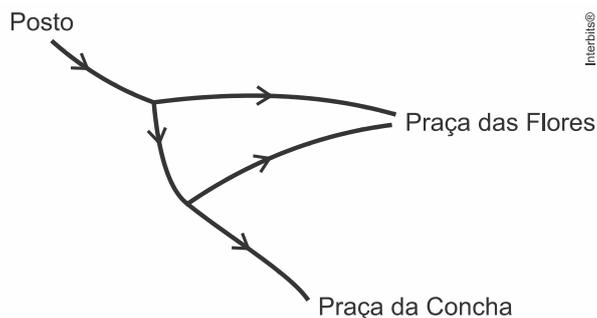
10) Em uma disputa de vôlei entre os times **A** e **B**, a probabilidade de um set terminar com vitória do time **A** é de 60% e do time **B**, 40% já que não há a possibilidade de empate.

As disputas dos jogos de vôlei ocorrem em uma melhor de 5 sets, ou seja, o jogo se encerra quando algum dos times conseguir vencer 3 sets primeiro, mesmo que não se completem os 5 sets.

Qual a probabilidade desse jogo terminar em 3 x 1 para o time **B**?

- a) 40,00%
- b) 28,72%
- c) 15,36%
- d) 11,52%
- e) 3,84%

11) (PUC-MG 2016) Dois ciclistas partem do posto onde estão, em direção à Praça das Flores e à Praça da Concha, localizadas na cidade, seguindo a ciclovía indicada no esquema:



Em cada bifurcação encontrada na ciclovía, eles escolhem, com igual probabilidade, qualquer um dos caminhos e seguem adiante. Nessas condições, a probabilidade de eles chegarem à Praça das Flores é:

- a) $\frac{1}{2}$
- b) $\frac{2}{3}$
- c) $\frac{3}{4}$
- d) $\frac{2}{5}$
- e) $\frac{4}{5}$



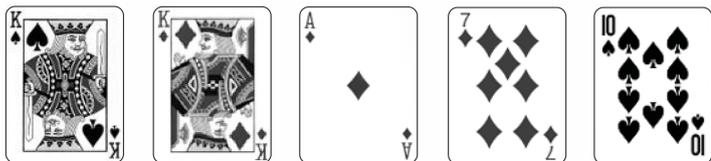
12) (ACAFE 2017 – Modificada) Uma prova consta de 7 questões de múltipla escolha, com 4 alternativas cada uma, e apenas uma correta. Se um aluno escolher como correta uma alternativa ao acaso em cada questão, a probabilidade de que ele acerte ao menos uma questão da prova é de

a) $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^7$ b) $\left(\frac{1}{4}\right)^7$ c) $\left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^6$ d) $\left(\frac{3}{4}\right)^7$.

13) (UNICAMP 2019) O sistema de segurança de um aeroporto consiste de duas inspeções. Na primeira delas, a probabilidade de um passageiro ser inspecionado é de $\frac{3}{5}$. Na segunda, a probabilidade se reduz para $\frac{1}{4}$. A probabilidade de um passageiro ser inspecionado pelo menos uma vez é igual a

a) $\frac{17}{20}$. b) $\frac{7}{10}$. c) $\frac{3}{10}$. d) $\frac{3}{20}$.

14) (UERJ 2018) Cinco cartas de um baralho estão sobre uma mesa; duas delas são Reis, como indicam as imagens.



Após serem viradas para baixo e embaralhadas, uma pessoa retira uma dessas cartas ao acaso e, em seguida, retira outra.

A probabilidade de sair Rei apenas na segunda retirada equivale a:

a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{2}{5}$ d) $\frac{3}{10}$ e) $\frac{4}{5}$

15) (PUC-RJ 2015) Em uma urna existem 10 bolinhas de cores diferentes, das quais sete têm massa de 300 gramas cada e as outras três têm massa de 200 gramas cada. Serão retiradas 3 bolinhas, sem reposição. A probabilidade de que as 3 bolinhas retiradas sejam as mais leves é de:

a) $\frac{1}{120}$ b) $\frac{3}{10}$ c) $\frac{3}{5}$ d) $\frac{1}{30}$ e) $\frac{3}{50}$

16) (PUC-RJ 2012) Jogamos 5 moedas comuns ao mesmo tempo. Qual a probabilidade de que o resultado seja 4 caras e 1 coroa?

a) $\frac{1}{6}$ b) $\frac{5}{32}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$ e) $\frac{29}{128}$

17) (UCS 2016) Numa cidade com 60.000 domicílios, 35.000 deles têm acesso à internet, 25.000 têm assinatura de TV a cabo, e um terço do número de domicílios não tem acesso a nenhum dos dois recursos.

