Sistemas de Equações do Primeiro Grau (8º Ano)

1 Exercícios Introdutórios

Exercício 1. *Resolva os sistemas de equações abaixo.*

a) $\begin{cases} x+y = 3 \\ x-y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x+y = 10 \\ x-y = 8 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+y = 10 \\ x = y+6 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x = y+18 \\ x = 2y \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+y = 5 \\ x-y = 1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 3 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+y = 3/2 \\ x-y = 1/2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} x+y = 5 \\ 2x-y = 4. \end{cases}$

i) $\begin{cases} 5x-y = 34 \\ 3x-4y = 0 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 3x-2y = 11 \\ -x+5y = 5 \end{cases}$

Exercício 2. *Construa e resolva um sistema de equações no qual a soma de dois números é* 70 *e a diferença é* 28.

Exercício 3. *Pedro e Mariano têm juntos 195 bolinhas de gude. Se Pedro tem 45 bolinhas de gude a mais que Mariano, quantas cada um tem?*

Exercício 4. *Guilherme e Santiago juntaram suas economias para comprar um videogame. Guilherme conseguiu juntar o dobro da quantia de Santiago. Além disso, a diferença entre as economias de ambos é* $R\$350,00$. *Quanto cada um conseguiu guardar?*

2 Exercícios de Fixação

Exercício 5. *Rúbia comprou um sapato e uma blusa, pagando o total da compra com uma nota de* $R\$50,00$ *e duas notas de* $R\$20,00$. *Sabendo que ela recebeu de troco uma nota de* $R\$10,00$, *uma nota de* $R\$5,00$, *três moedas de* $R\$1,00$ *e que a blusa é* $R\$10,00$ *mais cara que o sapato, quanto custou cada um dos produtos?*

Exercício 6. *O cientista M. A. Luco tem duas provetas (recipientes para líquidos) e cada uma delas está cheia com uma substância química (plutônio ou patetônio). Se a capacidade dos dois recipientes somadas é* $375ml$ *e sua diferença é* $75ml$, *quanto ele possui de cada substância, sabendo que ele possui mais plutônio que patetônio?*

Exercício 7. *Benzildo cria gansos e hipopótamos (que convivem harmoniosamente bem). Se o total de animais é 50 e o total de patas é 140, qual a quantidade de cada um deles?*

Exercício 8. *Um estacionamento possui 47 veículos, entre carros e motos, num total de 164 rodas. Quantos são os carros e quantas são as motos? (Lembre-se que carros possuem quatro rodas e motos, duas)*

Exercício 9. *L. Santana retirou de um caixa eletrônico* $R\$330,00$ *entre cédulas de* $R\$50,00$ *e* $R\$10,00$, *num total de 17 cédulas. Qual a quantidade de cada um dos tipos de cédulas?*

Exercício 10. *A sequência* $(2, x, y, 29)$ *é chamada de progressão aritmética pois a diferença entre cada termo, com exceção do primeiro, e seu antecessor é constante. Determine* x *e* y.

Exercício 11. *Resolva o sistema de equações:*

$$\begin{cases} 13p-92q = 237 \\ 12p-91q = 237. \end{cases}$$

Exercício 12. *Encontre todas as soluções do sistema:*

$$\begin{cases} 5/x-3/y = -1 \\ 15/x+7/y = 5. \end{cases}$$

Exercício 13. *Encontre* x *e* y *tais que*

$$\begin{cases} \sqrt{x}+2\sqrt{y} = 13 \\ \sqrt{x}+\sqrt{y} = 8. \end{cases}$$

Exercício 14. *Encontre todos os possíveis valores dos números reais positivos a e b sabendo que a soma das raízes desses números vale* 17 *e a raiz de a é o triplo da raiz de b acrescido de três unidades.*

Exercício 15. *Resolva graficamente os sistemas abaixo.*

a)

$$\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$$

b)

$$\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

c)

$$\begin{cases} 3x-y=8 \\ x-2y=1 \end{cases}$$

Exercício 16. *Encontre as soluções do sistema:*

$$\begin{cases} \sqrt[3]{r} + 9\sqrt{s} &= 21 \\ 10\sqrt[3]{r} - \sqrt{s} &= 28. \end{cases}$$

