RESUMO EM FORMULAS

GUIA PRÁTICO PARA ESTUDO

Adriano Rocha

www.matematicahoje.com

Sumário

Sumário

Sumário

Medidas e Transformações

Comprimento: metro

km hm dam m dm cm mm

:10 x10

1 polegada = 2,54 cm

1 pé = 30,48 cm

1 milha = 1,609 km

Área/superfície: metro quadrado

km^2 hm^2 dam^2 m^2 dm^2 cm^2 mm^2

:100 x100

HECTARE

$1\ ha = 10.000\ m^2$

Volume: metro cúbico

km^3 hm^3 dam^3 m^3 dm^3 cm^3 mm^3

:1000 x1000

Volume: litro

kL hL daL L dL cL mL

:10 x10

LITRO - METRO³

$1\ L = 1\ dm^3$

$1.000\ L = 1\ m^3$

$1\ mL = 1\ cm^3$

Tempo

dia hora minuto segundo

x24 x60 x60

semana = 7 dias
mês = 30 dias
bimestre = 2 meses
trimestre = 3 meses
semestre = 6 meses
ano = 12 meses ou 365 dias
década = 10 anos
século = 100 anos
milênio = 1000 anos

Massa: grama

kg hg dag g dg cg mg

:10 x10

TONELADA

1 to = 1.000 kg

PREFIXOS

10^{12}	10^{9}	10^{6}	10^{3}	10^{2}	10^{1}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}
T_	G_	M_	k_	h_	da_	d_	c_	m_	u_	n_	p_
tera	giga	mega	quilo	hecto	deca	deci	centi	mili	micro	nano	pico

Produtos Notáveis

MULTIPLICAÇÃO DE EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

QUADRADO DA SOMA

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Ex: $= (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

QUADRADO DA DIFERENÇA

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Ex: $= (2x - 5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$

CUBO DA SOMA

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

Ex: $= (x + 2)^3 = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

CUBO DA DIFERENÇA

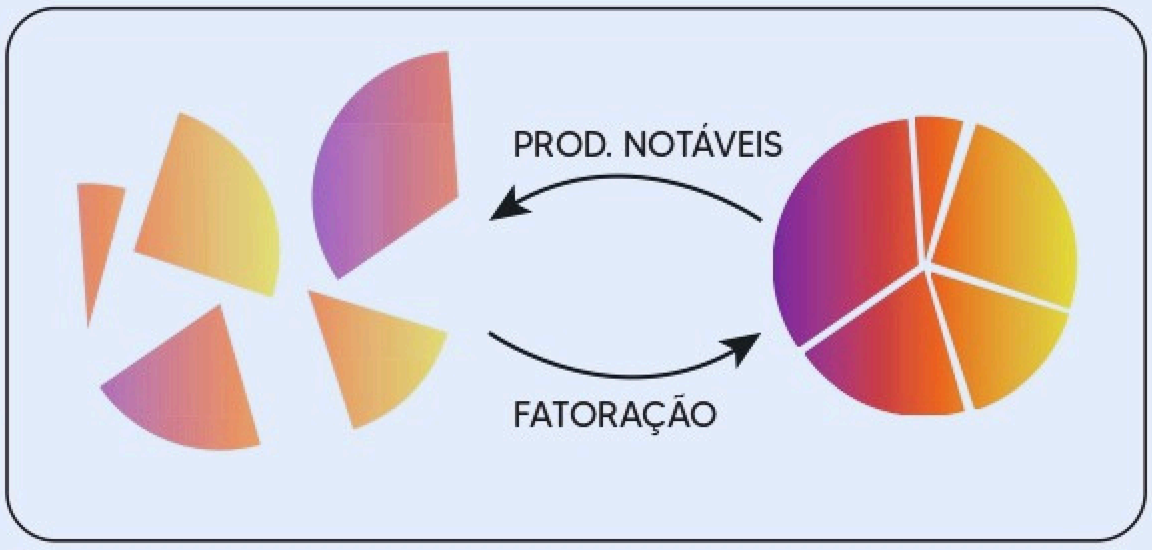
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Ex: $= (2x - 7)^3 = 8x^3 - 84x^2 + 294x - 343$

PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Ex: $= (x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$



Fatoração

TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO

EVIDÊNCIA

$ab + ac = a(b + c)$

Ex: $= 3x^2 + 5x = x(3x + 5)$

AGRUPAMENTO

$ac + ad + bc + bd =$
$a(c + d) + b(c + d) =$
$(a + b)\cdot(c + d)$

Ex: $ax + 2a + 5x + 10 =$
$a(x + 2) + 5(x + 2) =$
$(a + 5)(x + 2)$

DIFERENÇA DE DOIS QUADRADOS

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Ex: $9x^2 - 25 = (3x + 5)(3x - 5)$

TRINÔMIO QUADRADO PERFEITO

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$
$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

Ex: $9x^2 - 42x + 49 = (3x - 7)^2$

SOMA DE DOIS CUBOS

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Ex: $8 + x^3 = (2 + x)(4 - 2x + x^2)$

DIFERENÇA DE DOIS CUBOS

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

Ex: $x^3 - 1 = (x - 1)(x^2 + x + 1)$

Conjuntos

Para relacionar elementos com conjuntos

$\in$	**PERTENCE**
$\notin$	**NÃO PERTENCE**

EXEMPLO: $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$

$2 \in A$ O elemento 2 pertence ao conjunto A

$4 \notin A$ O elemento 4 não pertence ao conjunto A

Para relacionar conjuntos com conjuntos

$\supset$	**CONTÉM**
$\not\supset$	**NÃO CONTÉM**
$\subset$	**ESTÁ CONTIDO**
$\not\subset$	**NÃO ESTÁ CONTIDO**

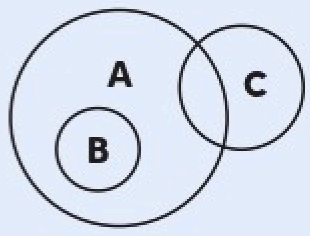
EXEMPLO: $A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 8\}$, $C = \{4, 6\}$

$A \supset B$ O conjunto A contém o conjunto B

$A \not\supset C$ O conjunto A não contém o conjunto B

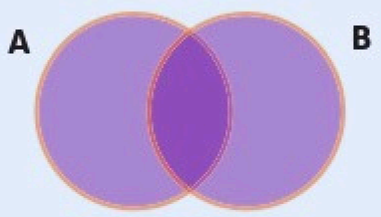
$B \subset A$ O conjunto B está contido no conjunto A

$C \not\subset A$ O conjunto C não está contido no conjunto A



INTERAÇÃO ENTRE CONJUNTOS

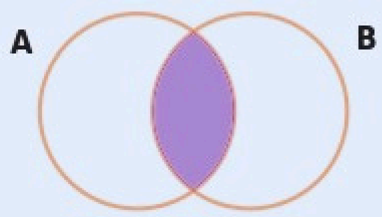
UNIÃO (∪)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
$B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

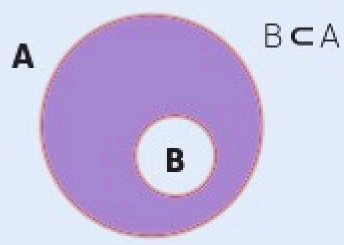
INTERSEÇÃO (∩)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
$B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$

$A \cap B = \{1, 2, 8\}$

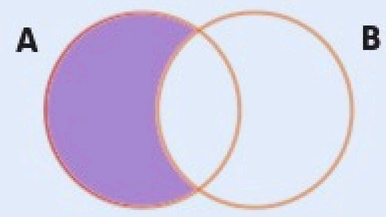
COMPLEMENTAR (∁)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
$B = \{1, 2, 3\}$

$\complement_A^B$ ou $\bar{A} = A - B = \{5, 6, 8\}$

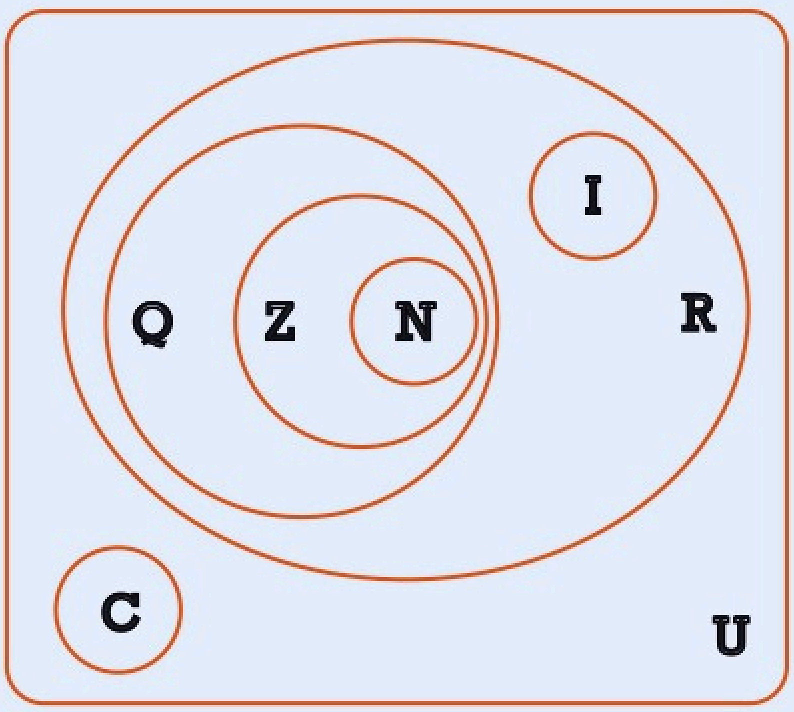
SUBTRAÇÃO (-)



$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 8\}$
$B = \{1, 2, 4, 7, 8\}$

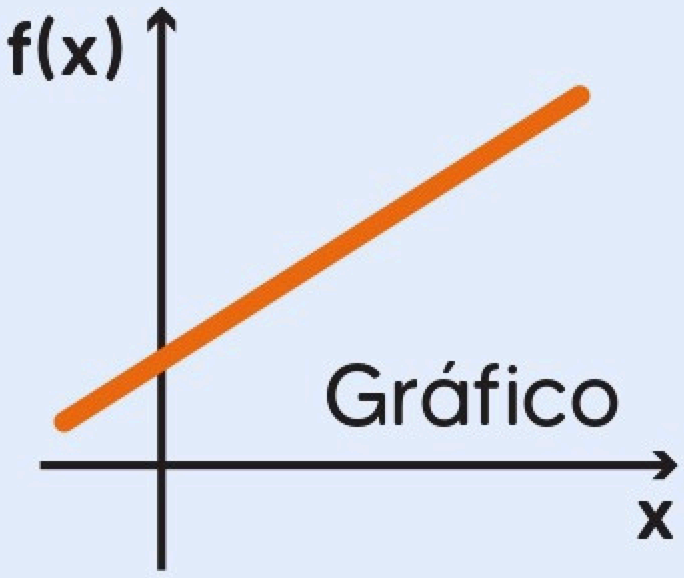
$A - B = \{3, 5, 6\}$

CONJUNTOS NUMÉRICOS



N	NATURAIS	$\{0, 1, 2, 3, 4...\}$	
Z	INTEIROS	$\{...-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3...\}$	$N \subset Z$
Q	RACIONAIS	$\{-3; 0; 1; \frac{1}{2}; 3; 4; 0{,}333...\}$	$Z \subset Q$
I	IRRACIONAIS	$\{\sqrt{3}; \pi; e; 4{,}3452632...\}$	$I \not\subset Q$
R	REAIS	$Q \cup I$	
C	COMPLEXOS	$\{i = \sqrt{-1}\}$	$I \not\subset R$
U	UNIVERSO	$R \cup C$	

Função do 1° Grau



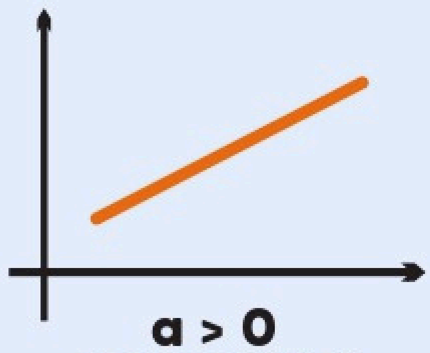
$$f(x) = ax + b$$

Coeficiente Linear

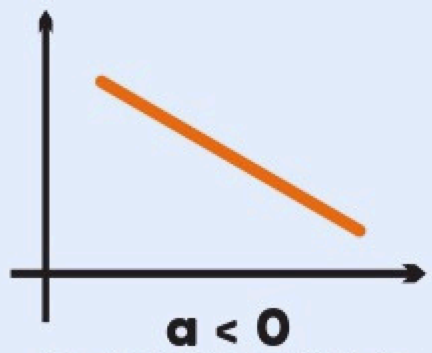
Coeficiente Angular

COEFICIENTE ANGULAR (a)

