Prof.Walter Tadeu Nogueira da Silveira
www.professorwaltertadeu.mat.br

Probabilidades - Gabarito

1) Um dado cúbico honesto foi lançado uma vez. Qual é a probabilidade de obter:
a) um número primo?

Solução. O espaço amostral possui 6 elementos (faces numeradas de 1 a 6). Os casos favoráveis são 3 (2, 3 e 5). Logo P(primo) = $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

b) um múltiplo de 3?

Solução. As faces que apresentam múltiplos de 3 são 3 e 6. Logo, $P(M_3)$ = $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$.

c) um número maior que 10?

Solução. Não há face com número maior que 6. Logo, P(N > 10) = 0.

d) um número menor que 10?

Solução. as faces possuem número menor ou igual a 6. Logo, P(N < 10) = 1.

2) Uma urna contém cartões numerados de 12 a 92. Retirando um cartão ao acaso, qual é a probabilidade de obter:

Solução. De 12 a 92 temos (92 – 12 + 1) = 81.

a) Um número par?

Os números pares são os múltiplos de 2. Há $\frac{92-12}{2}$ + 1 = 40 + 1 = 41 múltiplos de 2 nos cartões.

Logo, P(par) = $\frac{41}{81}$.

b) Um número múltiplo de 3?

Há $\frac{90-12}{3}$ + 1 = 26 + 1 = 27 múltiplos de 3 nos cartões. Logo, $P(M_3)$ = $\frac{27}{81}=\frac{1}{3}$.

c) Um número múltiplo de 6?

Há $\frac{90-12}{6}$ + 1 = 13 + 1 = 14 múltiplos de 6 nos cartões. Logo, $P(M_6)$ = $\frac{14}{81}$.

d) Um número par ou um múltiplo de 3?

Os números que são pares e múltiplos de 3 são os múltiplos de 6. Isto é, a interseção entre os múltiplos de 2 e de 3.

Temos: $P(M_2 \cup M_3) = P(M_2) + P(M_3) - P(M_2 \cap M_3)$ = $\frac{41}{81}+\frac{27}{81}-\frac{14}{81}=\frac{54}{81}=\frac{2}{3}$.

3) Escolhendo aleatoriamente um dos anagramas da palavra TROCADO, qual é a probabilidade dele possuir vogais e consoantes alternadas?

Solução. O número total de anagramas é $\frac{7!}{2!}=\frac{5\,040}{2}$ = 2 520.

Há 4 consoantes e 3 vogais. Temos: T _ R _ C _ D. Permutamos as consoantes e as vogais, sendo duas repetidas: O número de anagramas é $\frac{4!.3!}{2!}=\frac{4!.3.2!}{2!}$ = 24 x 3 = 72.

Logo, P = $\frac{72}{2\,520}=\frac{1}{35}$.

4) Um dado cúbico honesto será lançado duas vezes consecutivas. Qual é a probabilidade de obter:

Solução. O espaço amostral é o conjunto dos pares ordenados {(1,1),(1,2),(1,3)...(6,6)} que possui 6 x 6 = 36 elementos.

a) Dois resultados iguais?

Há 6 pares com ordenadas iguais: (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5) e (6,6). Logo, P = $\frac{6}{36} = \frac{1}{6}$.

b) Um número par no primeiro lançamento e um número ímpar no segundo?

Há 3 números pares e 3 ímpares. Logo, são 3 x 3 = 9 casos. P = $\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$.

c) Um número par e um número ímpar?

Como pode ser (par, ímpar) e (ímpar, par), são 18 casos. Logo, P = $\frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

d) A soma dos resultados exatamente 4?

Soma 4 há 3 casos: (1,3), (3,1), (2,2). Logo, P = $\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$.

e) A soma dos resultados exatamente 12?

Soma 12 só há 1 caso: (6,6). Logo, P = $\frac{1}{36}$.

f) A soma dos resultados menor que 12?

Como só há um caso com soma 12, então são 35 casos com soma menor que 12. Dessa forma, temos que P = $\frac{35}{36}$.

5) Uma moeda honesta foi lançada 4 vezes consecutivas. Qual é a probabilidade de obter:

Solução. Cada moeda possui dois resultados possíveis. Logo, o lançamento de quatro moedas apresenta um espaço amostral de 2^4 = 16 elementos. Consideramos C = cara e K = coroa.

a) 4 caras?

Só há 1 caso: CCCC. Logo, P = $\frac{1}{16}$.

b) pelo menos uma coroa?

O complementar de pelo menos 1 coroas é "nenhuma coroa ou 4 caras". Como a soma das probabilidades é 1, temos: P = 1 – $\frac{1}{16} = \frac{15}{16}$.

c) cara apenas no primeiro lançamento?

