



ALUNO : _____

TURMA : _____

União de probabilidade

- Sabemos que: $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Se A e B são eventos mutuamente exclusivos, ou seja, $A \cap B = \{ \}$, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Probabilidade da união de três conjuntos:

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Exemplo: Um número de 1 ao 20 é escolhido aleatoriamente. Calcule a probabilidade de que ele seja divisível por 2 ou 3.

Solução:

$m(2) = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$, $m(3) = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$ e $m(2 \text{ e } 3) = m(6) = \{6, 12, 18\}$, logo se A = retirar m(2) e B = retirar m(3), então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \therefore P(A \cup B) = \frac{10}{20} + \frac{6}{20} - \frac{3}{20} = \frac{13}{20}$$

Exercícios de fixação:

01- Um número de 1 ao 300 é escolhido aleatoriamente. Calcule a probabilidade de que ele seja divisível por 3 ou 5.

02- Uma cidade tem 30000 habitantes e três jornais A, B e C. Uma pesquisa de opinião revela que:

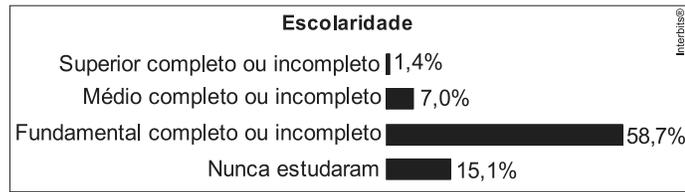
- 12 000 leem A
- 8 000 leem B
- 6 000 leem C
- 4 500 leem A e C
- 1000 leem B e C
- 7000 leem A e B
- 500 leem A, B e C

Qual é a probabilidade de que um habitante leia:

- a) Pelo menos um jornal;
- b) Só um jornal

03- (Enem 2008) **A vida na rua como ela é**

O Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS) realizou, em parceria com a ONU, uma pesquisa nacional sobre a população que vive na rua, tendo sido ouvidas 31.922 pessoas em 71 cidades brasileiras. Nesse levantamento, constatou-se que a maioria dessa população sabe ler e escrever (74%), que apenas 15,1% vivem de esmolas e que, entre os moradores de rua que ingressaram no ensino superior, 0,7% se diplomou. Outros dados da pesquisa são apresentados nos quadros a seguir.



Istoé, 7/5/2008, p. 21 (com adaptações).

No universo pesquisado, considere que P seja o conjunto das pessoas que vivem na rua por motivos de alcoolismo/drogas e Q seja o conjunto daquelas cujo motivo para viverem na rua é a decepção amorosa. Escolhendo-se ao acaso uma pessoa no grupo pesquisado e supondo-se que seja igual a 40% a probabilidade de que essa pessoa faça parte do conjunto P ou do conjunto Q, então a probabilidade de que ela faça parte do conjunto interseção de P e Q é igual a

- a) 12%. b) 16%. c) 20%. d) 36%. e) 52%.

Gabarito:

01- 7/15 02- a) 7\15 b) 1\12 03- a

Probabilidade condicional

Em uma urna há 10 bolas numeradas de 1 a 10. Determine a probabilidade de retirarmos uma bola numerada com um número par, sabendo que saiu uma bola com numeração maior que 4.

Solução:

Note que queremos calcular a probabilidade de ter uma face par, mas já sabemos que saiu uma bola "maior que 4". Logo:

$$\Omega = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\} \text{ e sendo } A \text{ o evento desejável, } A = \{6, 8, 10\} \therefore P(A) = \frac{3}{6}$$

Outra solução:

Se A = retirar uma bola par e B = sabendo que saiu uma bola maior que 4.

$$P(A/B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{3}{6}$$

Desse modo, temos uma relação para o cálculo de probabilidade condicional.

$$P(A|B) = \frac{n(A \cap B)}{n(B)} = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- Note que $P(A \cap B) = P(A/B) \cdot P(B)$, se A e B são eventos independentes, então:

$$P(A/B) = P(A) \therefore P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

- Se A_1, A_2, \dots, A_n são eventos independentes, então:

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n)$$

Exercícios de fixação:

- 01- (Enem 2013) Numa escola com 1200 alunos foi realizada uma pesquisa sobre o conhecimento desses em duas línguas estrangeiras, inglês e espanhol. Nessa pesquisa constatou-se que 600 alunos falam inglês, 500 falam espanhol e 300 não falam qualquer um desses idiomas. Escolhendo-se um aluno dessa escola ao acaso e sabendo-se que ele não fala inglês, qual a probabilidade de que esse aluno fale espanhol?
- a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{5}{8}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{5}{6}$ e) $\frac{5}{14}$

- 02- Um grupo de pessoas está classificado da seguinte forma:

	Fala inglês	Fala alemão	Fala francês
Homem	92	35	47
Mulher	101	33	52

Escolhe-se uma pessoa ao acaso. Sabendo que esta pessoa fala francês, qual é a probabilidade de que seja homem?

- 03- Jogando um dado duas vezes. Calcule a probabilidade de obter 3 na primeira jogada, sabendo que a soma dos resultados é igual a 7.

Gabarito:

01- a 02- 47/99 03- 1/6

Multiplificação de probabilidade

- 01- Em uma disputa de pênalti, o primeiro jogador tem 50% de chance de acertar a cobrança, o segundo tem 20% e o terceiro possui 40%. Determine:
- a probabilidade dos três errarem a cobrança.
 - a probabilidade dos três acertarem a cobrança.
 - a probabilidade de exatamente um deles acertar sua cobrança.
 - a probabilidade de exatamente dois deles acertar sua cobrança.
 - pelo menos um deles acertar sua cobrança.
- 02- Em uma urna há 4 bolas pretas e 3 brancas, determine na retirada de duas bolas:
- a probabilidade de retirarmos uma bola preta e uma branca, sem reposição, nesta ordem.
 - uma bola preta e uma branca sem reposição.
 - duas bolas de cores iguais, sem reposição.
 - duas bolas de cores iguais, com reposição.
- 03- Um atirador tem $\frac{1}{3}$ de probabilidade de acertar um alvo. Determine de em três tiros, ele:
- acertar o três;
 - errar os três;
 - acertar somente os dois primeiros;
 - acertar somente dois tiros;
 - acertar somente um tiro;
 - acertar pelo menos um.

Gabarito:

01-a) $\frac{12}{50}$ b) $\frac{2}{50}$ c) $\frac{23}{50}$ d) $\frac{13}{50}$ e) $\frac{38}{50}$ 02- a) $\frac{2}{7}$ b) $\frac{4}{7}$ c) $\frac{3}{7}$
d) $\frac{25}{49}$ 03- a) $\frac{1}{27}$ b) $\frac{8}{27}$ c) $\frac{2}{27}$ d) $\frac{2}{9}$ e) $\frac{4}{9}$ f) $\frac{19}{27}$