Determina a inclinação da reta



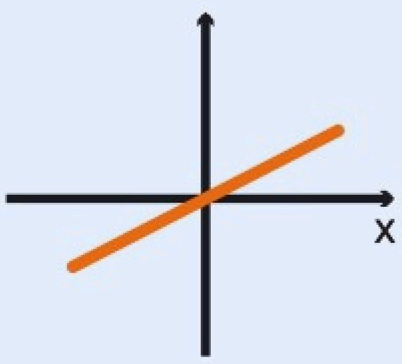
$a > 0$
CRESCENTE



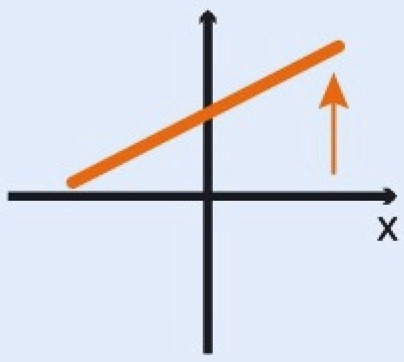
$a < 0$
DECRESCENTE

COEFICIENTE LINEAR (b)

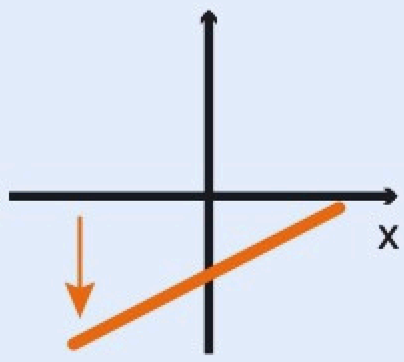
Responsável por deslocar verticalmente a reta



b = 0
A reta passa pela origem

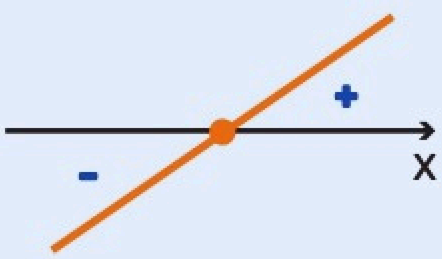


b > 0
Deslocada para cima

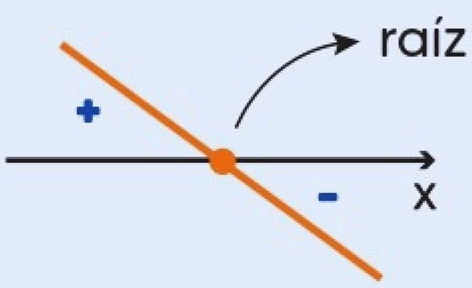


b < 0
Deslocada para baixo

ANÁLISE DOS SINAIS



RETA CRESCENTE
f(x) é positivo quando **x > raiz**
f(x) é negativo quando **x < raiz**
f(x) é nulo quando **x = raiz**

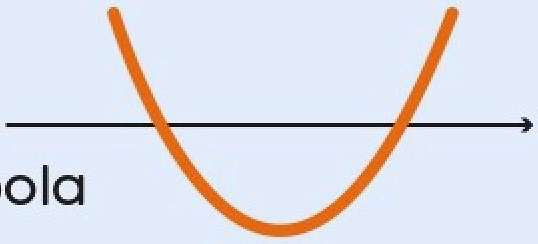


RETA DECRESCENTE
f(x) é positivo quando **x < raiz**
f(x) é negativo quando **x > raiz**
f(x) é nulo quando **x = raiz**

FUNÇÃO DO 2º GRAU

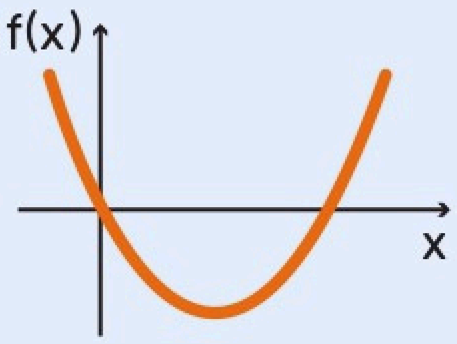
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Parábola

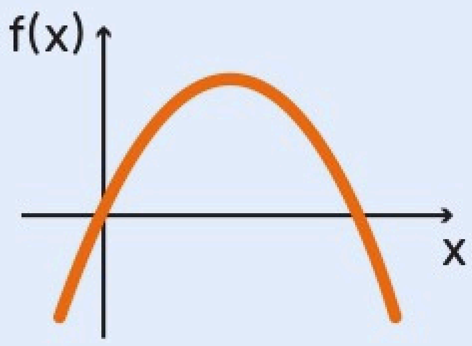


CONCAVIDADE

Determinada pelo valor do coeficiente **a**



a > 0
concavidade voltada para cima



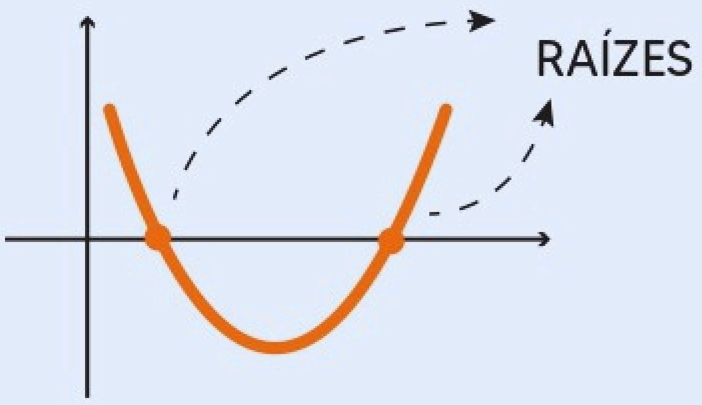
a < 0
concavidade voltada para baixo

RAÍZES DA FUNÇÃO

Pode ser determinada pela fórmula de Bhaskara:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

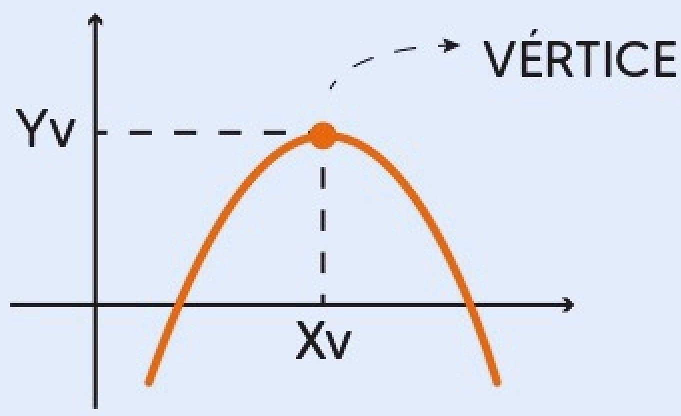


VÉRTICE DA FUNÇÃO

As coordenadas X e Y do vértice podem ser achadas através das fórmulas:

$$X_v = \frac{-b}{2a}$$

$$Y_v = \frac{-\Delta}{4a}$$

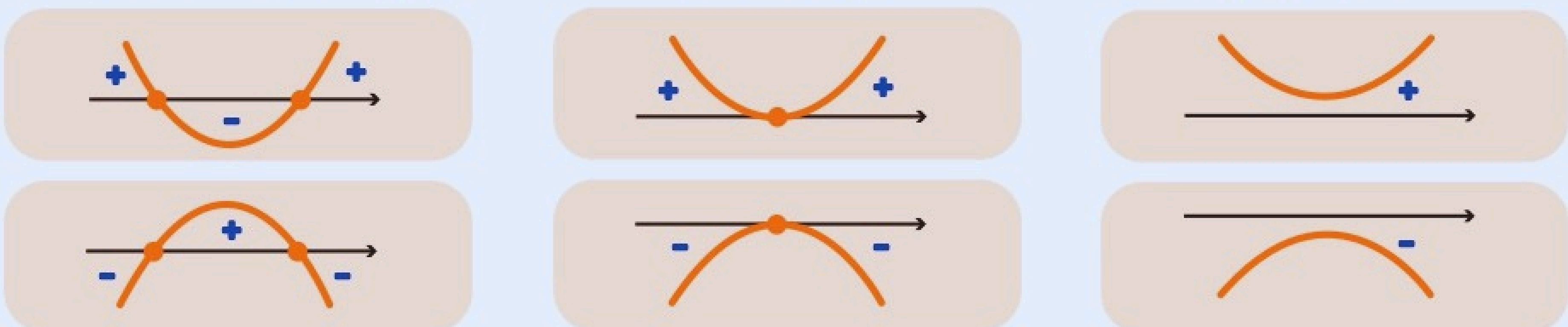


ANÁLISE DO DELTA (Δ)

$\Delta > 0$
2 raízes reais e distintas

$\Delta = 0$
1 raiz real

$\Delta < 0$
nenhuma raiz real



MATERIAL EXCLUSIVO

📘 A Coleção Definitiva de eBooks Para Dominar a Matemática Sem Sofrimento

10 eBooks Diretos, Didáticos e 100% Práticos – do Básico ao Avançado

🔒 Desbloqueie Agora Seu Acesso à Matemática Sem Travar em Nenhuma Prova

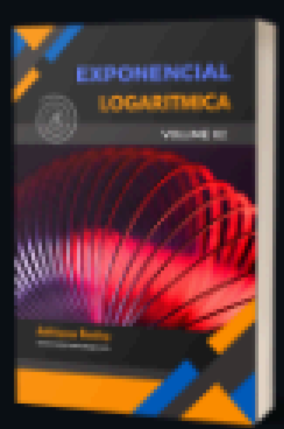
VER OS EBOOKS AGORA

10	775	95	7
eBooks Completos	Questões Resolvidas	% Didático	dias Garantia

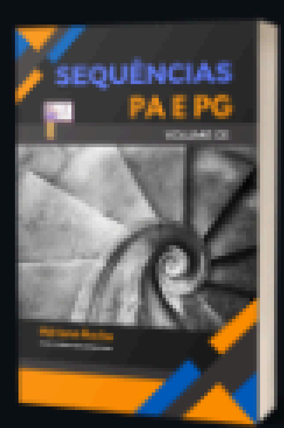
📚 Os 10 eBooks que Vão Mudar Seu Jeito de Estudar Matemática

Cada volume cobre um conteúdo essencial. Tudo organizado e com linguagem didática.

✓ Gráficos explicados passo a passo
✓ Fórmulas essenciais
✓ Exercícios resolvidos



✓ Propriedades fundamentais
✓ Aplicações práticas
✓ Questões comentadas



✓ Fórmulas do termo geral
✓ Soma dos termos
✓ Exercícios de vestibulares

DOWNLOAD IMEDIATO

✓ Áreas e perímetros

✓ Volumes e áreas

✓ Operações matriciais

Potenciação

PROPRIEDADES

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS COM MESMA BASE

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y}$$

$$a^x / a^y = a^{x-y}$$

BASE 1

$$1^x = 1$$

EXPOENTE 1

$$x^1 = x$$

EXPOENTE 0

$$x^0 = 1$$

EXPOENTE NEGATIVO

$$a^{-x} = \left(\frac{1}{a}\right)^x$$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO DE POTÊNCIAS COM MESMO EXPOENTE

$$a^x \cdot b^x = (a \cdot b)^x$$

$$a^x / b^x = (a/b)^x$$

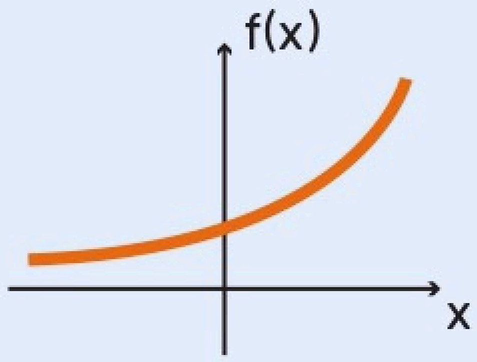
EXPOENTE FRACIONÁRIO

$$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

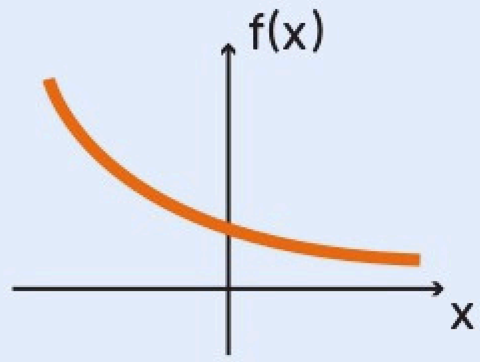
FUNÇÃO EXPONENCIAL

$$f(x) = a^x$$

$(a > 0)$



$a > 1$
função crescente



$0 < a < 1$
função decrescente

EQUAÇÃO EXPONENCIAL

Quando as bases dos dois lados da equação forem iguais, corte as bases e iguale os expoentes:

$$a^x = a^y$$

$$\downarrow$$

$$x = y$$

INEQUAÇÃO EXPONENCIAL

Quando as bases dos dois lados da inequação forem iguais, corte as bases e compare os expoentes, existem 2 possibilidades possíveis:

$$a^x > a^y$$

$$x > y$$

Mantenha o sinal quando **$a > 1$**

$$x < y$$

Inverta o sinal quando **$0 < a < 1$**

Logaritmos

PROPRIEDADES

LOGARITMANDO 1

$$\log_b 1 = 0$$

LOGARITMANDO E BASE IGUAIS

$$\log_a a = 1$$

$\log_2 2 = 1$

EXPOENTE DO LOGARITMANDO

$$\log_b a^x = x \cdot \log_b a$$

$\log 5^2 = 2 \cdot \log 5$

EXPOENTE DA BASE

$$\log_{b^x} a = \frac{1}{x} \cdot \log_b a$$

$\log_{5^3} 2 = \frac{1}{3} \cdot \log_5 2$

LOGARITMO DA MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

$$\log_c (a \cdot b) = \log_c a + \log_c b$$

$$\log_c \left(\frac{a}{b}\right) = \log_c a - \log_c b$$

$\log \left(\frac{2 \cdot 3}{7}\right) = \log 2 + \log 3 - \log 7$

MUDANÇA DE BASE

$$\log_b a = \frac{\log_c a}{\log_c b}$$

$\log_3 2 = \frac{\log 2}{\log 3}$

(escolha a base)

LOGARITMO NATURAL

$$\ln a = \log_e a$$

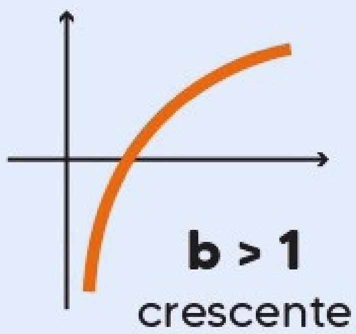
$\ln e = \log_e e = 1$

OBS: Quando a base não for especificada, o seu valor é 10.