O resultado é CKKK. Logo, P = $\frac{1}{16}$.

d) cara em exatamente um dos lançamentos?

Esse evento ocorre em CKKK, KCKK, KKCK e KKKC. Logo, P = $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$.

e) 2 caras e 2 coroas?

O número de permutações de CCKK é $\frac{4!}{2!.2!} = \frac{4.3.2!}{2.2}$ **= 6. Logo, P =** $\frac{6}{16} = \frac{3}{8}$.

6) Uma urna contém 5 bolas brancas, 2 bolas pretas e 3 bolas vermelhas. Retirando 3 bolas da urna, sem reposição, qual é a probabilidade de obter:

a) todas as bolas de mesma cor?

Solução. As bolas podem ser todas brancas ou todas vermelhas. Todas pretas não são possíveis, pois só há duas.

Temos: P(3 mesma cor) = $\left(\frac{5}{10}.\frac{4}{9}.\frac{3}{8}\right) + \left(\frac{3}{10}.\frac{2}{9}.\frac{1}{8}\right) = \frac{1}{12} + \frac{1}{120} = \frac{11}{120}$.

b) todas as bolas de cores distintas?

Solução. As bolas podem ser sair de 3! formas diferentes: BPV, BVP, VBP, VPB, PVB e PBV.

Temos: 6.P(cores distintas) = 6. $\left(\frac{5}{10}.\frac{2}{9}.\frac{3}{8}\right)$ **= 6.** $\left(\frac{1}{24}\right) = \frac{1}{4}$.

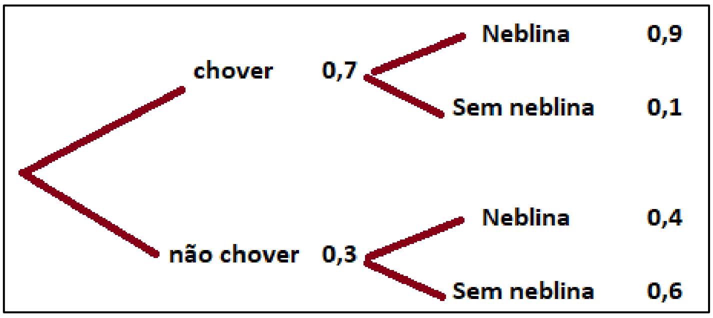
c) Duas bolas brancas e uma preta?

Solução. As bolas podem ser sair de 3 formas diferentes: BBP, BPB e PBB.

Temos: 3.P(2B1P) = 3. $\left(\frac{5}{10}.\frac{4}{9}.\frac{2}{8}\right)$ **= 3.** $\left(\frac{1}{18}\right) = \frac{1}{6}$.

7) Em determinado dia, a probabilidade de chover na serra de Teresópolis é de 70%. Nesse dia, caso chova, a probabilidade de ter neblina é de 90%. Caso não chova, a probabilidade de ter neblina é de 40%. Qual é a probabilidade de:

Solução. O esquema na forma de árvore das possibilidades ilustra a situação.



a) chover e ter neblina?

P(chover e ter neblina) = (0,7) x (0,9) = 0,63 = 63%.

b) ter neblina?

P(neblina) = P(neblina com chuva) + P(neblina sem chuva) = (0,7) x (0,9) + (0,3) x (0,4) =
= 0,63 + 0,12 = 0,75 = 75%.

c) Ter chovido, caso eu saiba que teve neblina?

P(chovido | neblina) = $\frac{P(chover \cap neblina)}{P(neblina)} = \frac{0,63}{0,75} = \frac{63}{75} = \frac{21}{25}$ **= 0,84 = 84%.**

<u>Exercícios:</u>

1) (ENEM 2020) O Estatuto do Idoso, no Brasil, prevê certos direitos às pessoas com idade avançada, concedendo a estas, entre outros benefícios, a restituição de imposto de renda antes dos demais contribuintes. A tabela informa os nomes e as idades de 12 idosos que aguardam suas restituições de imposto de renda. Considere que, entre os idosos, a restituição seja concedida em ordem decrescente de idade e que, em subgrupos de pessoas com a mesma idade, a ordem seja decidida por sorteio.

Nome	Idade (em ano)
Orlando	89
Gustavo	86
Luana	85
Teresa	85

Nome	Idade (em ano)
Márcia	84
Roberto	82
Heloisa	75
Marisa	75

Nome	Idade (em ano)
Pedro	75
João	75
Antônio	72
Fernanda	70

Nessas condições, a probabilidade de João ser a sétima pessoa do grupo a receber sua restituição é igual a:

(A) 1/12 (B) 7/12 (C) 1/8 (D) 5/6 **(E)** 1/4

Solução. A idade de João é a sétima em ordem decrescente. Mas há outras 3 pessoas com a mesma idade. Dessa forma dentre esses 4 a P(João) = $\frac{1}{4}$.