Exercício 17. *Um dia, curiosamente, Tiago percebeu que havia veículos de 1, 2, 3 e 4 rodas na garagem de seu prédio: carrinhos de mão, bicicletas, triciclos e automóveis. Ele, o irmão e o pai decidiram contar o número de rodas que estavam na garagem. Tiago contou* 26 *rodas mas esqueceu-se de contar as dos automóveis. O irmão dele contou também* 26 *rodas, mas não contou as dos triciclos e o pai contou* 26 *rodas mas não contou as rodas das bicicletas. Determine a quantidade de veículos que estavam na garagem.*

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

Exercício 18. *Usando uma balança de dois pratos, verificamos que 4 abacates pesam o mesmo que 9 bananas e que 3 bananas pesam o mesmo que 2 laranjas. Se colocarmos 9 laranjas num prato da balança, quantos abacates deveremos colocar no outro prato, para equilibrar a balança?*

a) 1 *b)* 2 *c)* 4 *d)* 5 *e)* 6.

Exercício 19. *Quando João vai para a escola a pé e volta de ônibus, ele gasta uma hora e quinze minutos; quando vai e volta de ônibus, ele gasta meia hora. Para cada meio de transporte, o tempo gasto na ida é igual ao tempo gasto na volta. Quanto tempo ele gasta quando vai e volta a pé?*

a) uma hora e meia.

b) uma hora e quarenta e cinco minutos.

c) duas horas.

d) duas horas e quinze minutos.

e) duas horas e meia.

Exercício 20. *Oito vasos iguais, encaixados, formam uma pilha de* $36cm$ *de altura. Dezesseis vasos iguais aos primeiros, também encaixados, formam outra pilha de* $60cm$ *de altura. Qual é a altura de cada vaso?*

a) $15cm$ *b)* $16cm$ *c)* $18cm$ $20cm$ $22cm$.

Exercício 21. *João e Ana são irmãos. João tem cinco irmãos a mais do que irmãs. Quantos irmãos Ana tem a mais do que irmãs?*

a) 2 *b)* 3 *c)* 5 *d)* 6 7.

Exercício 22. *Uma balança de dois pratos está equilibrada, onde de um lado estão dois copos cheios e do outro três copos pela metade. Os copos são idênticos e contêm, ao todo, 1400 gramas de farinha. Qual é o peso, em gramas de um copo vazio?*

a) 50 *b)* 125 *c)* 175 *d)* 200 *e)* 250.

Exercício 23. *Rosa resolveu distribuir* $R\$250,00$ *para seus sobrinhos, dando a mesma quantia inteira (sem centavos) para cada um e percebeu que sobrariam* $R\$10,00$. *Então, ela pensou em diminuir em* $R\$1,00$ *a quantia de cada um e descobriu que sobrariam* $R\$22,00$. *Por fim, ela resolveu distribuir apenas* $R\$240,00$. *Quanto ganhou cada sobrinho?*

a) $R\$5,00$ *b)* $R\$10,00$ *c)* $R\$12,00$
d) $R\$15,00$ *e)* $R\$20,00$

Exercício 24. *Se* x, y, a *e* b *são reais positivos tais que* $\sqrt{x-y} = a$ *e* $\sqrt{x} + \sqrt{y} = b$, *determine o valor de* $\sqrt{xy}$.

a) $\dfrac{b^4 - a^4}{4b^2}$ *b)* $\dfrac{a^2}{b}$ *c)* $\dfrac{a^2 + b^2}{b}$ *d)* $\dfrac{1}{b}$ *e)* a^2.

Exercício 25. *As massas de todos os pares possíveis formados com 5 estudantes são 90kg, 92kg, 93kg, 94kg, 95kg, 96kg, 97kg, 98kg, 100kg e 101kg. Qual é a massa do estudante de massa intermediária?*

a) $52kg$ *b)* $51kg$ *c)* $49kg$ *d)* $48kg$
e) $46kg$.