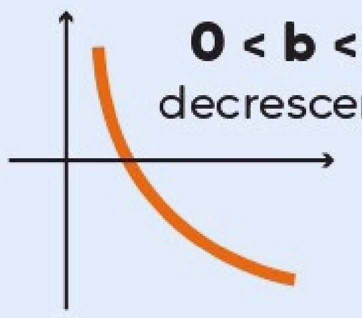
FUNÇÃO LOGARITMICA

$$f(x) = \log_b x$$

$(b > 0 \text{ e } b \neq 1)$



b > 1
crescente



0 < b < 1
decrescente

EQUAÇÃO LOGARITMICA

Quando as bases dos logaritmos em ambos os lados da equação forem iguais, corte os logs e iguale os logaritmandos:

$$\log_b x = \log_b y$$

$$x = y$$

EXEMPLO:

$\log_2 (x + 4) = \log_2 (-x)$

$x + 4 = -x$

$x = -2$

INEQUAÇÃO LOGARITMICA

Quando as bases dos dois lados da inequação forem iguais, corte os logs e compare os logaritmandos, existem 2 possibilidades possíveis:

$$\log_b x > \log_b y$$

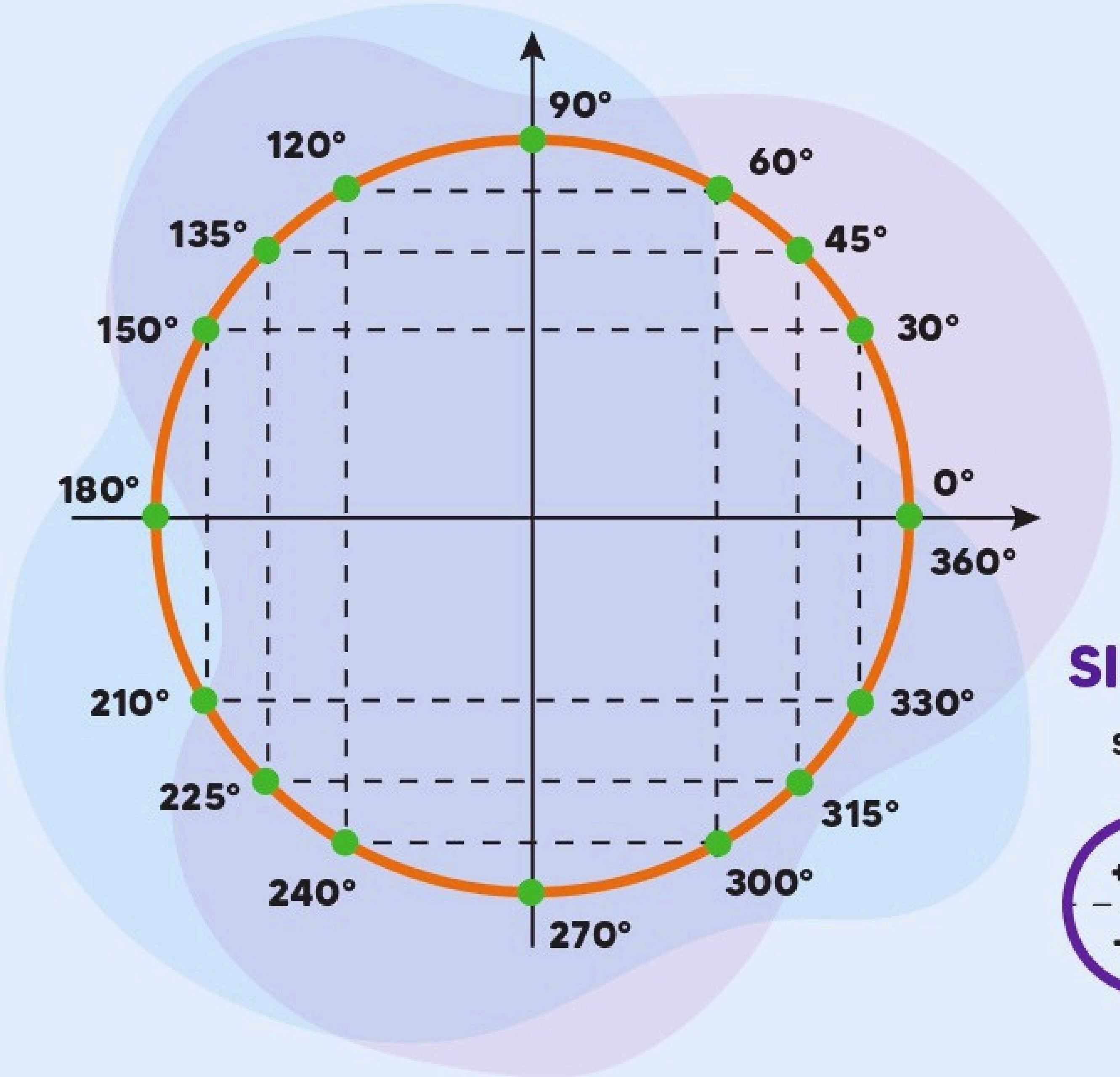
$$x > y$$

Mantenha o sinal quando **b > 1**

$$x < y$$

Inverta o sinal quando **0 < b < 1**

Ciclo Trigonométrico



TRANSFORMAÇÃO

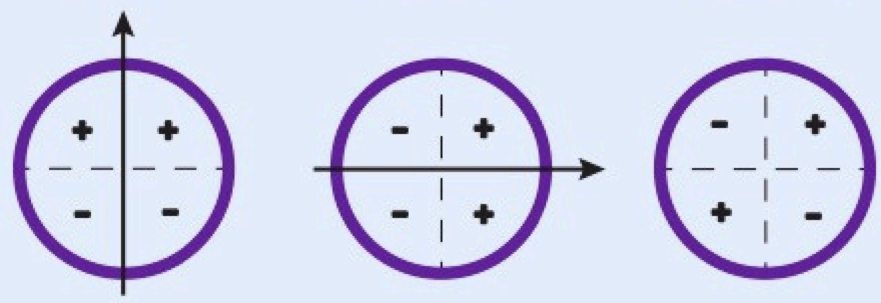
GRAUS RADIANOS

$$\frac{G}{180} = \frac{R}{\pi}$$

G: Ângulo em Graus
R: Ângulo em Radianos

SINAIS DOS QUADRANTES

SENO COSSENO TANGENTE



	1° QUADRANTE				2° QUADRANTE				3° QUADRANTE				4° QUADRANTE			
	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
sen	0	1/2	√2/2	√3/2	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	-√3/2	-√2/2	-1/2	0
cos	1	√3/2	√2/2	1/2	0	-1/2	-√2/2	-√3/2	-1	-√3/2	-√2/2	-1/2	0	1/2	√2/2	√3/2	1
tan	0	√3/3	1	√3	-	-√3	-1	-√3/3	0	√3/3	1	√3	-	-√3	-1	-√3/3	0

REDUÇÃO AO PRIMEIRO QUADRANTE

2° QUADRANTE

sen a = + sen (180° - a)
cos a = - cos (180° - a)
tan a = - tan (180° - a)

EXEMPLO:
sen 120° = +sen (180° - 120°) = sen 60°
cos 135° = -cos (180° - 135°) = -cos 45°

3° QUADRANTE

sen a = - sen (a - 180°)
cos a = - cos (a - 180°)
tan a = + tan (a - 180°)

EXEMPLO:
sen 240° = -sen (240° - 180°) = -sen 60°
tan 210° = +tan (210° - 180°) = tan 30°

4° QUADRANTE

sen a = - sen (360° - a)
cos a = + cos (360° - a)
tan a = - tan (360° - a)

EXEMPLO:
cos 330° = +cos (360° - 330°) = cos 30°
tan 315° = -tan (360° - 315°) = -tan 45°

Fórmulas Trigonométricas

FUNÇÕES INVERSAS

$$\text{cossecante } a = \frac{1}{\text{sen } a}$$

$$\text{secante } a = \frac{1}{\cos a}$$

$$\text{cotangente } a = \frac{1}{\tan a} = \frac{\cos a}{\text{sen } a}$$

RELAÇÕES FUNDAMENTAIS

$$\text{sen}^2 a + \cos^2 a = 1$$

$$\text{cossec}^2 a - \text{cotan}^2 a = 1$$

$$\sec^2 a - \tan^2 a = 1$$

ARCO SOMA E DIFERENÇA

$$\text{sen}(a + b) = \text{sen } a \cdot \cos b + \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$\text{sen}(a - b) = \text{sen } a \cdot \cos b - \text{sen } b \cdot \cos a$$

$$\cos(a + b) = \cos a \cdot \cos b - \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cdot \cos b + \text{sen } a \cdot \text{sen } b$$

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \cdot \tan b}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \cdot \tan b}$$

Ex: cos(75) = sen (45 + 30) = cos(45)·cos(30) - sen(45)·sen(30)
sen(15) = sen (45 - 30) = sen(45)·cos(30) - sen(30)·cos(45)

ARCO DUPLO

$$\text{sen}(2a) = 2 \text{ sen } a \cdot \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \text{sen}^2 a$$

$$\tan(2a) = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

ARCO METADE

$$\text{sen}(a/2) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

$$\cos(a/2) = \pm\sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\tan(a/2) = \pm\sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}}$$

TRANSFORMAÇÃO EM PRODUTO

$$\text{sen } a + \text{sen } b = 2 \text{ sen } \frac{a + b}{2} \cos \frac{a - b}{2}$$

$$\text{sen } a - \text{sen } b = 2 \text{ sen } \frac{a - b}{2} \cos \frac{a + b}{2}$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \frac{a + b}{2} \cos \frac{a - b}{2}$$

$$\cos a - \cos b = -2 \text{ sen } \frac{a + b}{2} \text{ sen } \frac{a - b}{2}$$

$$\tan a + \tan b = \frac{\text{sen } (a + b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

$$\tan a - \tan b = \frac{\text{sen } (a - b)}{\cos a \cdot \cos b}$$

Ex: sen(105) + sen(15) =
2 · sen[(105+15)/2] · cos[(105-15)/2] =
2 · sen[120/2] · cos[(90)/2] =
2 · sen[60] · cos[45]

Funções Trigonométricas

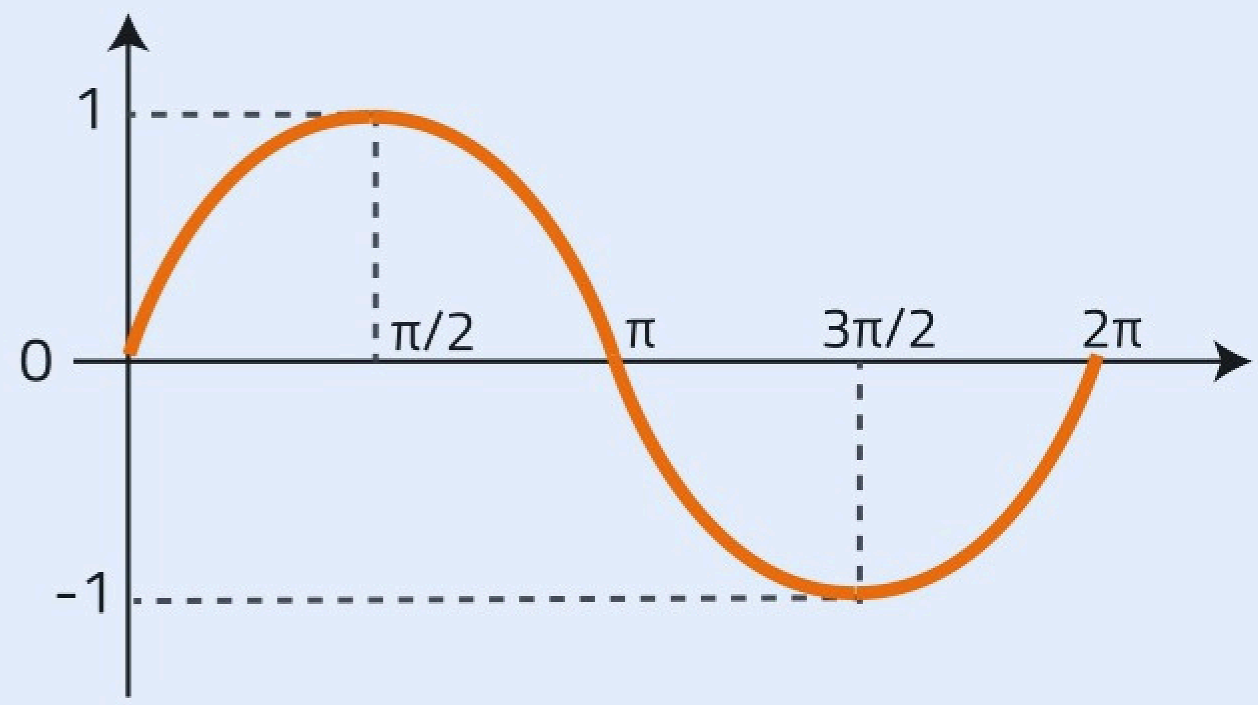
FUNÇÃO SENO

$f(x) = a + b \cdot \text{sen}(c \cdot x + d)$

Amplitude = b

Período = $\frac{2\pi}{c}$

Imagem = [a-b, a+b]