2) (ENEM PPL 2019) Uma locadora possui disponíveis 120 veículos da categoria que um cliente pretende locar. Desses, 20% são da cor branca, 40% são da cor cinza, 16 veículos são da cor vermelha e o restante, de outras cores. O cliente não gosta da cor vermelha e ficaria contente com qualquer outra cor, mas o sistema de controle disponibiliza os veículos sem levar em conta a escolha da cor pelo cliente. Disponibilizando aleatoriamente, qual é a probabilidade de o cliente ficar contente com a cor do veículo?

(A) 16/120 (B) 32/120 (C) 72/120 (D) 101/120 **(E)** 104/120

Solução. Como o cliente não quer vermelho, sobram as outras (120 – 16) = 104 opções. Logo, P(cliente contente) = $\frac{104}{120}$.

3) (UERJ 21) Um escritório comercial enviou cinco correspondências diferentes, sendo uma para cada cliente. Cada correspondência foi colocada em um envelope, e os envelopes foram etiquetados com os cinco endereços distintos desses clientes. A probabilidade de apenas uma etiqueta estar trocada é:

(A) 4/5 (B) 1/5 (C) 1/24 **(D)** 0

Solução. Se uma etiqueta está no envelope errado, então outro envelope também está com a etiqueta errada. Logo, uma única etiqueta no lugar errado não é possível. Probabilidade é nula.

4. (UNICAMP 2021) Uma escola com 960 alunos decidiu renovar seu mobiliário. Para decidir quantas cadeiras de canhotos será necessário comprar, fez-se um levantamento do número de alunos canhotos em cada turma. A tabela abaixo indica, na segunda linha, o número de turmas com o total de canhotos indicado na primeira linha.

Número total de alunos canhotos	0	1	2	3	4	5
Número de turmas	1	2	5	12	8	2

a) Qual a probabilidade de que uma turma escolhida ao acaso tenha pelo menos 3 alunos canhotos?

Solução. O total de turmas é (1 + 2 + 5 + 12 + 8 + 2) = 30. Há (12 + 8 + 2) = 22 turmas com 3 ou mais alunos canhotos. Logo, P(selecionar turma 3 ou mais canhotos) = $\frac{22}{30} = \frac{11}{15}$.

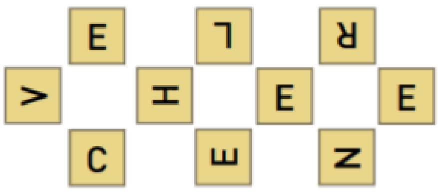
b) Qual a probabilidade de que um aluno escolhido ao acaso na escola seja canhoto?

Solução. O total de alunos é 960.

Há (1 x 2 + 2 x 5 + 3 x 12 + 4 x 8 + 5 x 2) = 2 + 10 + 36 + 32 + 10 = 90 alunos canhotos.

Logo, P(selecionar canhoto) = $\frac{90}{960} = \frac{9}{96} = \frac{3}{32}$.

5. (Uerj simulado 2018) Dez cartões com as letras da palavra “envelhecer” foram colocados sobre uma mesa com as letras viradas para cima, conforme indicado abaixo.



Em seguida, fizeram-se os seguintes procedimentos com os cartões:

1º) foram virados para baixo, ocultando-se as letras;

2º) foram embaralhados;

3º) foram alinhados ao acaso;

4º) foram desvirados, formando um anagrama.

Observe um exemplo de anagrama:

A probabilidade de o anagrama formado conter as quatro vogais juntas (EEEE) equivale a:

(A) 1/20 **(B)** 1/30 (C) 1/210 (D) 1/720

Solução. O número de anagramas possíveis é $\frac{10!}{4!} = \frac{3\,628\,800}{24}$ = 151 200.

O número de anagramas de (EEEE)VRCNHL é 7! = 5040.

Logo, P = $\frac{5\,040}{151\,200} = \frac{504}{15\,120} = \frac{56}{1\,680} = \frac{1}{30}$.

6) (ENEM PPL 2019) Uma empresa sorteia prêmios entre os funcionários como reconhecimento pelo tempo trabalhado. A tabela mostra a distribuição de frequência de 20 empregados dessa empresa que têm de 25 a 35 anos trabalhados. A empresa sorteou, entre esses empregados, uma viagem de uma semana, sendo dois deles escolhidos aleatoriamente.