Qual é a probabilidade de um domicílio da cidade, escolhido ao acaso, ter acesso à internet e não ter assinatura de TV a cabo?

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{1}{12}$ c) $\frac{7}{12}$ d) $\frac{3}{8}$ e) $\frac{7}{8}$

18) (UNESP) Um piloto de Fórmula 1 estima que suas chances de subir ao pódio numa dada prova são de 60% se chover no dia da prova, e de 20% se não chover. O Serviço de Meteorologia prevê que a probabilidade de chover durante a prova é de 75%. Nessas condições, qual a probabilidade de que o piloto venha a subir ao pódio?

a) 25% b) 30% c) 35% d) 45% e) 50%

19) (ESPM 2016) Num programa de televisão, cada um dos dois competidores retira um cartão de uma urna contendo 50 cartões numerados de 1 a 50. Em seguida, o apresentador retira um dos 48 cartões restantes. O prêmio será dado ao competidor cujo número mais se aproxima do número do apresentador. Se Ana tirou o número 8 e Pedro tirou o 31, a probabilidade de Ana ganhar o prêmio é:

a) 22,5% b) 27% c) 33,5% d) 37,5% e) 42%

20) (EPCAr 2016) Em uma mesa há dois vasos com rosas. O vaso A contém 9 rosas das quais 5 tem espinhos e o vaso B contém 8 rosas sendo que exatamente 6 não tem espinhos.

Retira-se, aleatoriamente, uma rosa do vaso A e coloca-se em B. Em seguida, retira-se uma rosa de B. A probabilidade de essa rosa retirada de B ter espinhos é

a) $\frac{8}{81}$ b) $\frac{15}{81}$ c) $\frac{18}{81}$ d) $\frac{23}{81}$ e) $\frac{32}{81}$

21) (UPE 2015) Dentre os esportes oferecidos aos estudantes de uma escola com 3.000 alunos, temos o futebol como preferência, sendo praticado por 600 estudantes. 300 estudantes dessa mesma escola praticam natação, e 100 praticam ambos os esportes. Selecionando-se um estudante praticante de futebol para uma entrevista, qual a probabilidade de ele também praticar natação?

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{4}{3}$
d) $\frac{1}{6}$ e) $\frac{5}{6}$



22) (UFRGS 2015) Um jogo consiste em responder corretamente as perguntas sorteadas, ao girar um ponteiro sobre uma roleta numerada de 1 a 10, no sentido horário. O número no qual o ponteiro parar corresponde à pergunta a ser respondida. A cada número corresponde somente uma pergunta, e cada pergunta só pode ser sorteada uma vez. Caso o ponteiro pare sobre um número que já foi sorteado, o participante deve responder a próxima pergunta não sorteada, no sentido horário.

Em um jogo, já foram sorteadas as perguntas 1, 2, 3, 5, 6, 7 e 10. Assim, a probabilidade de que a pergunta 4 seja a próxima a ser respondida é de

- a) $\frac{1}{4}$. b) $\frac{1}{3}$. c) $\frac{1}{2}$. d) $\frac{2}{3}$. e) $\frac{3}{4}$.

23) (FGV-RJ 2017) A equipe olímpica de Matemática da Escola Math é composta de três meninos e quatro meninas. Para a próxima Olimpíada de Matemática, cada escola deverá enviar quatro representantes e, dada a homogeneidade intelectual de sua equipe, a Escola Math resolveu sortear entre os sete estudantes de sua equipe os quatro que a representarão. Os quatro representantes serão sorteados um de cada vez, sem reposição.