Exercício 26. *Dado que* a *e* b *são números reais não nulos, com* b *diferente de* $4a$, *e tais que*

$$\begin{cases} 1 + \dfrac{2}{ab} &= 5 \\ \dfrac{5 - 2b^2}{4a - b} &= 4a + b, \end{cases}$$

qual é o valor de $16a^4b^2 - 8a^3b^3 + a^2b^4$*?*

a) 4 *b)* $1/18$ *c)* $1/12$ *d)* 18 *e)* $1/4$.

Exercício 27. *Resolva o sistema de equações*

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 24 \\ x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 48 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 96. \end{cases}$$

Exercício 28. *Pitágoras e Tales possuem hoje, cada um, certa quantia em reais. Se Pitágoras desse para Tales* $R\$50,00$, *eles ficariam com a mesma quantia em reais, cada um. Porém, se Tales desse para Pitágoras* $R\$100,00$, *Tales passaria a ter* $\dfrac{1}{4}$ *da quantia de Pitágoras. Dessa forma é correto afirmar que* *a)* *a quantia que os dois possuem hoje, juntos, é menor que* $R\$600,00$.

b) *Pitágoras possui hoje* $\frac{2}{3}$ *do que Tales possui.*

c) *Tales possui hoje mais de* $R\$220,00$.

d) *a diferença entre os valores que eles possuem hoje é menor que* $R\$100,00$.

Exercício 29. *Hoje, dia 29 de julho de 2012, José tem o dobro da idade que Luiz tinha quando José tinha a idade que Luiz tem. Quando Luiz tiver a idade que José tem, a soma das idades deles será 90 anos. Em 29 de julho de 2017, a razão entre as idades de José e Luiz, nessa ordem, será*

a) $\frac{6}{5}$ *b)* $\frac{9}{7}$ *c)* $\frac{5}{4}$ *d)* $\frac{27}{20}$.

Exercício 30. *Certo dia, Isabela e Ana Beatriz saíram para vender pastéis na praia. Elas tinham juntas* 460 *pastéis. No final do dia, verificou-se que Isabela conseguiu vender* $3/5$ *dos pastéis que levara e Ana Beatriz,* $5/8$ *dos pastéis que levara. Ao final do dia, o número de pastéis que restou para Ana Beatriz era a metade do número de pastéis que restou para Isabela. Se Ana Beatriz, levou* x *pastéis para vender, então a soma dos algarismos de* x *é*

a) 6 *b)* 7 *c)* 8 *d)* 9

Exercício 31. *Na fabricação de um produto é utilizado o ingrediente* A *ou* B. *Sabe-se que, para cada* $100kg$ *do ingrediente* A *devem ser utilizados* $10kg$ *do ingrediente* B. *Se, reunindo* xkg *do ingrediente* A *com* ykg *do ingrediente* B *resulta* $44000g$ *do produto, então*

a) $y^x = 2^{60}$ *b)* $\sqrt{xy} = 5\sqrt{10}$ *c)* $\sqrt[10]{y^x} = 256$ *d)* $\sqrt[4]{x^y} = 20$ *e)* $\sqrt{\frac{y}{x}} = 2\sqrt{5}$.

Exercício 32. *Calcule* $\frac{x}{y}$, *sabendo que*

$$\begin{cases} x + 1/y &= 4 \\ y + 1/x &= 1/4 \end{cases}$$

Exercício 33. *Resolva o sistema de equações abaixo.*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_2 + x_3 + x_4 = 9 \\ x_3 + x_4 + x_5 = 3 \\ x_4 + x_5 + x_6 = -3 \\ x_5 + x_6 + x_7 = -9 \\ x_6 + x_7 + x_8 = -6 \\ x_7 + x_8 + x_1 = -2 \\ x_8 + x_1 + x_2 = 2. \end{cases}$$

Respostas e Soluções

1 Exercícios Introdutórios

1. *a) Pela soma das equações, obtém-se $2x = 4$, portanto $x = 2$. Substituindo o valor de x em uma das equações, obtém-se $y = 1$. Assim, o conjunto-solução é $S = \{(2, 1)\}$.*

b) Idem item a. $S = \{(9, 1)\}$.