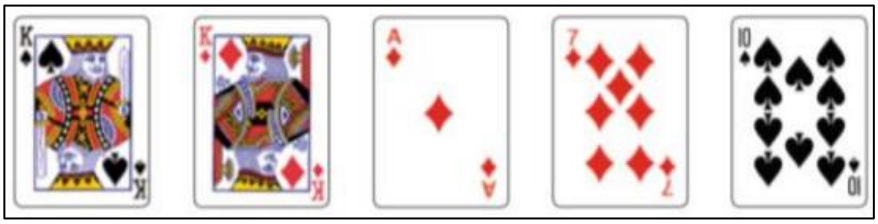
Tempo de serviço	Número de empregados
25	4
27	1
29	2
30	2
32	3
34	5
35	3

Qual a probabilidade de que ambos os sorteados tenham 34 anos de trabalho?

(A) 1/20 **(B)** 1/19 (C) 1/16 (D) 2/20 (E) 5/20

Solução. A probabilidade é P = $\frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} = \frac{1}{19}$.

7) (UERJ 2018) Cinco cartas de um baralho estão sobre uma mesa; duas delas são Reis, como indicam as imagens.



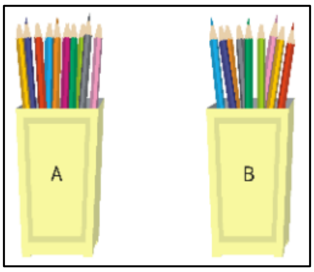
Após serem viradas para baixo e embaralhadas, uma pessoa retira uma dessas cartas ao acaso e, em seguida, retira outra.

A probabilidade de sair Rei apenas na segunda retirada equivale a:

(A) 1/2 (B) 1/3 (C) 2/5 **(D)** 3/10

Solução. São 5 cartas onde 2 são reis. A probabilidade é P(Rei na 2ª carta) = $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{10}$.

8) (UERJ 2014) Em um escritório, há dois porta-lápis: o porta-lápis A, com 10 lápis, dentre os quais 3 estão apontados, e o porta-lápis B, com 9 lápis, dentre os quais 4 estão apontados. Um funcionário retira um lápis qualquer ao acaso do porta-lápis A e o coloca no porta-lápis B.



Novamente ao acaso, ele retira um lápis qualquer do porta-lápis B. A probabilidade de que este último lápis retirado não tenha ponta é igual a:

(A) 0,64 (B) 0,57 (C) 0,52 (D) 0,42

Solução. Analisando os casos, temos:

i) A probabilidade do lápis retirado de A ser apontado é P(A) = $\frac{3}{10}$. Logo a probabilidade do lápis retirado não ser apontado é P(NA) = $\frac{7}{10}$.

ii) Para qualquer tipo de lápis retirado de A, o número de lápis de B passará a ser 10. Se o retirado de A for apontado, B passa a ter 5 apontados. Se for não apontado, B passa a ter 6 não apontados.

P(Apont. B) = P(apontado|A) + P(apontado|NA) = (0,5).(0,3) + (0,6).(0,7) = 0,15 + 0,42 = 0,57.

9) (ENEM 2020 - digital) Um apostador deve escolher uma entre cinco moedas ao acaso e lançá-la sobre uma mesa, tentando acertar qual resultado (cara ou coroa) sairá na face superior da moeda. Suponha que as cinco moedas que ele pode escolher sejam diferentes:

• duas delas têm “cara” nas duas faces;

• uma delas tem “coroa” nas duas faces;

• duas delas são normais (cara em uma face e coroa na outra).

Nesse jogo, qual é a probabilidade de o apostador obter uma face "cara" no lado superior da moeda lançada por ele?

(A) 1/8 (B) 2/5 (C) 3/5 (D) 3/4 (E) 4/5

Solução. O espaço amostral das moedas é, considerando C = cara e K = coroa:

{C, C, C, C, K, K, C, K, C, K}

A probabilidade de sair cara é P(C) = $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

OBS: Outra solução seria utilizando a probabilidade condicional. A probabilidade de escolher qualquer uma das moedas é P(escolher moeda) = $\frac{1}{5}$. Temos:

i) Probabilidade de sair cara nas moedas com duas caras é 1;

ii) Probabilidade de sair cara na moeda com duas coroas é 0;

ii) Probabilidade de sair cara na moeda normal é $\frac{1}{2}$.

Logo, P(C) = $\frac{1}{5} \times 1 + \frac{1}{5} \times 1 + \frac{1}{5} \times 0 + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{2}{5} + \frac{2}{10} = \frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$.

10) (UERJ 2020) Cada uma das letras do nome do matemático Cavalieri (1598-1647) foi escrita em um cartão, conforme a ilustração a seguir.