A probabilidade de que nem todos os meninos estejam entre os quatro representantes é:

- a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{3}{7}$ c) $\frac{11}{14}$ d) $\frac{25}{28}$ e) $\frac{31}{35}$

EXERCÍCIOS ENEM

01) (ENEM PPL 2019) Uma empresa sorteia prêmios entre os funcionários como reconhecimento pelo tempo trabalhado. A tabela mostra a distribuição de frequência de 20 empregados dessa empresa que têm de 25 a 35 anos trabalhados. A empresa sorteou, entre esses empregados, uma viagem de uma semana, sendo dois deles escolhidos aleatoriamente.

Tempo de serviço	Número de empregados
25	4
27	1
29	2
30	2
32	3
34	5
35	3

Qual a probabilidade de que ambos os sorteados tenham 34 anos de trabalho?

- a) 1/20
b) 1/19
c) 1/16
d) 2/20
e) 5/20

02) (ENEM PPL 2019) Uma locadora possui disponíveis 120 veículos da categoria que um cliente pretende locar. Desses, 20% são da cor branca, 40% são da cor cinza, 16 veículos são da cor vermelha e o restante, de outras cores. O cliente não gosta da cor vermelha e ficaria contente com qualquer outra cor, mas o sistema de controle disponibiliza os veículos sem levar em conta a escolha da cor pelo cliente.

Disponibilizando aleatoriamente, qual é a probabilidade de o cliente ficar contente com a cor do veículo?

- a) 16 / 120
b) 32 / 120
c) 72 / 120
d) 101 / 120
e) 104 / 120

03) (ENEM 2019) Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas.

Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

- a) 0,0500
b) 0,1000
c) 0,1125
d) 0,3125
e) 0,5000

04) (ENEM 2019) O dono de um restaurante situado às margens de uma rodovia percebeu que, ao colocar uma placa de propaganda de seu restaurante ao longo da rodovia, as vendas aumentaram. Pesquisou junto aos seus clientes e concluiu que a probabilidade de um motorista perceber uma placa de anúncio é $\frac{1}{2}$. Com isso, após autorização do órgão competente, decidiu instalar novas placas com anúncios de seu restaurante ao longo dessa rodovia, de maneira que a probabilidade de um motorista perceber pelo menos uma das placas instaladas fosse superior a $\frac{99}{100}$.

A quantidade mínima de novas placas de propaganda a serem instaladas é

- a) 99.
b) 51.
c) 50.
d) 6.
e) 1.



05)(ENEM PPL 2018) O gerente de uma empresa sabe que 70% de seus funcionários são do sexo masculino e foi informado de que a porcentagem de empregados fumantes nessa empresa é de 5% dos homens e de 5% das mulheres. Selecionando, ao acaso, a ficha de cadastro de um dos funcionários, verificou tratar-se de um fumante.

Qual a probabilidade de esse funcionário ser do sexo feminino?

- a) 50,0% b) 30,0% c) 16,7% d) 5,0% e) 1,5%

06)(ENEM 2018) Um rapaz estuda em uma escola que fica longe de sua casa, e por isso precisa utilizar o transporte público. Como é muito observador, todos os dias ele anota a hora exata (sem considerar os segundos) em que o ônibus passa pelo ponto de espera. Também notou que nunca consegue chegar ao ponto de ônibus antes de 6h15min da manhã. Analisando os dados coletados durante o mês de fevereiro, o qual teve 21 dias letivos, ele concluiu que 6h21min foi o que mais se repetiu, e que a mediana do conjunto de dados é 6h22min.

A probabilidade de que, em algum dos dias letivos de fevereiro, esse rapaz tenha apanhado o ônibus antes de 6h21min da manhã é, no máximo,

- a) $\frac{4}{21}$ b) $\frac{5}{21}$ c) $\frac{6}{21}$ d) $\frac{7}{21}$ e) $\frac{8}{21}$

07)(ENEM 2018) Para ganhar um prêmio, uma pessoa deverá retirar, sucessivamente e sem reposição, duas bolas pretas de uma mesma urna.

Inicialmente, as quantidades e cores das bolas são como descritas a seguir:

- Urna A – Possui três bolas brancas, duas bolas pretas e uma bola verde;
- Urna B – Possui seis bolas brancas, três bolas pretas e uma bola verde;
- Urna C – Possui duas bolas pretas e duas bolas verdes;
- Urna D – Possui três bolas brancas e três bolas pretas.