c) Substituindo o valor de x da segunda equação na primeira, obtém-se $(y+6)+y = 10$, ou seja, $y = 2$. Substituindo este valor de y na segunda equação, obtém-se $x = 2 + 6 = 8$. Assim, o conjunto-solução é $S = \{(8, 2)\}$.

d) Comparando as duas equações, tem-se $2y = y + 18$, ou seja, $y = 18$. Como $x = 2y$, então $x = 36$. Portanto, $S = \{(36, 18)\}$.

e) Idem item a. $S = \{(3, 2)\}$.

f) Idem item a. $S = \{(7/2, 1/2)\}$.

g) Idem item a. $S = \{(1, 1/2)\}$.

h) Idem item a. $S = \{(3, 2)\}$.

i) Para que seja possível a resolução pelo método da adição é necessário que a primeira equação seja multiplicada por -4, obtendo-se o sistema equivalente

$$\begin{cases} -20x + 4y &= -136 \\ 3x - 4y &= 0. \end{cases}$$

Pela soma das duas equações, obtém-se $-17x = -136$ e daí segue que $x = 8$. Substituindo o valor de x em qualquer uma das equações, chega-se a $y = 6$. Portanto, $S = \{(8, 6)\}$.

j) Idem item a. $S = \{(5, 2)\}$.

2. *Sendo os dois números denotados por x e y, onde $x > y$, chega-se ao sistema de equações*

$$\begin{cases} x + y &= 70 \\ x - y &= 28. \end{cases}$$

Pela soma das equações, obtém-se $2x = 98$, ou seja, $x = 49$. Como a soma dos números é 70, então $y = 21$.

3. *Chamando a quantidade de bolinhas de Pedro de p e a quantidade de bolinhas de Mariano de m, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} p + m &= 195 \\ p &= m + 45. \end{cases}$$

Substituindo a segunda equação na primeira, obtém-se $(m + 45) + m = 195$, ou seja, $m = 75$. Assim, Mariano possui 75 bolinhas de gude e, como a soma das quantidades é 195, Pedro possui 120 bolinhas de gude.

4. *Suponha que a quantidade obtida por Guilherme seja g e a quantidade obtida por Santiago s. Obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} g = s + 350 \\ g = 2s. \end{cases}$$

Por comparação das duas equações, obtém-se $2s = s + 350$ e daí segue que $s = 350$. Substituindo tal valor na segunda equação, $g = 2s = 700$. Assim, Guilherme juntou $R\$700,00$ e Santiago, $R\$350,00$.

Comentário para professores:. *cada um dos três exercícios anteriores foi resolvido por um, dos três métodos comuns nos livros do ensino fundamental (adição, substituição e comparação). É importante deixar claro para o aluno que não existe um método mais "fácil"e sim, o mais conveniente para cada situação.*

2 Exercícios de Fixação

5. *Denotando o preço do sapato de s e o da blusa de b, obtemos o sistema*

$$\begin{cases} s + b &= 72 \\ b &= s + 10. \end{cases}$$

Substituindo o valor de b na primeira equação, temos $s + s + 10 = 72$, segue que $s = 31$ e, por consequência, $b = 41$. Ou seja, a blusa custou $R\$41,00$ e o sapato, $R\$31,00$.

6. *Sejam x a quantidade de plutônio e y a quantidade de patetônio. Analise o sistema de equações*

$$\begin{cases} x + y = 375 \\ x - y = 75. \end{cases}$$

Somando as equações, obtém-se $2x = 450$, segue que $x = 225$ e, por consequência, $y = 150$, ou seja, a quantidade de plutônio é $225ml$ e de patetônio é $150ml$.