C A V A L I E R I

Após os cartões serem virados e embaralhados, um estudante foi desafiado a escolher um cartão de cada vez, de modo a obter a sequência exata das letras do nome. Os quatro primeiros cartões escolhidos ocupam a posição correta na sequência desejada:

CAVA __ __ __ __ __

Calcule a probabilidade de o estudante acertar as posições corretas das vogais no restante da palavra.

Solução. Faltam para completar as letras L I E R I. As consoantes L e R podem estar na posição errada.

Logo, P = $\frac{2}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ **x 1 =** $\frac{1}{30}$.

11) (UERJ 2017) Uma urna contém uma bola branca, quatro bolas pretas e x bolas vermelhas, sendo x > 2. Uma bola é retirada ao acaso dessa urna, é observada e recolocada na urna. Em seguida, retira-se novamente, ao acaso, uma bola dessa urna. Se 1/2 é a probabilidade de que as duas bolas retiradas sejam da mesma cor, o valor de x é:

(A) 9 (B) 8 (C) 7 (D) 6

Solução. O total de bolas é (1 + 4 + x) = x + 5. As bolas da mesma cor podem ser BB, PP ou VV. Como há reposição, temos:

i) P(mesma cor) = $\frac{1}{x+5} \times \frac{1}{x+5} + \frac{4}{x+5} \times \frac{4}{x+5} + \frac{x}{x+5} \times \frac{x}{x+5} = \frac{17+x^2}{(x+5)^2}$;

ii) $\frac{17+x^2}{(x+5)^2} = \frac{1}{2}$ **=>** $x^2 + 10x + 25 = 2x^2 + 34$ **=>** $x^2 - 10x + 9 = 0$ **=>** $(x - 1).(x - 9) = 0$**.**

Logo, x = 1 ou x = 9. Mas x > 2. Logo, x = 9

12) (UERJ 2017) Considere o conjunto de números naturais abaixo e os procedimentos subsequentes:

$$A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$$

1 – Cada número primo de A foi multiplicado por 3. Sabe-se que um número natural P > 1 se tem apenas dois divisores naturais distintos.

2 – A cada um dos demais elementos de A, foi somado o número 1.

3 – Cada um dos números distintos obtidos foi escrito em apenas um pequeno cartão.

4 – Dentre todos os cartões, foram sorteados exatamente dois cartões com números distintos ao acaso.

A probabilidade de em pelo menos um cartão sorteado estar escrito um número par é:

(A) 5/12 **(B)** 7/12 (C) 13/24 (D) 17/24

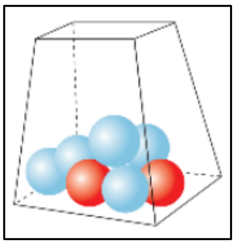
Solução. Os números primos são 2, 3, 5 e 7. Com as transformações indicadas, temos:
{0 + 1, 1 + 1, 2 x 3, 3 x 3, 4 + 1, 5 x 3, 6 + 1, 7 x 3, 8 + 1, 9 + 1} =
= {1, 2, 6, 9, 5, 15, 7, 21, 9, 10} que ordenando e retirando um 9 repetido, fica:

{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 15, 21}

A probabilidade de nenhum dos dois ser par é P(II) = $\frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{5}{12}$.

Logo, a probabilidade de pelo menos um ser par é: 1 – $\frac{5}{12} = \frac{7}{12}$.

13) (UERJ 2019) Em uma urna há sete bolinhas, sendo duas delas vermelhas e cinco azuis. Quatro do total de bolinhas serão sorteadas ao acaso. Calcule a probabilidade de pelo menos uma das bolinhas sorteadas ser vermelha.



A probabilidade de nenhuma ser vermelha é P(NV) = $\frac{5}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{1}{7}$.

Logo, a probabilidade de pelo menos um ser vermelha é: 1 – $\frac{1}{7} = \frac{6}{7}$.

14) (UERJ 2018) Um jogo individual da memória contém oito cartas, sendo duas a duas iguais, conforme ilustrado a seguir.

Observe as etapas do jogo:

1. viram-se as figuras para baixo;
2. embaralham-se as cartas;
3. o jogador desvira duas cartas na primeira jogada.

O jogo continua se ele acertar um par de figuras iguais. Nesse caso, o jogador desvira mais duas cartas, e assim sucessivamente. Ele será vencedor se conseguir desvirar os quatro pares de cartas iguais em quatro jogadas seguidas. Se errar algum par, ele perde o jogo.

Calcule a probabilidade de o jogador perder nesse jogo.

Solução. A probabilidade de ele ganhar é: $1 \times \frac{1}{7} \times 1 \times \frac{1}{5} \times 1 \times \frac{1}{3}\, 1 \times 1 = \frac{1}{105}$.