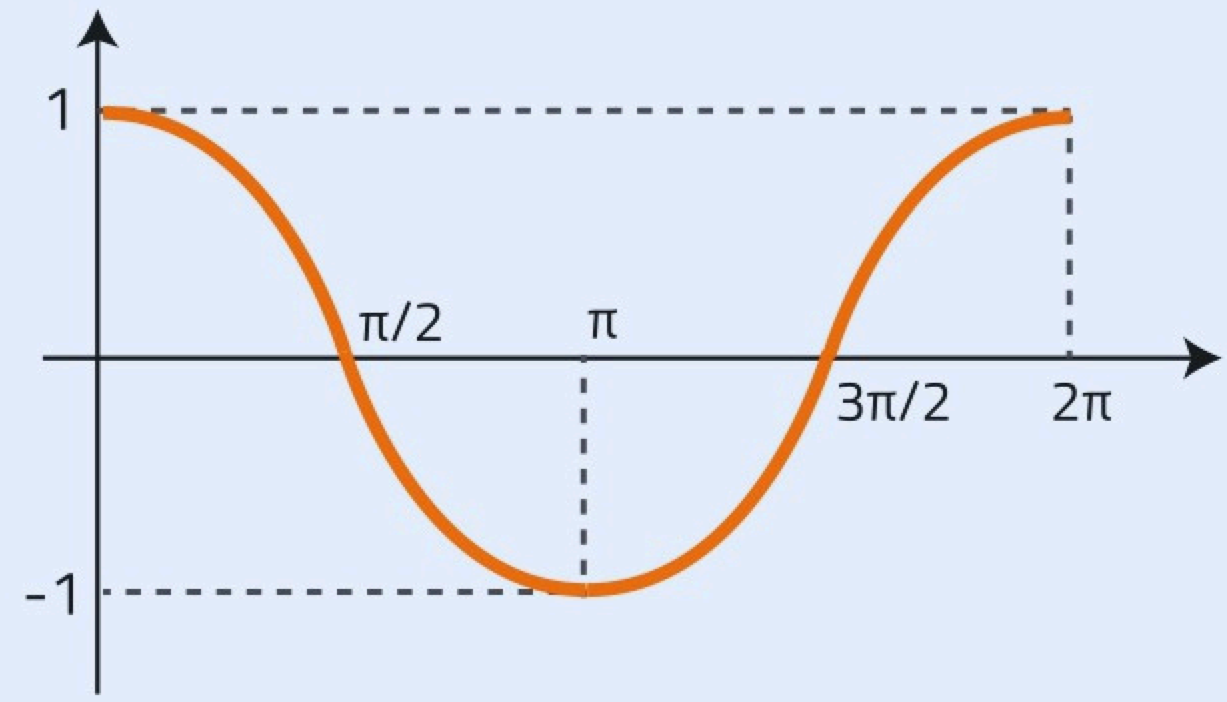
FUNÇÃO COSSENO

$f(x) = a + b \cdot \cos(c \cdot x + d)$

Amplitude = b

Período = $\frac{2\pi}{c}$

Imagem = [a-b, a+b]