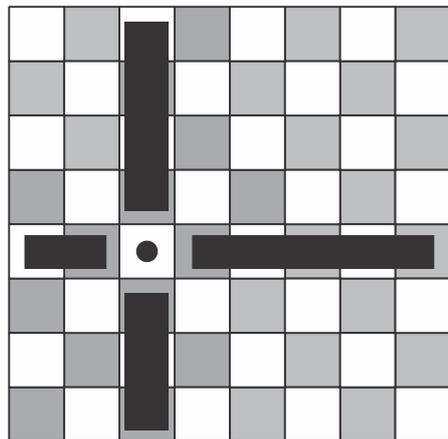
A pessoa deve escolher uma entre as cinco opções apresentadas:

- Opção 1 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 2 – Retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna B;
- Opção 3 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna A; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna A;
- Opção 4 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna D para a urna C; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna C;
- Opção 5 – Passar, aleatoriamente, uma bola da urna C para a urna D; após isso, retirar, aleatoriamente, duas bolas da urna D.

Com o objetivo de obter a maior probabilidade possível de ganhar o prêmio, a pessoa deve escolher a opção

- a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

08)(ENEM 2018) Um designer de jogos planeja um jogo que faz uso de um tabuleiro de dimensão $n \times n$, com $n \geq 2$, no qual cada jogador, na sua vez, coloca uma peça sobre uma das casas vazias do tabuleiro. Quando uma peça é posicionada, a região formada pelas casas que estão na mesma linha ou coluna dessa peça é chamada de zona de combate dessa peça. Na figura está ilustrada a zona de combate de uma peça colocada em uma das casas de um tabuleiro de dimensão 8×8 .



O tabuleiro deve ser dimensionado de forma que a probabilidade de se posicionar a segunda peça aleatoriamente, seguindo a regra do jogo, e esta ficar sobre a zona de combate da primeira, seja inferior a $\frac{1}{5}$.

A dimensão mínima que o designer deve adotar para esse tabuleiro é

- a) 4×4 .
b) 6×6 .
c) 9×9 .
d) 10×10 .
e) 11×11 .

09)(ENEM 2018) O salto ornamental é um esporte em que cada competidor realiza seis saltos. A nota em cada salto é calculada pela soma das notas dos juizes, multiplicada pela nota de partida (o grau de dificuldade de cada salto). Fica em primeiro lugar o atleta que obtiver a maior soma das seis notas recebidas.

O atleta 10 irá realizar o último salto da final. Ele observa no Quadro 1, antes de executar o salto, o recorte do quadro parcial de notas com a sua classificação e a dos três primeiros lugares até aquele momento.

Quadro 1

Classificação	Atleta	6º Salto	Total
1º	3	135,0	829,0
2º	4	140,0	825,2
3º	8	140,4	824,2
6º	10		687,5



Ele precisa decidir com seu treinador qual salto deverá realizar. Os dados dos possíveis tipos de salto estão no Quadro 2.

Quadro 2

Tipo de salto	Nota de partida	Estimativa da soma das notas dos juizes	Probabilidade de obter a nota
T1	2,2	57	89,76%
T2	2,4	58	93,74%
T3	2,6	55	91,88%
T4	2,8	50	95,38%
T5	3,0	53	87,34%

O atleta optará pelo salto com a maior probabilidade de obter a nota estimada, de maneira que lhe permita alcançar o primeiro lugar.

Considerando essas condições, o salto que o atleta deverá escolher é o de tipo

- a) T1. b) T2. c) T3. d) T4. e) T5.

10) (ENEM (Libras) 2017) Um projeto para incentivar a reciclagem de lixo de um condomínio conta com a participação de um grupo de moradores, entre crianças, adolescentes e adultos, conforme dados do quadro.

Participantes	Número de pessoas
Crianças	x
Adolescentes	5
Adultos	10

Uma pessoa desse grupo foi escolhida aleatoriamente para falar do projeto. Sabe-se que a probabilidade de a pessoa escolhida ser uma criança é igual a dois terços.

Diante disso, o número de crianças que participa desse projeto é

- a) 6. b) 9. c) 10. d) 30. e) 45.