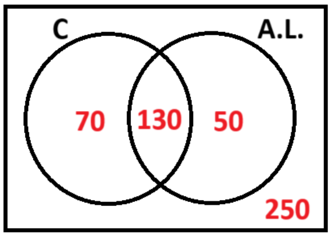
A probabilidade de ele perder é: $1 - \frac{1}{105} = \frac{104}{105}$.

15) (UEL 2008) De um total de 500 estudantes da área de exatas, 200 estudam Cálculo Diferencial e 180 estudam Álgebra Linear. Esses dados incluem 130 estudantes que estudam ambas as disciplinas. Qual é a probabilidade de que um estudante escolhido aleatoriamente esteja estudando Cálculo Diferencial ou Álgebra Linear?

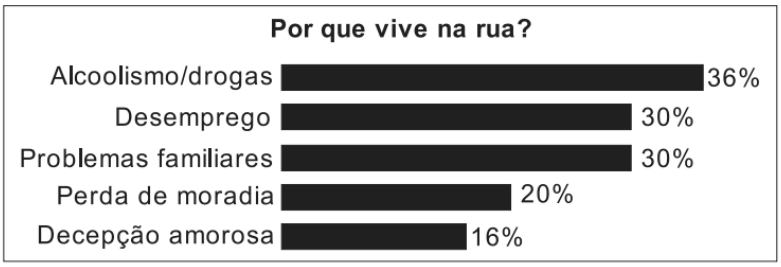
(A) 0,26 **(B)** 0,5 (C) 0,62 (D) 0,76 (E) 0,8

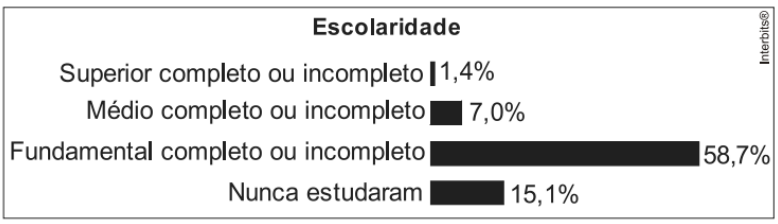
Solução. Representando em diagramas, temos:

P(Cálculo ou Álgebra Linear) = $\frac{200}{500} + \frac{180}{500} - \frac{130}{500} = \frac{250}{500}$ = 0,5.



16) (ENEM 2008) A vida na rua como ela é O Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS) realizou, em parceria com a ONU, uma pesquisa nacional sobre a população que vive na rua, tendo sido ouvidas 31.922 pessoas em 71 cidades brasileiras. Nesse levantamento, constatou-se que a maioria dessa população sabe ler e escrever (74%), que apenas 15,1% vivem de esmolas e que, entre os moradores de rua que ingressaram no ensino superior, 0,7% se diplomou. Outros dados da pesquisa são apresentados nos quadros a seguir.





No universo pesquisado, considere que P seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo/drogas e Q seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto P ou do conjunto Q, então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de P e Q é igual a:

(A) 12% (B) 16% (C) 20% (D) 36% (E) 52%

Solução. Temos que P(P U Q) = P(P) + P(Q) – P(P ∩ Q) => P(P ∩ Q) = 0,36 + 0,16 – 0,40 = 0,12.

17) (ENEM 2009) Um casal decidiu que vai ter 3 filhos. Contudo, quer exatamente 2 filhos homens e decide que, se a probabilidade fosse inferior a 50%, iria procurar uma clínica para fazer um tratamento específico para garantir que teria os dois filhos homens. Após os cálculos, o casal concluiu que a probabilidade de ter exatamente 2 filhos homens é:

(A) 66,7%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

(B) 50%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

(C) 7,5%, assim ele não precisará fazer um tratamento.

(D) 25%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.

(E) 37,5%, assim ele precisará procurar uma clínica para fazer um tratamento.

Solução. Considerando M (masculino) e F (feminino) as possibilidades de nascimento de 3 filhos é MMM, MMF, MFM, FMM, FFF, FFM, FMF, MFF, totalizando 2^3 = 8 casos.

Com exatamente dois filhos homens há 3 casos. Logo, P(2M) = $\frac{3}{8}$ = 0,375 = 37,5%.

18) (UERJ 2019 - simulado) Um jogo consiste em lançar três dados cúbicos, cujas faces recebem uma numeração de 1 a 6, cada uma com a mesma probabilidade de ocorrer. Para jogar, escolhe-se um número qualquer de 1 a 6. Se um, dois ou os três dados caírem com o número escolhido na face de cima, o jogador ganha, respectivamente, um, dois ou três prêmios. Se um jogador escolheu o número 3, a probabilidade de ele ganhar apenas um prêmio é:

(A) 1/24 (B) 2/27 (C) 7/36 **(D)** 25/72

Solução. Para ganhar somente um prêmio, significa que o 3 sai em somente um dos dados.