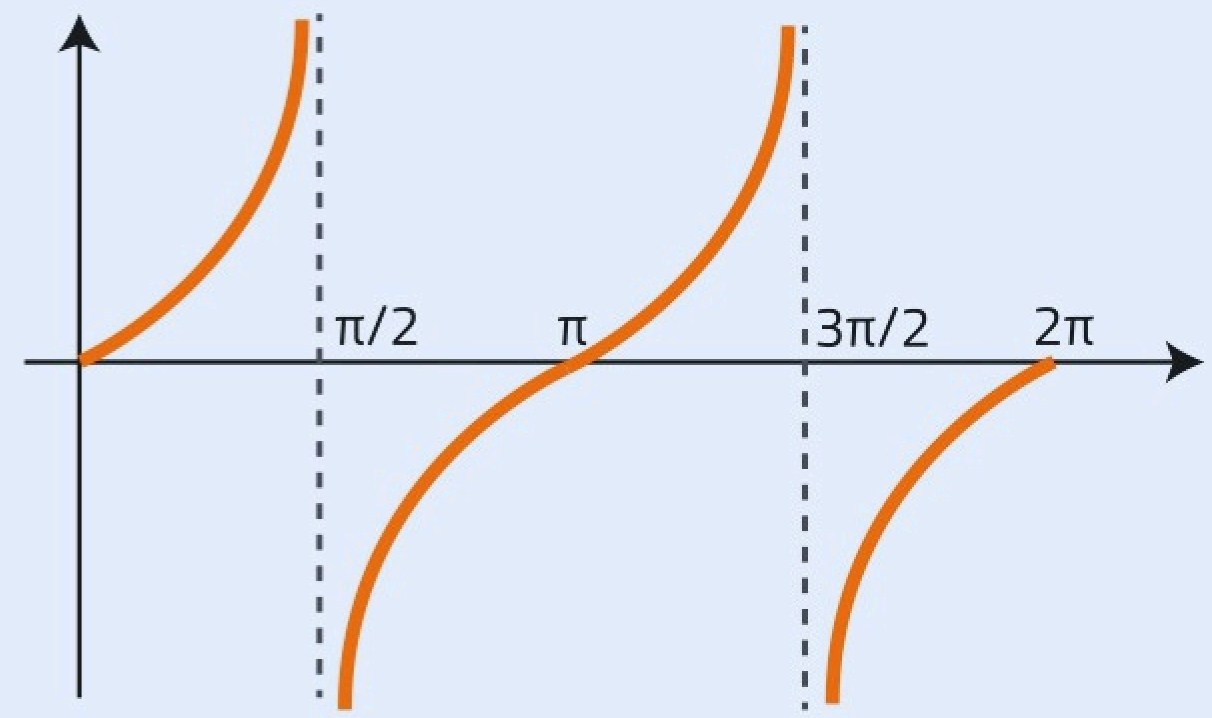


FUNÇÃO TANGENTE

$f(x) = a + b \cdot \tan(c \cdot x + d)$

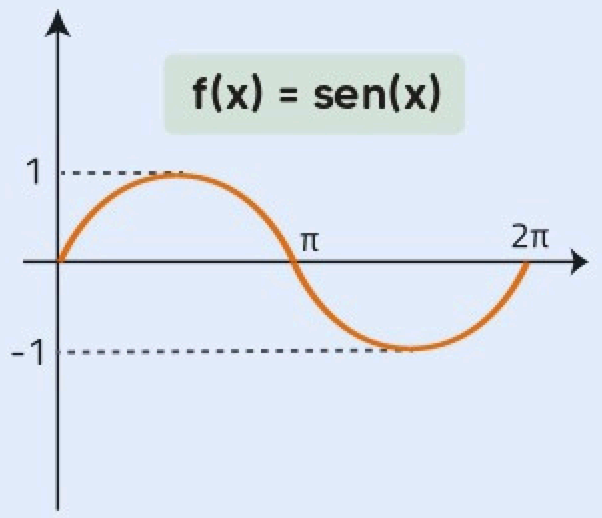
Período = $\frac{\pi}{c}$

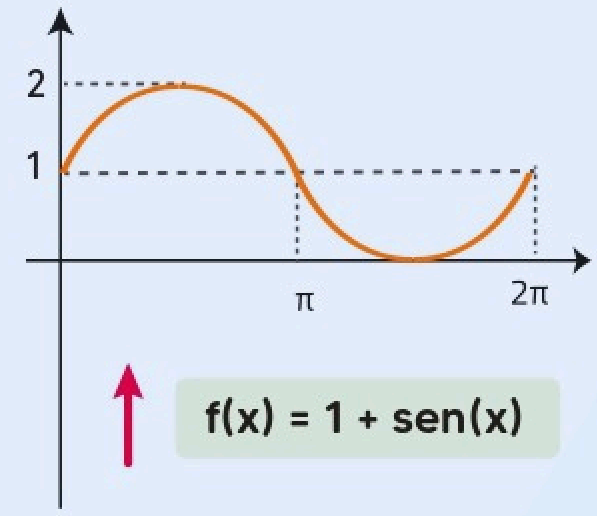
Imagem = R

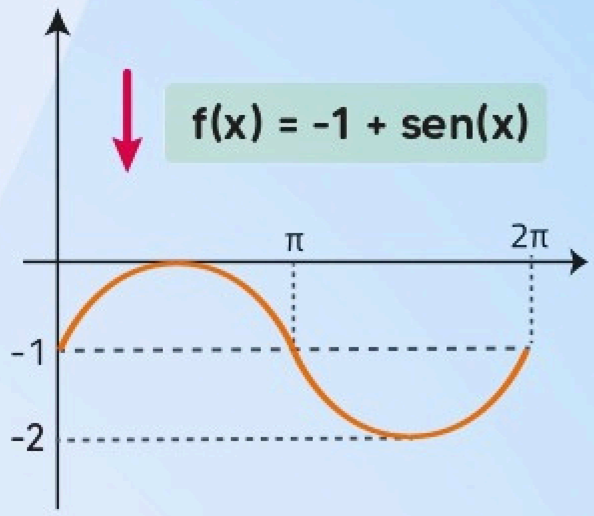


Coeficiente a

Responsável por deslocar a função verticalmente

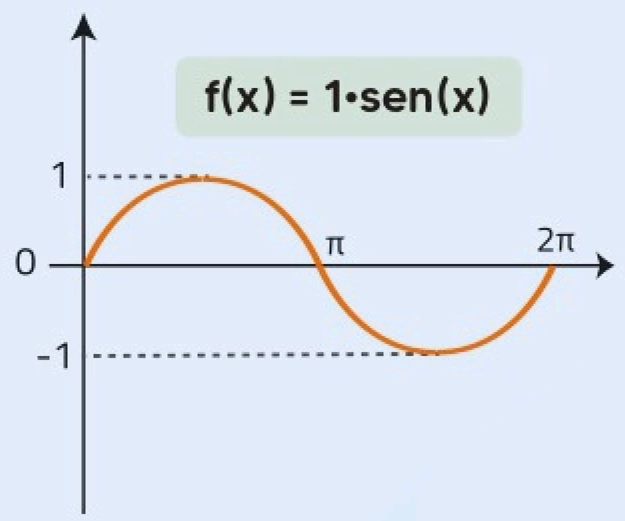


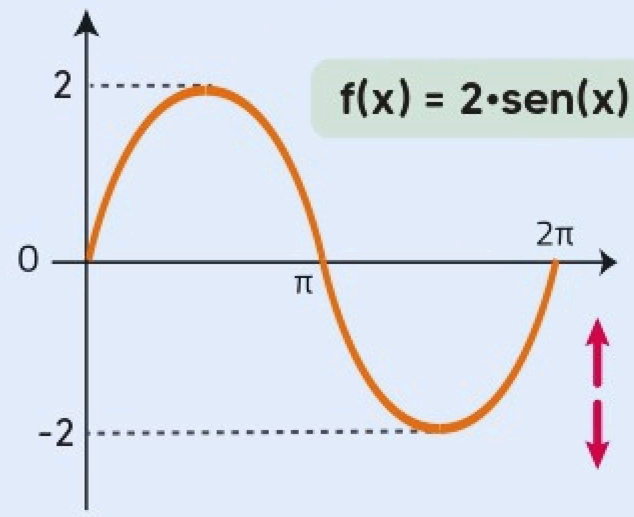


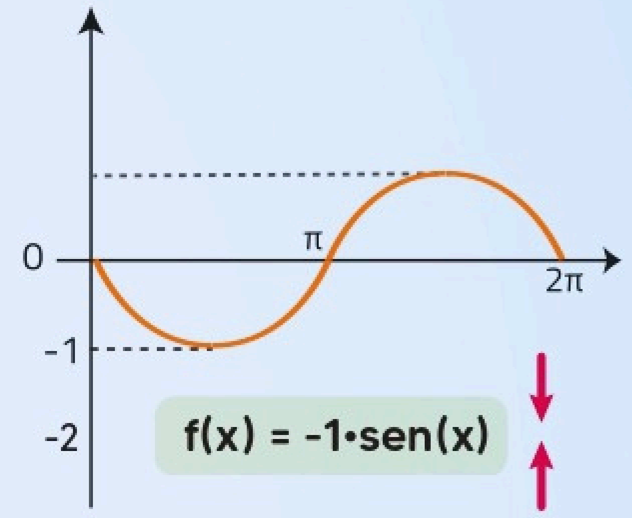


Coeficiente b

Responsável por deformar a função verticalmente

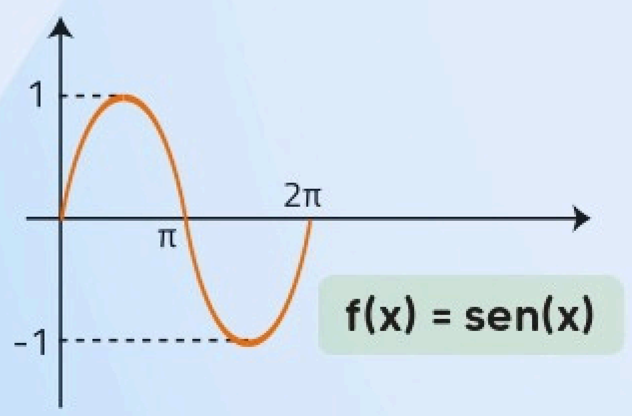


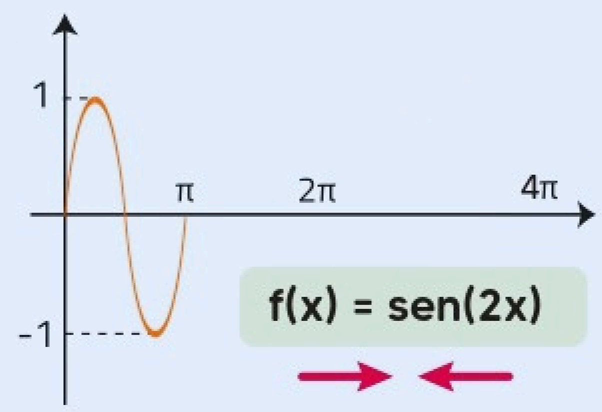


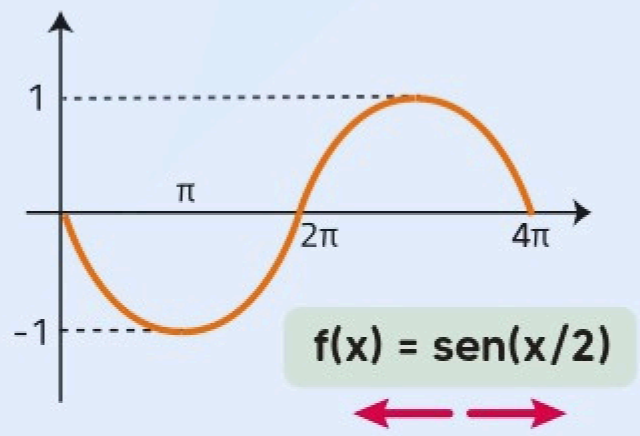


Coeficiente c

Responsável por deformar a função horizontalmente

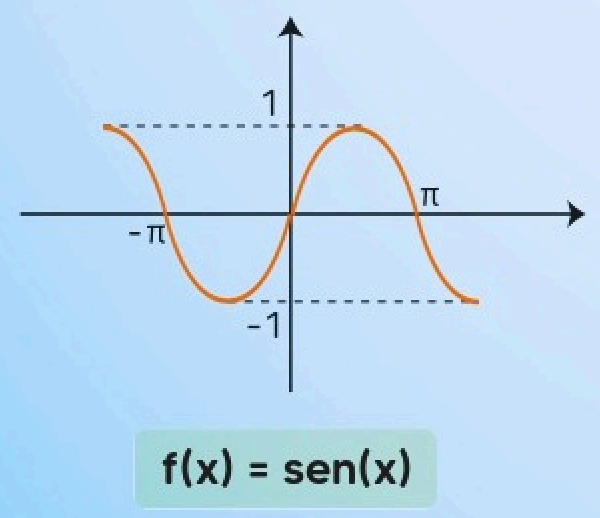


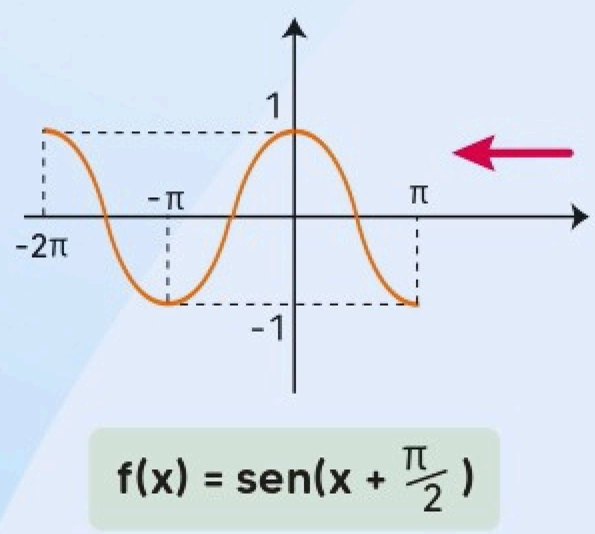


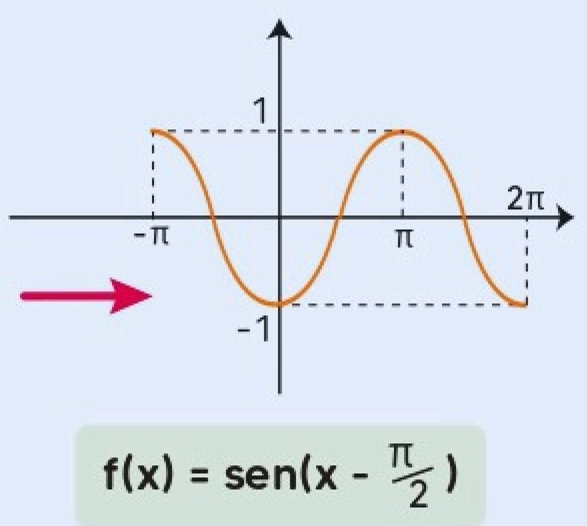


Coeficiente d

Responsável por deformar a função horizontalmente

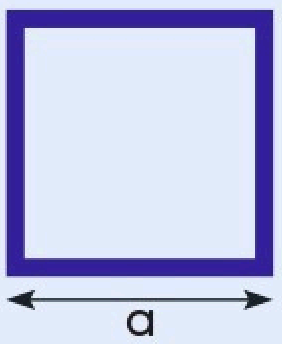






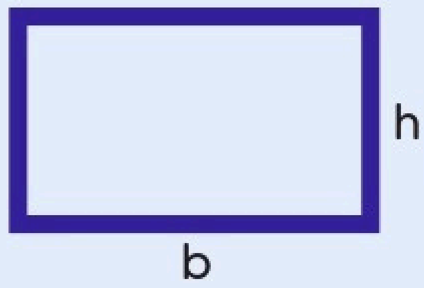
Área de Figuras Planas

QUADRILÁTEROS



QUADRADO

$A = a^2$

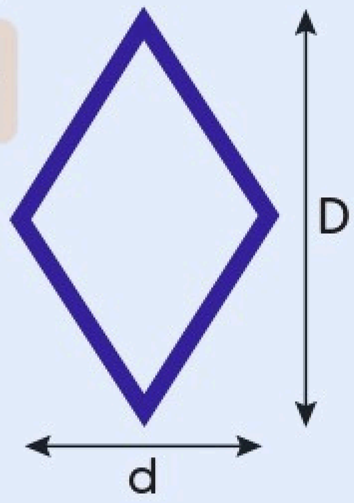


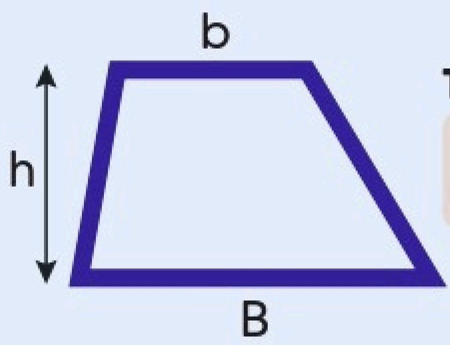
RETÂNGULO

$A = b \cdot h$

LOSANGO

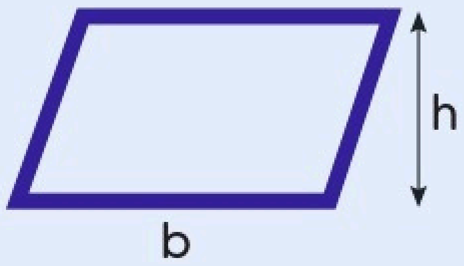
$A = \frac{D \cdot d}{2}$





TRAPÉZIO

$A = \frac{(b + B) \cdot h}{2}$



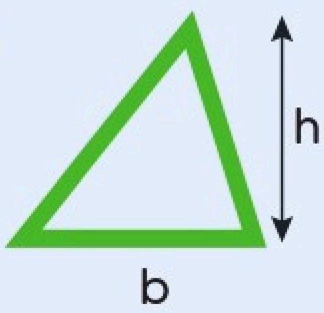
PARALELOGRAMO

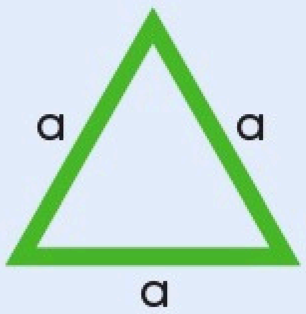
$A = b \cdot h$

TRIÂNGULOS

TRIÂNGULO SIMPLES

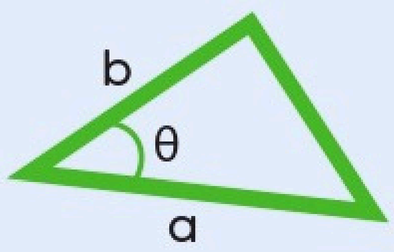
$A = \frac{b \cdot h}{2}$





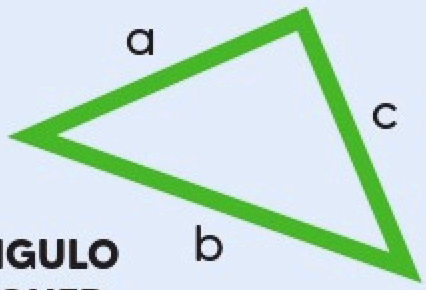
TRIÂNGULO EQUILÁTERO

$A = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



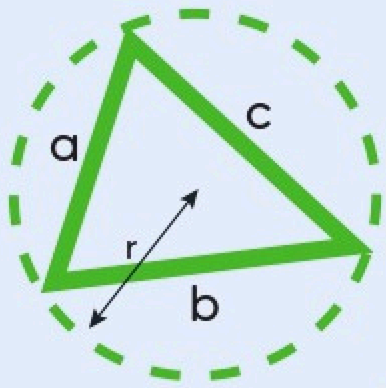
ÂNGULO ENTRE LADOS

$A = \frac{a \cdot b \cdot \text{sen}\ \theta}{2}$



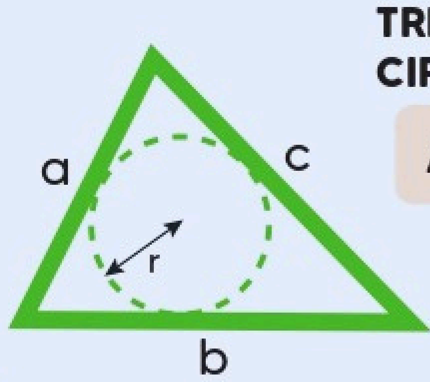
TRIÂNGULO QUALQUER

$A = \sqrt{p(p - a)(p - b)(p - c)}$



TRIÂNGULO INSCRITO

$A = \frac{a \cdot b \cdot c}{4r}$



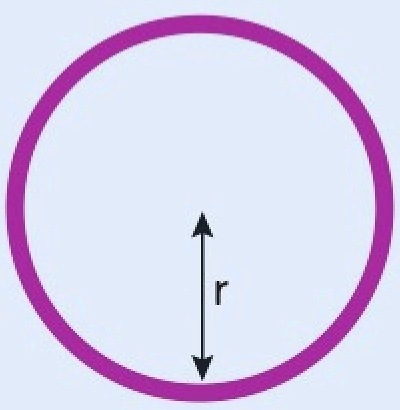
TRIÂNGULO CIRCUNSCRITO

$A = p \cdot r$

p: semiperímetro

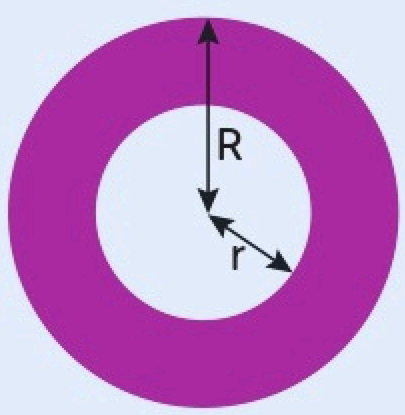
$p = \frac{a + b + c}{2}$

CIRCUNFERÊNCIAS



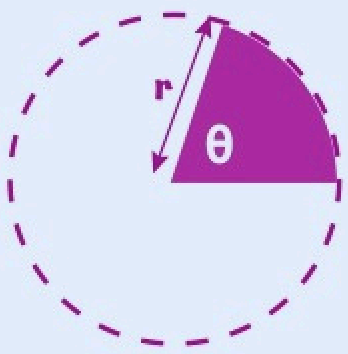
CIRCUNFERÊNCIA

$A = \pi \cdot r^2$



COROA CIRCULAR

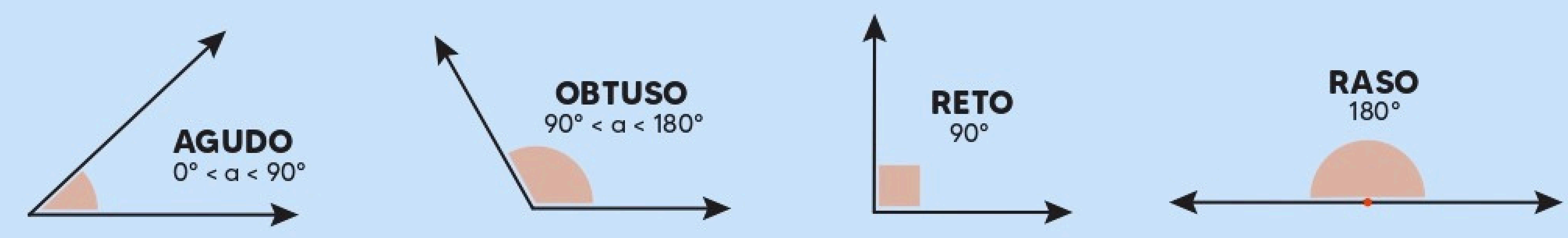
$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$