7. *Inicialmente, lembremo-nos que gansos possuem duas patas e, hipopótamos, quatro. Deonotando a quantidade de gansos por g e a quantidade de hipopótamos por h, obtém-se o sistema de equações*

$$\begin{cases} g + h &= 50 \\ 2g + 4h &= 140 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por (-2), obtém-se o sistema equivalente ao anterior, dado por:

$$\begin{cases} -2g - 2h &= -100 \\ 2g + 4h &= 140. \end{cases}$$

Pela soma das equações, temos $2h = 40$ e daí segue que $h = 20$. Como o total de animais é 50, $g = 30$, ou seja, o número de gansos é 30 e o de hipopótamos é 20.

8. *Sejam c a quantidade de carros e m a quantidade de motos. Pelas informações dadas, constrói-se o sistema*

$$\begin{cases} c+m &= 47 \\ 4c+2m &= 164 \end{cases}$$

que é equivalente ao sistema

$$\begin{cases} -2c-2m &= -94 \\ 4c+2m &= 164. \end{cases}$$

Somando as equações, obtém-se $2c = 70$ e daí segue que $c = 35$. Como o total de veículos é 47, tem-se $m = 47 - 35 = 12$, ou seja, a quantidade de carros é 35 e de motos, 12.

9. *Temos o seguinte sistema:*

$$\begin{cases} x+y &= 17 \\ 50x+10y &= 330 \end{cases}$$

onde x representa a quantidade de cédulas de $R\$50,00$ e y, a de $R\$10,00$. Substituindo $x = 17-y$ na segunda equação, obtém-se $50(17-y)+10y = 330$, ou seja, $y = 13$. Como o total de cédulas é 17, tem-se $x = 4$. Portanto, foram retiradas 13 cédulas de $R\$10,00$ e 4 cédulas de $R\$50,00$.

10. *Pela definição de progressão aritmética, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} x-2 &= y-x \\ 29-y &= y-x \end{cases}$$

Pela primeira equação, obtém-se $y = 2x-2$, donde, substituindo na segunda, chega-se a $2(2x-2)-x = 29$ e daí segue que $x = 11$. Substituindo tal valor em qualquer uma das equações, obtém-se $y = 20$.

11. *Pela subtração das equações, encontra-se $p - q = 0$, ou seja, $p = q$. Utilizando este dado na primeira equação, temos $13p - 92p = -79p = 273$ e daí segue que $p = q = -273/79$.*

12. *Multiplicando a primeira equação por (-3) e somando-a com a segunda, obtemos $\dfrac{16}{y} = 8$. Segue que $y = 2$ e, consequentemente, $x = 10$. Portanto, $S = \{(10,2)\}$.*

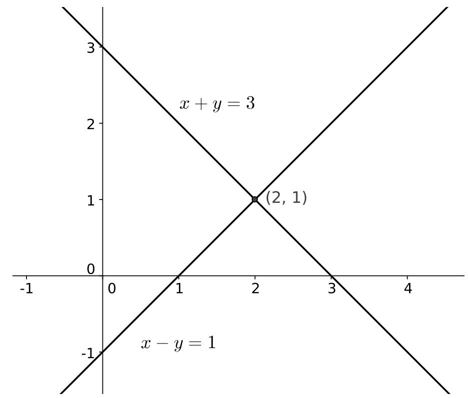
13. *Subtraindo as equações, obtemos $\sqrt{y} = 5$, donde $y = 25$ e, consequentemente, $x = 9$.*

14. *Vamos construir o sistema:*

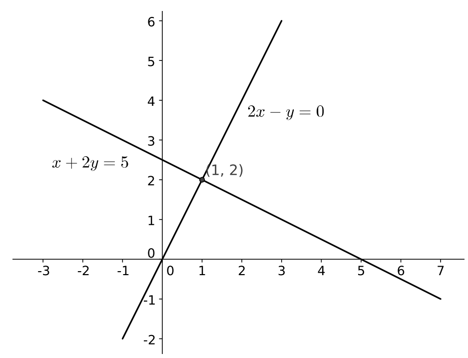
$$\begin{cases} \sqrt{a}+\sqrt{b} &= 17 \\ \sqrt{a} &= 3\sqrt{b}+3. \end{cases}$$

Substituindo $\sqrt{a}$ na primeira equação, obtemos $3\sqrt{b} + 3 + \sqrt{b} = 17$, segue que $\sqrt{b} = \frac{7}{2}$, ou seja, $b = 49/4$. Substituindo este valor na segunda equação, chegamos a $\sqrt{a} = 3 \cdot 7/2 + 3 = 27/2$, ou seja, $a = 729/4$.