Logo, P = $\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}+\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{75}{216}=\frac{25}{72}$.

19) (UERJ 2018) Um jogo consiste em lançar cinco vezes um dado cúbico, cujas faces são numeradas de 1 a 6, cada uma com a mesma probabilidade de ocorrer. Um jogador é considerado vencedor se obtiver pelo menos três resultados pares. A probabilidade de um jogador vencer é:

(A) 3/5 (B) 2/3 (C) 1/5 **(D)** 1/2

Solução. Os resultados possíveis são as permutações de PPPII, PPPPI ou PPPPP.

Logo, P = $\frac{5!}{3!.2!}\times\left(\frac{1}{2}\right)^5+\frac{5!}{4!.1!}\times\left(\frac{1}{2}\right)^5+\frac{5!}{5!}\times\left(\frac{1}{2}\right)^5=\frac{1}{32}$ x (10 + 5 + 1) = $\frac{16}{32}=\frac{1}{2}$.

20) (ENEM 2009 PPL) O controle de qualidade de uma empresa fabricante de telefones celulares aponta que a probabilidade de um aparelho de determinado modelo apresentar defeito de fabricação é de 0,2%. Se uma loja acaba de vender 4 aparelhos desse modelo para um cliente, qual é a probabilidade de esse cliente sair da loja com exatamente dois aparelhos defeituosos?

(A) $2 \times (0,2\%)^4$ (B) $4 \times (0,2\%)^2$ **(C)** $6 \times (0,2\%)^2 \times (99,8\%)^2$

(D) $4 \times (0,2\%)$ (E) $6 \times (0,2\%) \times (99,8\%)$

Solução. A probabilidade do aparelho não apresentar defeito é 1 – 0,2% = 99,8%.

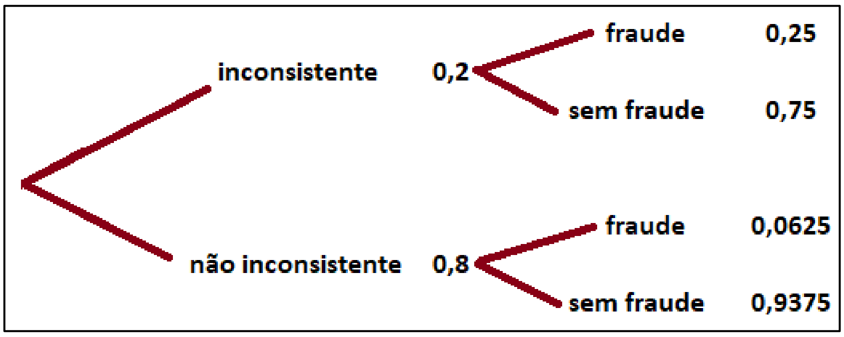
Com 4 aparelhos, temos: DD(ND)(ND).

Logo, P(2D) = P = $\frac{4!}{2!.2!}\times$ x $(0,2\%)^2$ x $(99,8\%)^2$ = 6 x $(0,2\%)^2$ x $(99,8\%)^2$.

21) (ENEM 2019) Em um determinado ano, os computadores da receita federal de um país identificaram como inconsistentes 20% das declarações de imposto de renda que lhe foram encaminhadas. Uma declaração é classificada como inconsistente quando apresenta algum tipo de erro ou conflito nas informações prestadas. Essas declarações consideradas inconsistentes foram analisadas pelos auditores, que constataram que 25% delas eram fraudulentas. Constatou-se ainda que, dentre as declarações que não apresentaram inconsistências, 6,25% eram fraudulentas. Qual é a probabilidade de, nesse ano, a declaração de um contribuinte ser considerada inconsistente, dado que ela era fraudulenta?

(A) 0,05 (B) 0,1 (C) 0,1125 (D) 0,3125 **(E)** 0,5

Solução. Observando a representação da situação na árvore, temos:



i) P(fraudulenta) = (0,2) x (0,25) + (0,8) x (0,0625) = 0,05 + 0,05 = 0,1.

ii) P(inconsistente | fraudulenta) = $\frac{0,1}{0,2} = \frac{1}{2}$ **= 0,5.**

22) (ENEM 2019) O dono de um restaurante situado às margens de uma rodovia percebeu que, ao colocar uma placa de propaganda de seu restaurante ao longo da rodovia, as vendas aumentaram. Pesquisou junto aos seus clientes e concluiu que a probabilidade de um motorista perceber uma placa de anúncio é 1/2. Com isso, após autorização do órgão competente, decidiu instalar novas placas com anúncios de seu restaurante ao longo dessa rodovia, de maneira que a probabilidade de um motorista perceber pelo menos uma das placas instaladas fosse superior a 99/100. A quantidade mínima de novas placas de propaganda a serem instaladas é:

(A) 99. (B) 51. (C) 50. **(D)** 6. (E) 1.