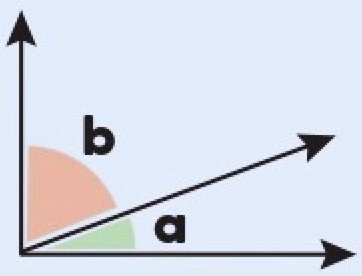
SETOR CIRCULAR

$A = \frac{\theta}{360} \cdot \pi \cdot r^2$

Ângulos

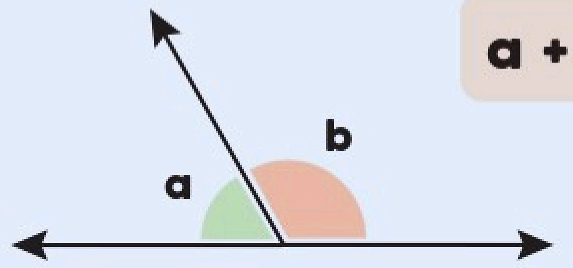


COMPLEMENTARES



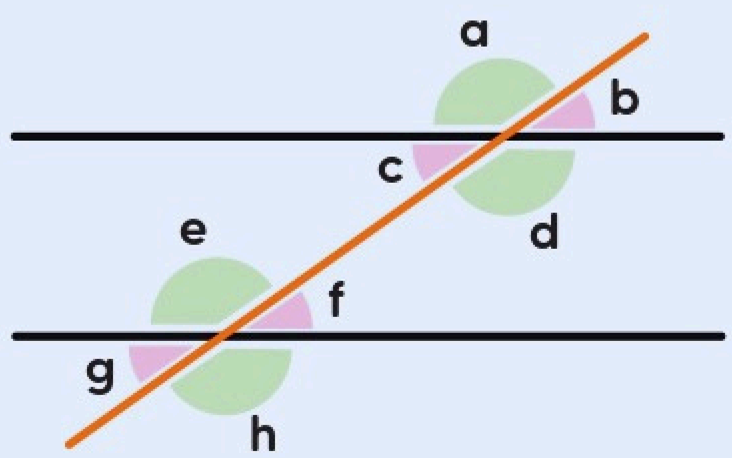
$a + b = 90^\circ$

SUPLEMENTARES



$a + b = 180^\circ$

Paralelas e Transversal



OPOSTOS PELO VÉRTICE

$a = d$ $e = h$
$c = b$ $g = f$

CORRESPONDENTES

$a = e$ $d = h$
$b = f$ $c = g$

ALTERNOS INTERNOS

$c = f$ $e = d$

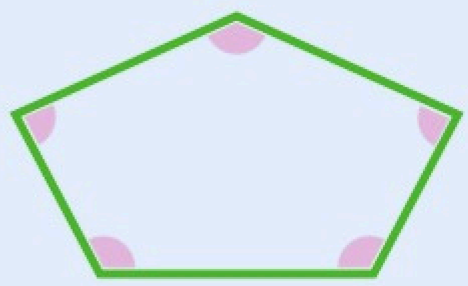
ALTERNOS EXTERNOS

$a = h$ $b = g$

Soma dos Ângulos

SOMA DOS ÂNGULOS INTERNOS

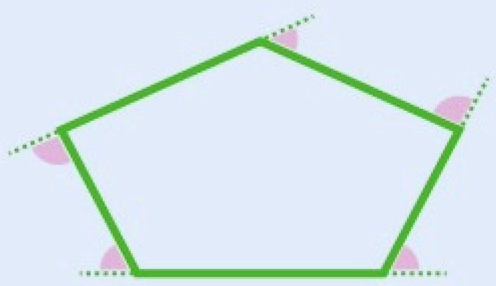
$S_{AI} = (n-2) \cdot 180^\circ$



n: número de lados do polígono

SOMA DOS ÂNGULOS EXTERNOS

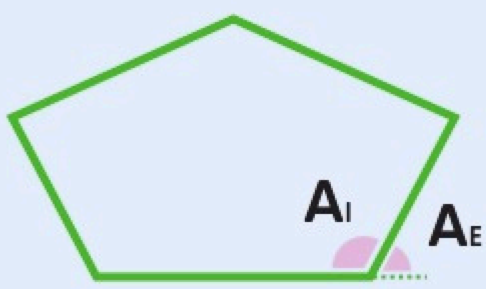
$S_{AE} = 360^\circ$



(para qualquer polígono)

ÂNGULO INTERNO + EXTERNO

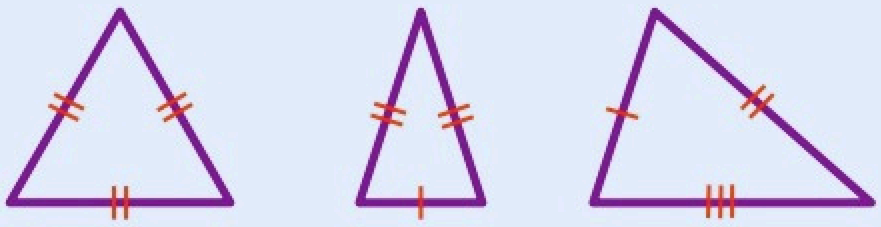
$A_I + A_E = 180^\circ$



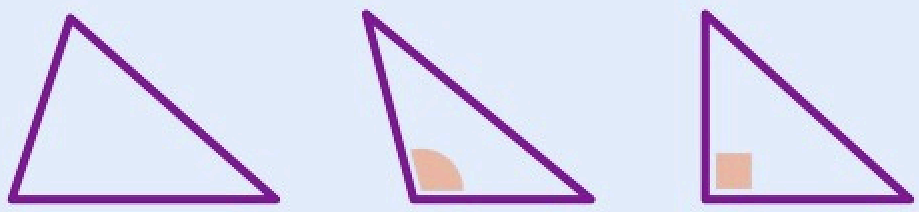
(sempre suplementares)

Triângulos

CLASSIFICAÇÃO EM FUNÇÃO DOS LADOS

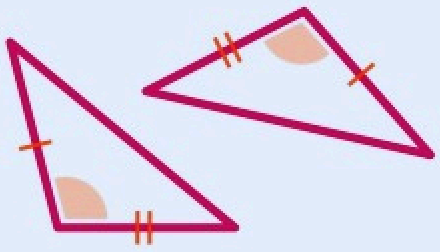


CLASSIFICAÇÃO EM FUNÇÃO DOS ÂNGULOS

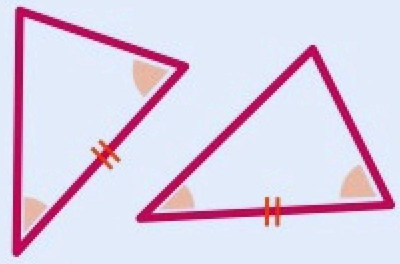


CONGRUÊNCIA DE TRIÂNGULOS

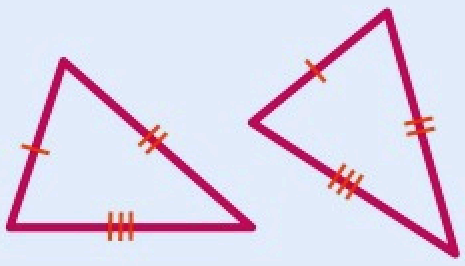
1° CASO - LAL
lado-ângulo-lado



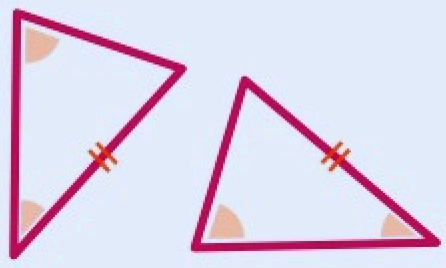
2° CASO - ALA
ângulo-lado-ângulo



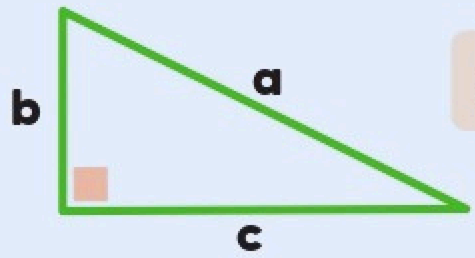
3° CASO - LLL
lado-lado-lado



4° CASO - LAAO
lado-ângulo-ângulo oposto

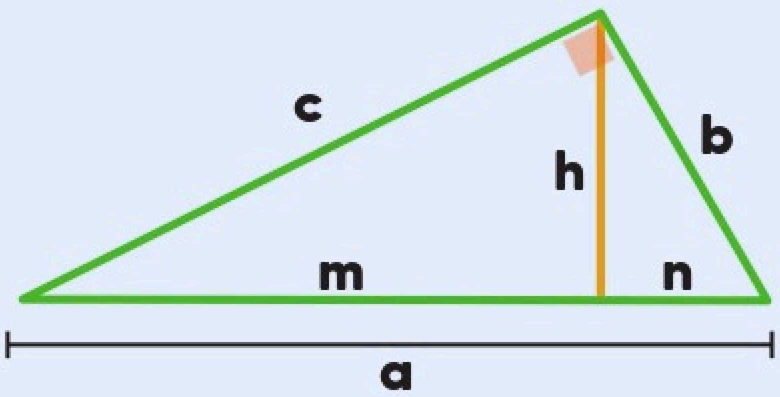


TEOREMA DE PITÁGORAS



$$a^2 = b^2 + c^2$$

RELAÇÕES MÉTRICAS DO TRIÂNGULO RETÂNGULO



$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$c^2 = h^2 + m^2$$
$$b^2 = h^2 + n^2$$

$$h^2 = mn$$
$$b^2 = an$$
$$c^2 = am$$

$$ah = bc$$
$$bh = cn$$
$$ch = bm$$

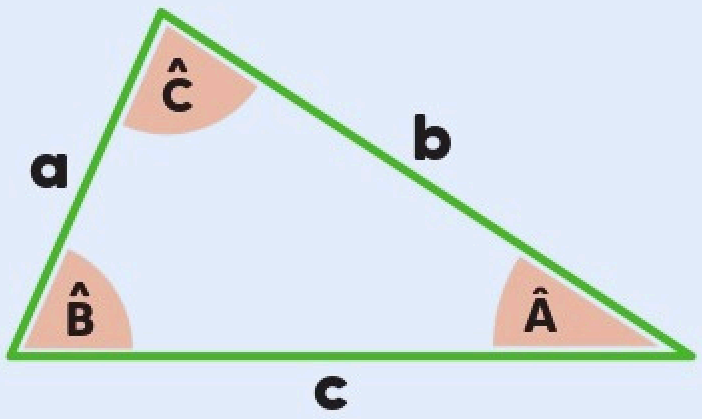
LEI DOS SENOS E COSSENOS

Lei dos senos

$$\frac{a}{\text{sen}(\hat{A})} = \frac{b}{\text{sen}(\hat{B})} = \frac{c}{\text{sen}(\hat{C})}$$

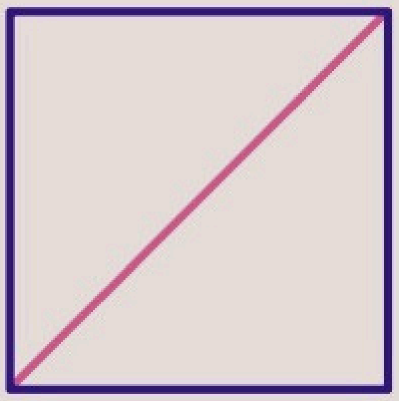
Lei dos cossenos

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\hat{A})$$



Quadriláteros

QUADRADO



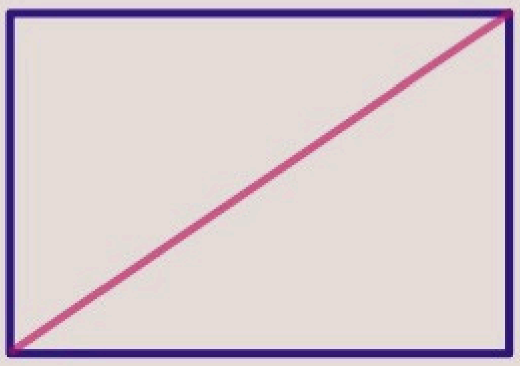
- Todos os lados são iguais
- Todos os ângulos internos são retos (90°)
- As duas diagonais são iguais