11) (ENEM PPL 2017) Um programa de televisão criou um perfil em uma rede social, e a ideia era que esse perfil fosse sorteado para um dos seguidores, quando esses fossem em número de um milhão. Agora que essa quantidade de seguidores foi atingida, os organizadores perceberam que apenas 80% deles são realmente fãs do programa. Por conta disso, resolveram que todos os seguidores farão um teste, com perguntas objetivas referentes ao programa, e só poderão participar do sorteio aqueles que forem aprovados. Estatísticas revelam que, num teste dessa natureza, a taxa de aprovação é de 90% dos fãs e de 15% dos que não são fãs.

De acordo com essas informações, a razão entre a probabilidade de que um fã seja sorteado e a probabilidade de que o sorteado seja alguém que não é fã do programa é igual a

- a) 1. b) 4. c) 6. d) 24. e) 96.

12) (ENEM PPL 2017) Uma aluna estuda numa turma de 40 alunos. Em um dia, essa turma foi dividida em três salas, A, B e C, de acordo com a capacidade das salas. Na sala A ficaram 10 alunos, na B, outros 12 alunos e na C, 18 alunos. Será feito um sorteio no qual, primeiro, será sorteada uma sala e, posteriormente, será sorteado um aluno dessa sala.

Qual é a probabilidade de aquela aluna específica ser sorteada, sabendo que ela está na sala C?

- a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{18}$ c) $\frac{1}{40}$ d) $\frac{1}{54}$ e) $\frac{7}{18}$

13) (ENEM 2017) Numa avenida existem 10 semáforos. Por causa de uma pane no sistema, os semáforos ficaram sem controle durante uma hora, e fixaram suas luzes unicamente em verde ou vermelho. Os semáforos funcionam de forma independente; a probabilidade de acusar a cor verde é de $\frac{2}{3}$ e a de acusar a cor vermelha é de

$\frac{1}{3}$. Uma pessoa percorreu a pé toda essa avenida durante o período da pane, observando a cor da luz de cada um desses semáforos.

Qual a probabilidade de que esta pessoa tenha observado exatamente um sinal na cor verde?

- a) $\frac{10 \times 2}{3^{10}}$
 b) $\frac{10 \times 2^9}{3^{10}}$
 c) $\frac{2^{10}}{3^{100}}$
 d) $\frac{2^{90}}{3^{100}}$
 e) $\frac{2}{3^{10}}$

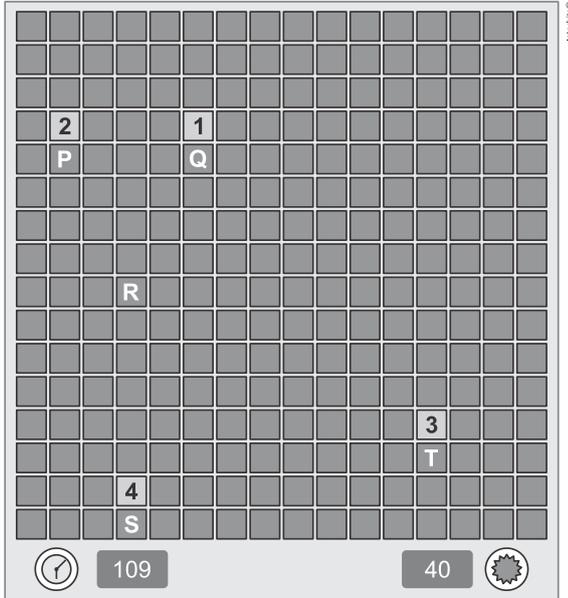
14) (ENEM 2017) Um morador de uma região metropolitana tem 50% de probabilidade de atrasar-se para o trabalho quando chove na região; caso não chova, sua probabilidade de atraso é de 25%. Para um determinado dia, o serviço de meteorologia estima em 30% a probabilidade de ocorrência de chuva nessa região.

Qual é a probabilidade de esse morador se atrasar para o serviço no dia para o qual foi dada a estimativa de chuva?

- a) 0,075
 b) 0,150
 c) 0,325
 d) 0,600
 e) 0,800



15) (ENEM 2017) A figura ilustra uma partida de Campo Minado, o jogo presente em praticamente todo computador pessoal. Quatro quadrados em um tabuleiro 16×16 foram abertos, e os números em suas faces indicam quantos dos seus 8 vizinhos contêm minas (a serem evitadas). O número 40 no canto inferior direito é o número total de minas no tabuleiro, cujas posições foram escolhidas ao acaso, de forma uniforme, antes de se abrir qualquer quadrado.