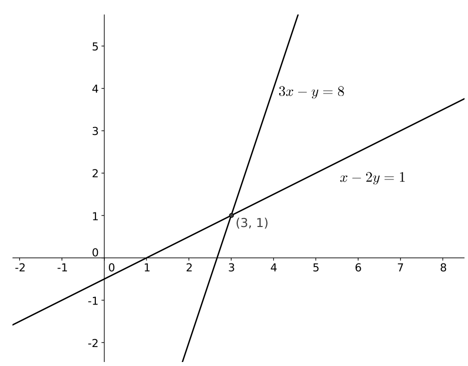
15. *a)*



b)



c)



16. *Multiplicando a segunda equação por 9 e somando o resultado com a primeira, obtemos $91\sqrt[3]{r} = 273$, segue que $\sqrt[3]{r} = 3$, donde $r = 27$. Substituindo na segunda equação, obtemos $\sqrt{s} = 2$, donde $s = 4$. Portanto, $(r,s) = (27,4)$.*

17. *Vamos denotar a quantidade de carrinhos de mão por c, a quantidade de bicicletas por b, a de triciclos por t e a de automóveis de a. Assim, teremos o sistema*

$$\begin{cases} c + 2b + 3t = 26 \\ c + 2b + 4a = 26 \\ c + 3t + 4a = 26 \end{cases}$$

A diferença entre as duas primeiras equações nos mostra que $4a = 3t$. Fazendo o mesmo processo entre a primeira e a última equação, obtemos $2b = 4a$. Por fim, as duas últimas equações nos mostram que $2b = 3t$, ou seja, $4a = 3t = 2b = k$. Como se tratam de valores inteiros positivos, k deve ser múltiplo de 3 e 4. Além disso,

$$2k = 2b + 3t < c + 2b + 3t = 26,$$

ou seja, $k < 13$. Portanto, como existe apenas um múltiplo de 12 positivo e menor que 13, temos $k = 12$. Daí, $4a = 3t = 2b = 12$ e segue que $a = 3$, $b = 6$, $t = 4$ e $c = 2$. Finalmente, temos como total de veículos: $2+3+4+6 = 15$.

3 Exercícios de Aprofundamento e de Exames

18. *(Extraído da OBMEP 2005) Chamando o peso de cada abacate de a, o das bananas de b e o das laranjas de l, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} 4a = 9b \\ 3b = 2l \\ 9l = k, \end{cases}$$

onde k é o peso em de abacates que equilibra a terceira pesagem. Partindo da terceira equação, tem-se

$$2k = 18l = 27b = 12a,$$

ou seja, $2k = 12a$ e daí segue que $k = 6a$. Portanto, deverão ser 6 abacates. Resposta E.

19. *(Extraído da OBMEP 2011) Suponhamos que o tempo de ida, ou volta, a pé seja x e o tempo de ida de ônibus seja y. Pelas informações, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} x + y &= 1h15min \\ 2y &= 30min \end{cases}$$

Pela segunda equação, $y = 15$. Substituindo tal valor na primeira, obtém-se $x = 75 - 15 = 60min$. Para ir e voltar a pé, o tempo gasto é $2x = 120min = 2h$. Resposta A.

20. *(Extraído da OBMEP 2011) Dividamos cada vaso em duas partes: a parte de baixo de altura x e a parte de cima de altura y, ou seja, a altura de cada vaso é $x+y$. No caso de n vasos empilhados, a altura da pilha é $x+ny$. Assim, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} x + 8y &= 36 \\ x + 16y &= 60 \end{cases}$$

Subtraindo as duas equações, obtém-se $8y = 24$, segue daí que $y = 3$ e, consequentemente, $x = 12$. Portanto, cada vaso tem $3 + 12 = 15cm$ de altura. Resposta A.