Diagonal

$$d = a\sqrt{2}$$

a: lado

RETÂNGULO



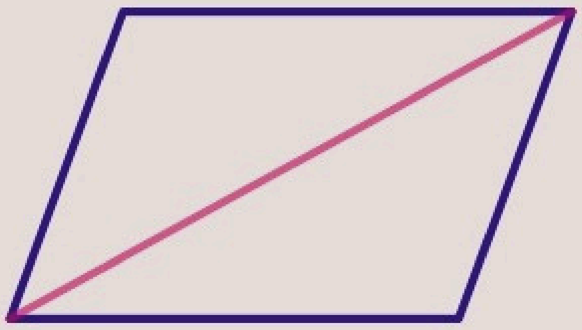
- Os lados opostos são iguais
- Todos os ângulos internos são retos (90°)
- As duas diagonais são iguais

Diagonal

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

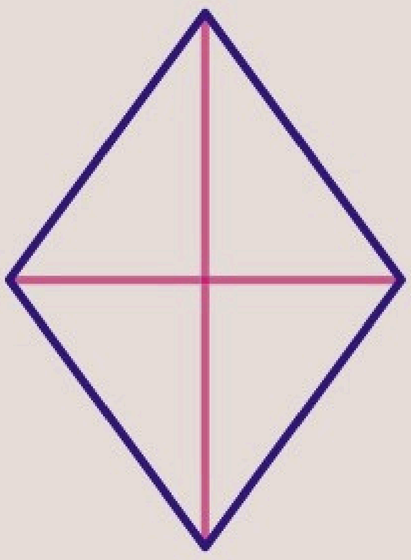
a, b: lados

PARALELOGRAMO



- Os lados opostos são iguais
- Os ângulos opostos são iguais e diferentes de 90°
- As duas diagonais são diferentes

LOSANGO

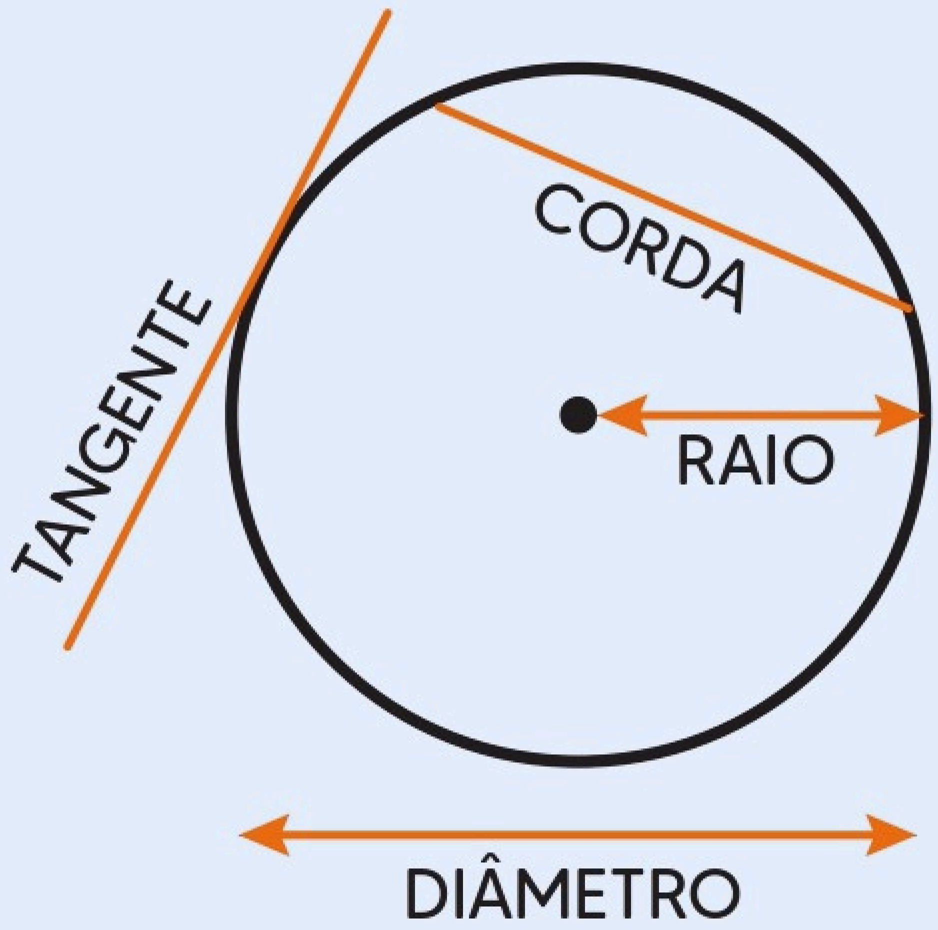


- Todos os lados são iguais
- Os ângulos opostos são iguais e diferentes de 90°
- As duas diagonais são diferentes

$$2a = \sqrt{d^2 + D^2}$$

a: Lado
d, D: Diagonais

Circunferências

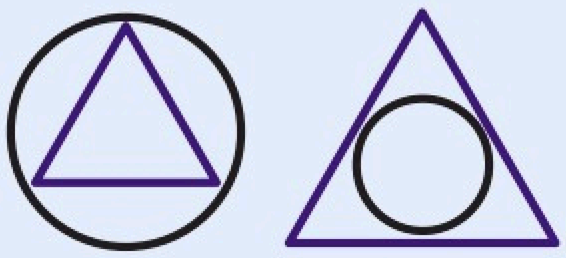


COMPRIMENTO
(PERÍMETRO)

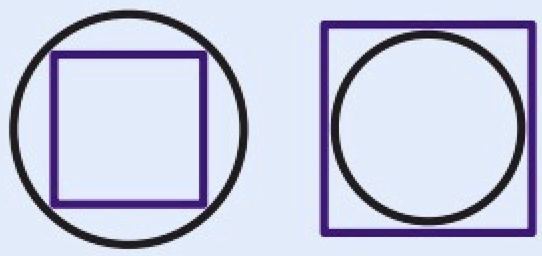
$$C = 2\pi r$$

r: raio
π: pi = 3,1415...

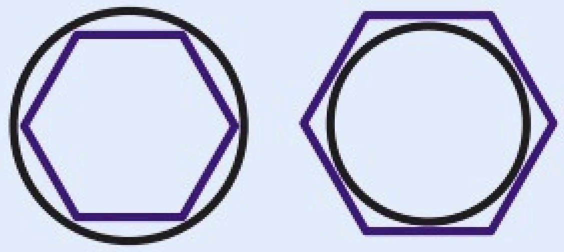
INSCRIÇÃO E CIRCUNSCRIÇÃO



TRIÂNGULO INSCRITO	TRIÂNGULO CIRCUNSCRITO
$r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$	$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$



QUADRADO INSCRITO	QUADRADO CIRCUNSCRITO
$r = \frac{a\sqrt{2}}{2}$	$r = \frac{a}{2}$

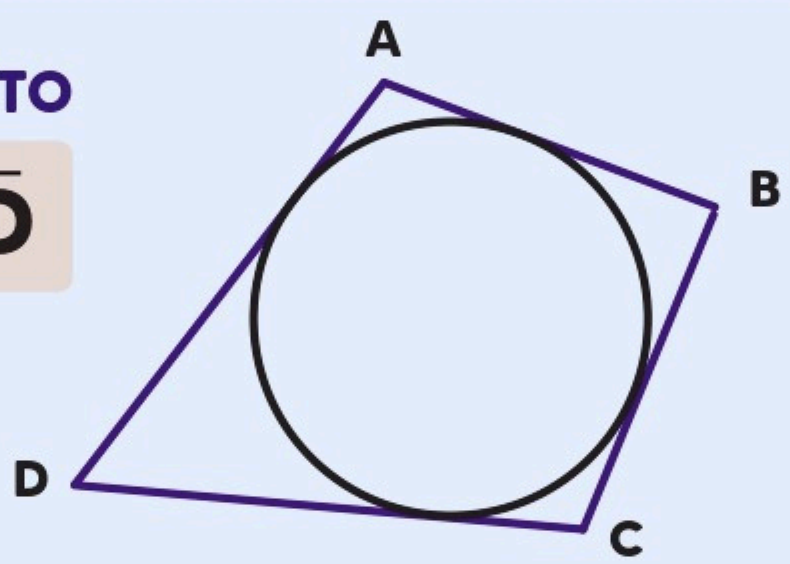


HEXÁGONO INSCRITO	HEXÁGONO CIRCUNSCRITO
$r = a$	$r = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

r: raio da circunferência
a: aresta do polígono

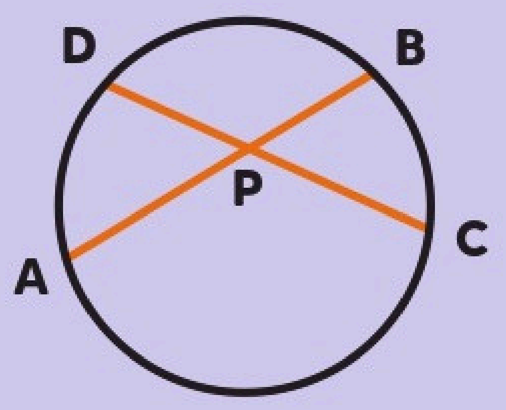
QUADRILÁTERO CIRCUNSCRITO

$$\overline{AB} + \overline{CD} = \overline{BC} + \overline{AD}$$



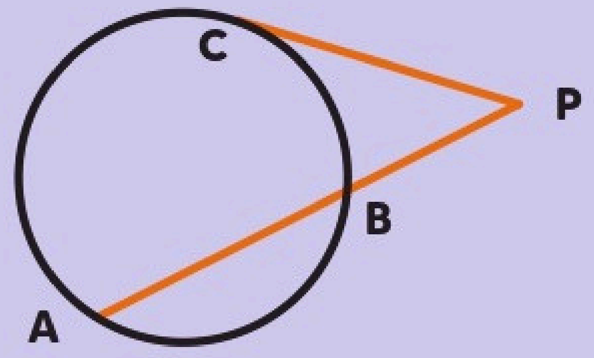
RELAÇÃO ENTRE RETAS

ENCONTRO DE CORDAS



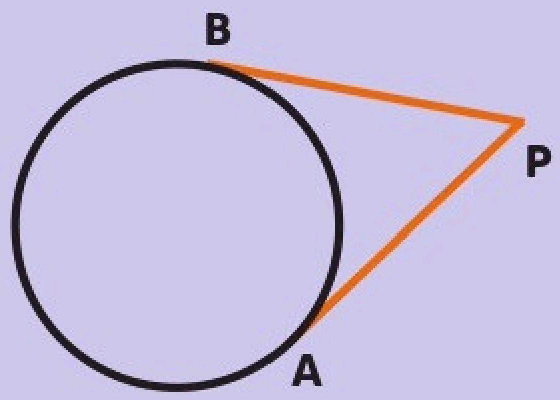
$$\overline{AP} \cdot \overline{PB} = \overline{CP} \cdot \overline{PD}$$

