

TEOREMA DE BAYES

Prof. Dr. Lucas Santana da Cunha

email: lscunha@uel.br

<http://www.uel.br/pessoal/lscunha/>



UNIVERSIDADE
ESTADUAL DE LONDRINA

08 de maio de 2019

Londrina

Introdução

- Uma das relações mais importantes envolvendo probabilidades condicionais é dada pelo **Teorema de Bayes**.
- Pode-se dizer que é uma junção da definição de probabilidade condicional e da lei da probabilidade total.

Lei da probabilidade total

Definição

Sejam $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ eventos mutuamente excludentes cuja união é o espaço amostral Ω , e que suas probabilidades sejam conhecidas. Assim, se B é um evento qualquer, tem-se:

$$P(B) = \sum_{i=1}^k P(B|A_i)P(A_i), \quad i = 1, \dots, k.$$

Exemplo 1

Numa certa empresa, 4% dos homens e 1% das mulheres têm mais de 1,75m de altura, respectivamente, sendo que 60% dos trabalhadores são mulheres. Um trabalhador é escolhido ao acaso, qual a probabilidade de que tenha mais de 1,75m?

Teorema de Bayes

Definição

Sejam $A_1, A_2, A_3, \dots, A_k$ eventos mutuamente excludentes cuja união é o espaço amostral Ω , e que suas probabilidades sejam conhecidas. Assim, se B é um evento qualquer, tem-se o seguinte teorema:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i)P(A_i)}{\sum_{i=1}^k P(B|A_i)P(A_i)}, \quad i = 1, \dots, k.$$

Exemplo 2

Numa certa empresa, 4% dos homens e 1% das mulheres têm mais de 1,75m de altura, respectivamente, sendo que 60% dos trabalhadores são mulheres. Um trabalhador é escolhido ao acaso e tem mais de 1,75m. Qual a probabilidade de que seja homem?

Exercício 1

O Londrina Esporte Clube ganha com probabilidade 0,7 se chove e com 0,8 se não chove. Em agosto a probabilidade de chuva é de 0,3.

- a) Qual a probabilidade do LEC ganhar uma partida em agosto?
- b) O LEC ganhou uma partida em agosto, qual a probabilidade de ter chovido nesse dia?

Exercício 2

Uma companhia multinacional tem três fábricas que produzem o mesmo tipo de produto. A fábrica I é responsável por 30% do total produzido, a fábrica II produz 45% do total, e o restante vem da fábrica III. Cada uma das fábricas, no entanto, produz uma proporção de produtos que não atendem aos padrões estabelecidos pelas normas internacionais. Tais produtos são considerados “defeituosos” e correspondem a 1%, 2% e 1,5%, respectivamente, dos totais produzidos por fábrica. No centro de distribuição, é feito o controle de qualidade da produção combinada das fábricas.

- a) Qual é a probabilidade de encontrar um produto defeituoso durante a inspeção de qualidade?
- b) Se durante a inspeção, encontramos um produto defeituoso, qual é a probabilidade que ele tenha sido produzido na fábrica II?