21. *(Extraído da OBMEP 2011) Chamemos de Joana a mãe de João e Ana. Denotemos por h a quantidade de filhos de Joana e de m a quantidade de filhas. O enunciado nos diz que $h = m + 6$. "Tirando"Ana do cálculo, a equação anterior se transforma em $h = (m - 1) + 7$, ou seja, Ana tem 7 irmãos a mais que irmãs. Resposta E.*

22. *(Extraído da OBMEP 2012 - adaptado) Denotando o peso do copo vazio por x e o peso da quantidade de farinha que cabe em um copo por y, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} 2y + \dfrac{3y}{2} &= 1400 \\ 2x + 2y &= 3x + \dfrac{3y}{2} \end{cases}$$

Pela primeira equação, $7y = 2800$. Segue que $y = 400$, ou seja, em cada copo cabe $400g$ de farinha. Substituindo o valor de y na segunda equação, obtém-se $x = 2y - \dfrac{3y}{2} = y/2 = 200$. Resposta D.

23. *(Extraído da OBM 2014) Supondo x a quantidade de sobrinhos e y a quantidade, em reais, que cada sobrinho deveria receber na primeira situação. Analisando as duas situações iniciais, chega-se ao sistema*

$$\begin{cases} xy = 250 - 10 = 240 \\ x(y - 1) = 250 - 22 = 228 \end{cases}$$

Perceba que não se trata de um sistema de equações do primeiro grau, mas sua solução é simples. Pela segunda equação, temos $xy - x = 228$. Pela primeira equação, $xy = 240$ e assim obtemos $240 - x = 228$. Daí segue que $x = 12$. Como ela, depois de muitas indecisões, resolveu distribuir igualmente apenas $R\$240,00$, cada sobrinho recebeu $240/12 = R\$20,00$. Resposta E.

24. *(Extraído da OBM 2014) Temos:*

$$\begin{aligned} \sqrt{x} - \sqrt{y} &= \frac{x - y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \\ &= \frac{a^2}{b} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} &= b. \end{aligned}$$

Somando e subtraindo a primeira e a terceira equação, segue que $\sqrt{x} = \dfrac{b^2 + a^2}{2b}$ e $\sqrt{y} = \dfrac{b^2 - a^2}{2b}$. Consequentemente, $\sqrt{xy} = \dfrac{b^4 - a^4}{4b^2}$. Resposta A.

25. *(Extraído da OBM 2012) A soma de todas as massas é $956/4 = 239$, já que cada estudante está presente em quatro pares. Sejam suas massas, da menor para a maior, a, b, c, d, e. Sabe-se que $a + b = 90$ e $d + e = 101$, ou seja, $a + b + d + e = 90 + 101 = 191$. Assim, a massa do estudante de massa intermediária é $239 - 191 = 48kg$. Resposta D.*

26. *(Extraído de Colégio Naval 2013) A segunda equação pode ser reescrita como* $16a^2+b^2=5$ *apenas multiplicando-a por* $4a-b$*. Pela primeira equação, podemos concluir que* ab *é* $1/2$*. Assim,*

$$\begin{aligned} 16a^4b^2+a^2b^4-8a^3b^3 &= (ab)^2(16a^2+b^2)-8(ab)^3 \\ &= \frac{1}{4}\cdot 5-\frac{8}{8} \\ &= \frac{1}{4}. \end{aligned}$$

Resposta E.