Solução. Para cada placa colocada a probabilidade fica multiplicada por 1/2.

A probabilidade de após a n placas colocadas o motorista não perceba nenhuma é menor que 1/100. Temos: $\left(\frac{1}{2}\right)^n < \frac{1}{100} \Rightarrow (2)^n > 100 \Rightarrow 2^6 < 100 < 2^7$**. Logo, são necessárias 7 placas. Como já tem uma placa, faltam 6 novas placas.**

23) (PUC 2021) Rosencrantz e Guildenstern combinaram de jogar uma partida de cara e coroa com uma moeda honesta. Cada vez que cai cara, Rosencrantz ganha um ponto; cada vez que cai coroa, Guildenstern ganha um ponto. Eles combinaram de parar assim que alguém obtiver uma vantagem de cinco pontos. Qual é a probabilidade de que Rosencrantz ganhe com exatamente 7 lançamentos de moeda?

(A) 1/2 (B) 1/5 (C) 1/7 **(D)** 5/128

Solução. Como são necessários 7 lançamentos as possibilidades de resultados são:

(G R R R R R) R, com as permutações entre parênteses: $\frac{6!}{5!}$ **= 6. Mas precisamos retirar o caso em que ocorre (R R R R R G) R, pois aí o jogo acabaria antes do sétimo lançamento.**

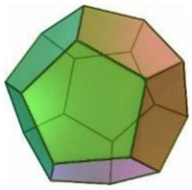
Logo, P = 5 x $\left(\frac{1}{2}\right)^7 = \frac{5}{128}$**.**

24. (ITA21) Um dodecaedro regular tem 12 faces que são pentágonos regulares. Escolhendo-se 2 vértices distintos desse dodecaedro, a probabilidade de eles pertencerem a uma mesma aresta é igual a:

(A) 15/100 **(B)** 3/19 (C) 15/190 (D) 5/12 (E) 2/5

Observação:

Pode ser útil lembrar da fórmula de Euler: V+F=A+2 e observar o formato de um dodecaedro regular.



Solução. Dois vértices pertencem a uma aresta. Há $\frac{(5).(12)}{2} = 30$ **arestas. O total de vértices do dodecaedro é V = 30 + 2 – 12 = 20.**

A forma de selecionar 2 vértices é C(20,2) = $\frac{20.19.18!}{2!.18!} = 190$**. Logo, P =** $\frac{30}{190} = \frac{3}{19}$**.**

25) (PUC 2020) Abel tem um jarro com 12 bolas coloridas e, depois de sacudir o jarro, ele despeja 4 bolas em cada uma dentre 3 caixas. Sabendo que havia originalmente no jarro 8 bolas verdes, 2 vermelhas, uma azul e uma roxa determine:

Solução. A forma de distribuir as bolas nas caixas são: C(12,4) x C(8,4) x C(4,4)

a) Qual a probabilidade de que a bola roxa esteja na primeira caixa?

Colocando a roxa na primeira caixa, faltam 3 nessa caixa.

Logo, temos: P = $\frac{C(11,3)\times C(8,4)\times(4,4)}{C(12,4)\times C(8,4)\times(4,4)} = \frac{C(11,3)}{C(12,4)} = \frac{\frac{11!}{3!8!}}{\frac{12!}{4!8!}} = \frac{11!}{3!8!} \times \frac{4.3!.8!}{12.11!} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$**.**

b) Qual a probabilidade de que a bola azul e a bola roxa estejam ambas na primeira caixa?

Colocando a roxa e a azul na primeira caixa, faltam 2 nessa caixa.

Logo, temos: P = $\frac{C(10,2)\times C(8,4)\times(4,4)}{C(12,4)\times C(8,4)\times(4,4)} = \frac{C(10,2)}{C(12,4)} = \frac{\frac{10!}{2!8!}}{\frac{12!}{4!8!}} = \frac{10!}{2!8!} \times \frac{4.3.2!.8!}{12.11.10!} = \frac{1}{11}$**.**

c) Qual a probabilidade de que não haja nenhuma bola verde na primeira caixa?

Na primeira caixa só há as cores diferentes da verde. Logo 1 caso.

Logo, temos: P = $\frac{C(4,4)\times C(8,4)\times(4,4)}{C(12,4)\times C(8,4)\times(4,4)} = \frac{1}{C(12,4)} = \frac{1}{495}$**.**