Em sua próxima jogada, o jogador deve escolher dentre os quadrados marcados com as letras P, Q, R, S e T um para abrir, sendo que deve escolher aquele com a menor probabilidade de conter uma mina.

O jogador deverá abrir o quadrado marcado com a letra

- a) P. b) Q. c) R. d) S. e) T.

16) (ENEM PPL 2016) Em um campeonato de futebol, a vitória vale 3 pontos, o empate 1 ponto e a derrota zero ponto. Ganha o campeonato o time que tiver maior número de pontos. Em caso de empate no total de pontos, os times são declarados vencedores.

Os times R e S são os únicos com chance de ganhar o campeonato, pois ambos possuem 68 pontos e estão muito à frente dos outros times. No entanto, R e S não se enfrentarão na rodada final.

Os especialistas em futebol arriscam as seguintes probabilidades para os jogos da última rodada:

- R tem 80% de chance de ganhar e 15% de empatar;
- S tem 40% de chance de ganhar e 20% de empatar.

Segundo as informações dos especialistas em futebol, qual é a probabilidade de o time R ser o único vencedor do campeonato?

- a) 32% b) 38% c) 48% d) 54% e) 57%

17) (ENEM PPL 2015) Um protocolo tem como objetivo firmar acordos e discussões internacionais para conjuntamente estabelecer metas de redução de emissão de gases de efeito estufa na atmosfera. O quadro mostra alguns dos países que assinaram o protocolo, organizados de acordo com o continente ao qual pertencem.

Países da América do Norte	Países da Ásia
Estados Unidos da América	China
Canadá	Índia
México	Japão

Em um dos acordos firmados, ao final do ano, dois dos países relacionados serão escolhidos aleatoriamente, um após o outro, para verificar se as metas de redução do protocolo estão sendo praticadas.

A probabilidade de o primeiro país escolhido pertencer à América do Norte e o segundo pertencer ao continente asiático é

- a) 1/9. b) 1/4. c) 3/10. d) 2/3. e) 1.

18) (ENEM 2015) Em uma escola, a probabilidade de um aluno compreender e falar inglês é de 30%. Três alunos dessa escola, que estão em fase final de seleção de intercâmbio, aguardam, em uma sala, serem chamados para uma entrevista. Mas, ao invés de chamá-los um a um, o entrevistador entra na sala e faz, oralmente, uma pergunta em inglês que pode ser respondida por qualquer um dos alunos.

A probabilidade de o entrevistador ser entendido e ter sua pergunta oralmente respondida em inglês é

- a) 23,7%
 b) 30,0%
 c) 44,1%
 d) 65,7%
 e) 90,0%

19) (ENEM 2014) O psicólogo de uma empresa aplica um teste para analisar a aptidão de um candidato a determinado cargo. O teste consiste em uma série de perguntas cujas respostas devem ser verdadeiro ou falso e termina quando o psicólogo fizer a décima pergunta ou quando o candidato der a segunda resposta errada. Com base em testes anteriores, o psicólogo sabe que a probabilidade de o candidato errar uma resposta é 0,20.

A probabilidade de o teste terminar na quinta pergunta é

- a) 0,02048.
 b) 0,08192.
 c) 0,24000.
 d) 0,40960.
 e) 0,49152.



20) (ENEM 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas.

Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?

- a) 1/2. b) 5/8. c) 1/4. d) 5/6. e) 5/14.

GABARITO

EXERCÍCIOS PROPOSTOS		
01) D	02) B	03) C
04) D	05) D	06) D
07) A	08) C	09) A
10) D	11) C	12) A
13) B	14) D	15) A
16) B	17) A	18) E
19) D	20) D	21) D
22) C	23) E	

EXERCÍCIOS ENEM		
01) B	02) E	03) E
04) D	05) B	06) D
07) E	08) D	09) C
10) D	11) D	12) D
13) A	14) C	15) B
16) D	17) C	18) D
19) B	20) A	

LINKS PARA AS VÍDEO AULAS
<https://bitly.com/3Msxu>