27. *Somando todas as equações, obtém-se:*

$$6(x_1+x_2+x_3+x_4+x_5)=186,$$

ou seja, $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=31$*. Nota-se que a primeira equação pode ser escrita como* $x_1+x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=x_1+31=6$ *e daí segue que* $x_1=-25$*. De forma análoga, obtém-se os demais resultados repetindo o procendimento com as outras equações. Assim,* $x_2=-19$*,* $x_3=-7$*,* $x_4=17$*,* $x_5=65$*.*

28. *(Extraído de EA CPCAR – EPCAR - 2012) Denotando as quantias iniciais, em reais, de Tales e Pitágoras, respectivamente, por* t *e* p*, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} p-50 &= t+50 \\ \dfrac{p+100}{4} &= t-100 \end{cases}$$

que é equivalente ao sistema

$$\begin{cases} p-t &= 100 \\ p-4t &= -500 \end{cases}$$

Subtraindo as equações, chega-se a $3t=600$ *e daí segue que* $t=200$*. Consequentemente,* $p=300$*. Resposta A.*

29. *(Extraído de EA CPCAR - EPCAR - 2012) Denotemos a idade que Luiz tinha por* x*. Assim, José possui o dobro, ou seja,* $2x$*. Se José possuía* y *anos, a idade atual de Luiz será* y *anos. No futuro, quando Luiz tiver a idade que José possui hoje, a idade de José será de* $90-2x$ *anos. A tabela abaixo reune essas conclusões:*

	Passado	*Presente*	*Futuro*
José	y	$2x$	$90-2x$
Luis	x	y	$2x$

Como a diferença entre o presente e o passado é a mesma para ambos, bem como a diferença entre o futuro e o presente, obtém-se o sistema:

$$\begin{cases} 2x-y &= 90-2x-2x \\ y-x &= 2x-y. \end{cases}$$

Reduzindo termos semelhantes em ambas equações, obtém-se o sistema equivalente

$$\begin{cases} y &= 6x-90 \\ 2y-3x &= 0. \end{cases}$$

Substituindo o valor de y *da primeira equação, na segunda equação, chega-se a* $2(6x-90)-3x=0$*, donde se conclui que* $x=20$*. Substituindo em uma das equações anteriores, obtém-se* $y=30$*. Assim, a razão entre as idades de José e Luiz em 29 de julho de 2017 será*

$$\frac{2x+5}{y+5}=\frac{45}{35}=\frac{9}{7}.$$

Resposta B.

30. *(Extraído de EA CPCAR - EPCAR - 2011) Chamando de* y *a quantidade de pastéis que Isabela levou para vender, temos* $x+y=460$*. Tem-se, então, que Isabela vendeu* $3/5x$ *e Ana Beatriz vendeu* $5/8y$ *pastéis. Como o número de pastéis que restou para Ana Beatriz era a metade do número de pastéis que restou para Isabela, tem-se* $\frac{3x}{8}=\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}y$*, ou seja,* $y=\frac{15}{8}x$*. Substituindo este valor na equação* $x+y=460$*, obtém-se* $\frac{15x}{8}+x=460$*. Daí segue que* $x=160$ *e, portanto, a soma dos algarismos de* x *é* $1+6+0=7$*. Resposta B.*

31. *(Extraído de Colégio Naval - 2012) Utilizando os pesos em kg, obtém-se o sistema*

$$\begin{cases} x+y &= 44 \\ x &= 10y \end{cases}$$

Fazendo a substituição do valor de x *na primeira equação, obtém-se* $10y+y=44$*. Daí, segue que* $y=4$*. Como* $x=10y$*, então* $x=40$ *e* $\sqrt[10]{y^x}=\sqrt[10]{4^{40}}=4^4=256$*. Resposta C.*

32. *Multiplicando a primeira equação por* y *e a segunda equação por* x*, obtemos o sistema equivalente*

$$\begin{cases} xy+1 &= 4y \\ xy+1 &= \dfrac{x}{4} \end{cases}$$

Por comparação, $\frac{x}{4}=4y$*, ou seja,* $\frac{x}{y}=16$*.*

33. *(Olimpíada Russa - 1946) Somando todas as equações, temos* $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8=\frac{0}{3}=0$*. Somando agora primeira, quarta e sétima equações, obtemos* $x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6+x_7+x_8+x_1=0+x_1=6-3-2=1$*, ou seja* $x_1=1$*. De forma análoga podemos obter as demais incógnitas.* $x_2=2$*,* $x_3=3$*,* $x_4=4$*,* $x_5=-4$*,* $x_6=-3$*,* $x_7=-2$*,* $x_8=-1$*.*