CORDA E TANGENTE



$$\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{CP}^2$$

ENCONTRO DE TANGENTES

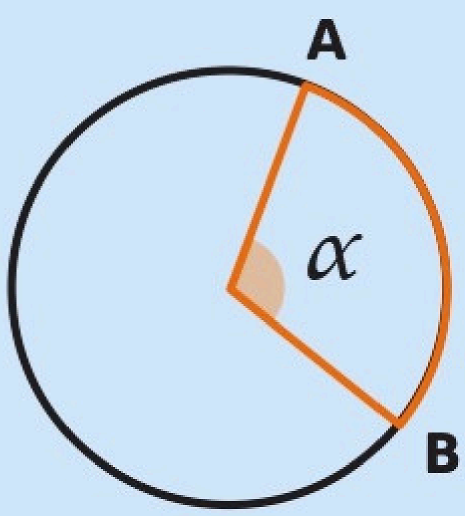


$$\overline{PA} = \overline{PB}$$

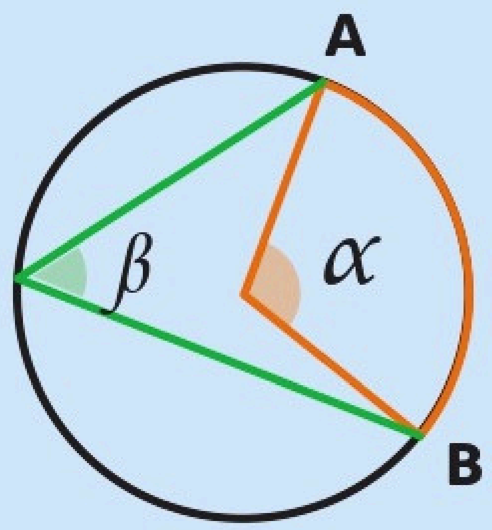
RELAÇÃO ENTRE ARCOS

ÂNGULO CENTRAL

$$\alpha = \overset{\frown}{AB}$$

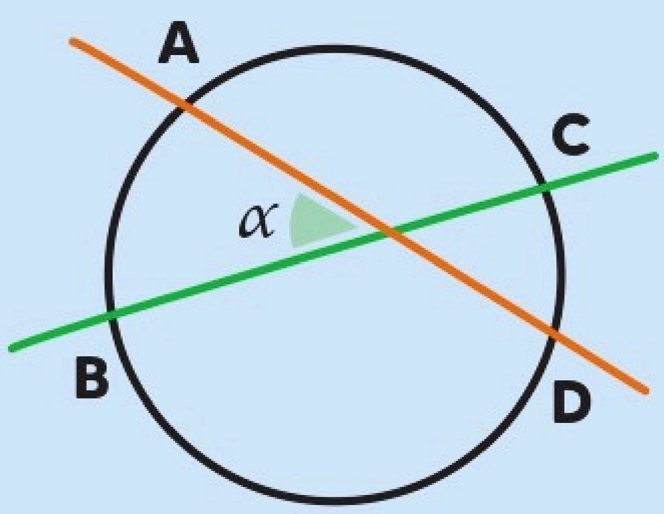


ÂNGULO INSCRITO



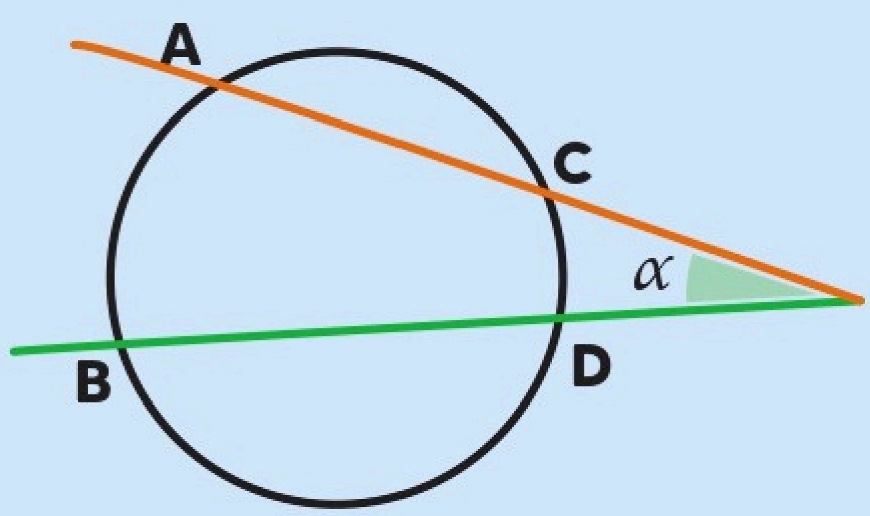
$$\beta = \frac{\alpha}{2} \text{ ou } \frac{\overset{\frown}{AB}}{2}$$

EXCÊNTRICO INTERIOR



$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}}{2}$$

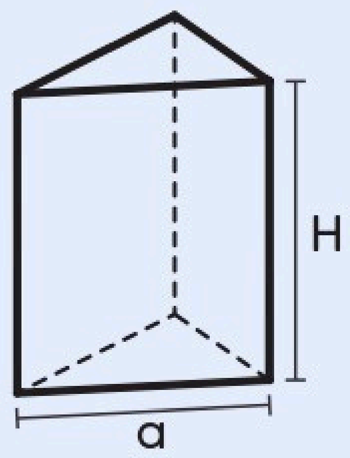
EXCÊNTRICO EXTERIOR



$$\alpha = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{CD}}{2}$$

Prismas

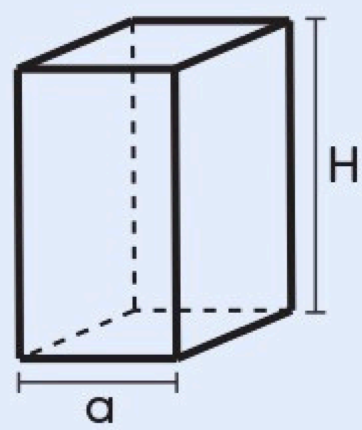
Base Triangular



$$A_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 3(a \cdot H)$$

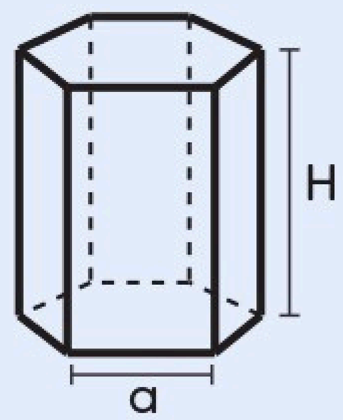
Base Quadrada



$$A_b = a^2$$

$$A_L = 4(a \cdot H)$$

Base Hexagonal



$$A_b = 6\,\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 6(a \cdot H)$$

VOLUME

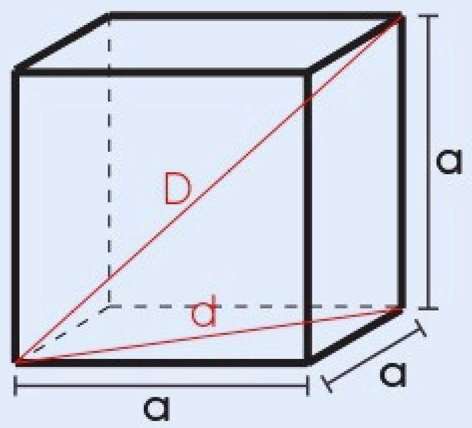
$$V = A_b \cdot H$$

ÁREA TOTAL

$$A_T = 2 \cdot A_b + A_L$$

a: Aresta da Base
H: Altura do Prisma
A_b: Área da Base
A_L: Área Lateral

CUBO



Área Total

$$A_T = 6 \cdot a^2$$

Diagonal da Face

$$d = a\sqrt{2}$$

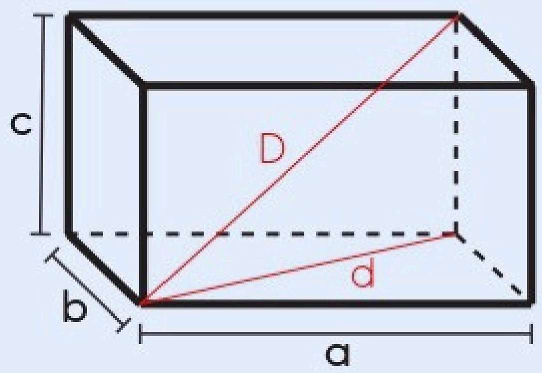
Volume

$$V = a^3$$

Diagonal do Cubo

$$D = a\sqrt{3}$$

PARALELEPÍPEDO



Área Total

$$A_T = 2 \cdot (ab + bc + ac)$$

Diagonal da Base

$$d = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Volume

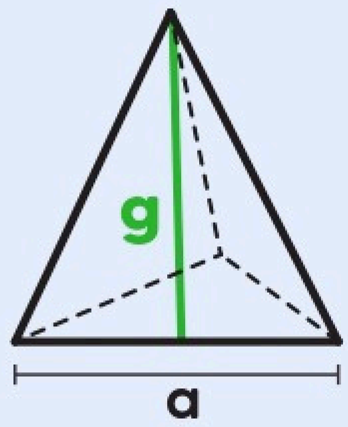
$$V = a \cdot b \cdot c$$

Diagonal do Paralelepípedo

$$D = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$

Pirâmides

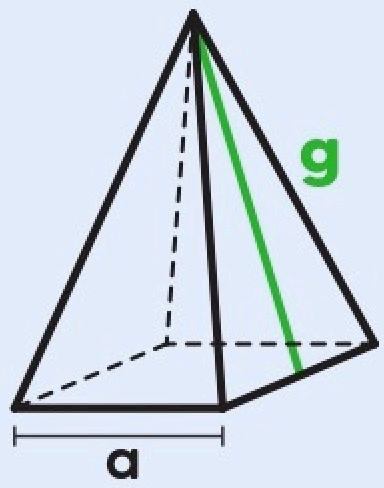
Base Triangular



$$A_b = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 3\,\frac{a \cdot g}{2}$$

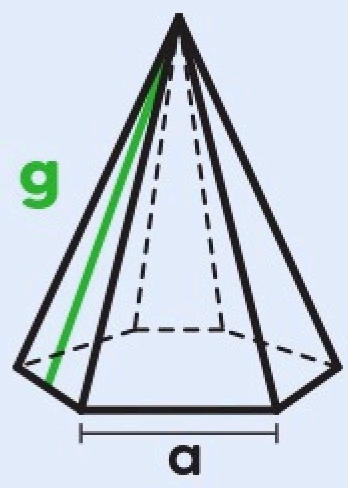
Base Quadrada



$$A_b = a^2$$

$$A_L = 4\,\frac{a \cdot g}{2}$$

Base Hexagonal



$$A_b = 6\,\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$A_L = 6\,\frac{a \cdot g}{2}$$

VOLUME

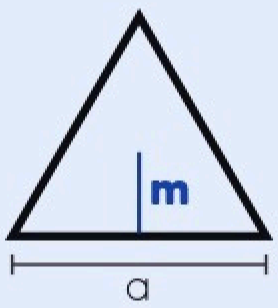
$$V = \frac{A_b \cdot H}{3}$$

ÁREA TOTAL

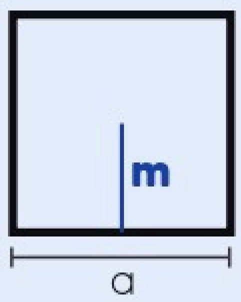
$$A_T = A_b + A_L$$

a: Aresta da Base
H: Altura do Pirâmide
A_b: Área da Base
A_L: Área Lateral

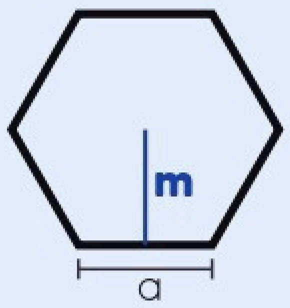
APÓTEMA DA BASE



$$m = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$



$$m = \frac{a}{2}$$

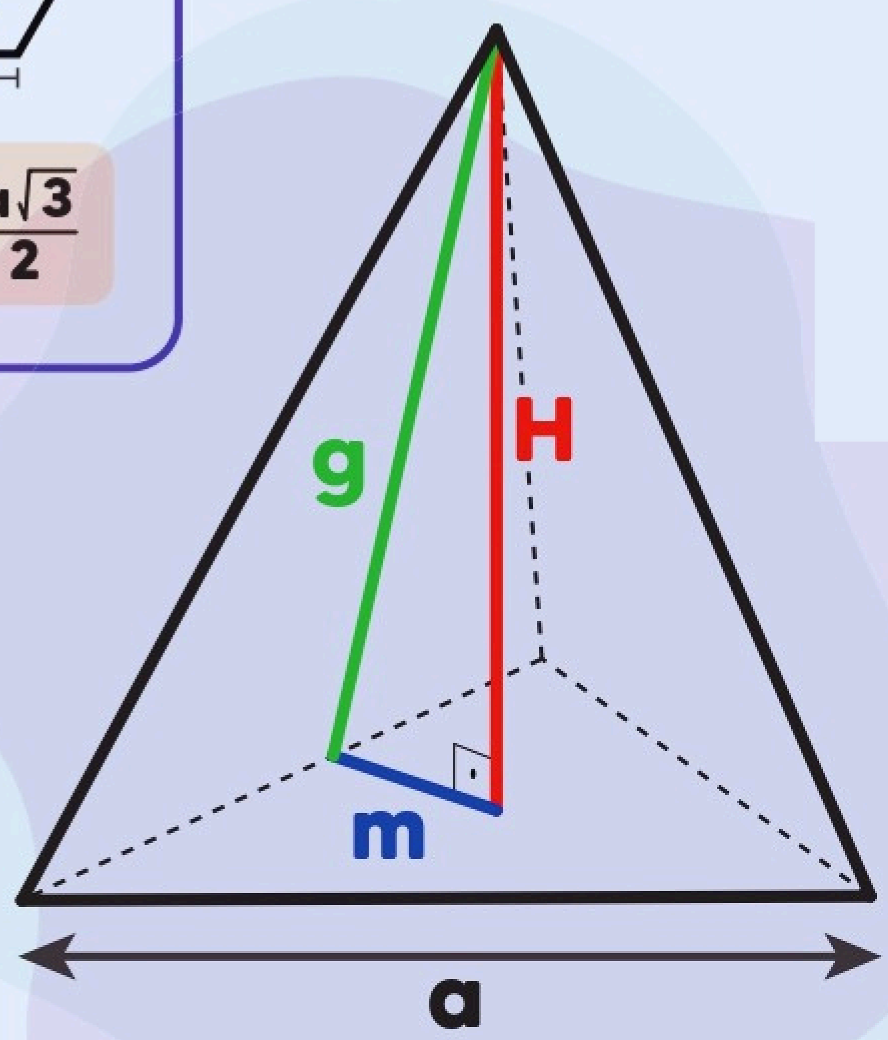


$$m = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

RELAÇÃO MÉTRICA

$$m^2 + H^2 = g^2$$

H: Altura da Pirâmide
m: Apótema da Base
g: Apótema Lateral



Tetraedro Regular

(Pirâmide formada por 4 triângulos equiláteros idênticos)

Altura

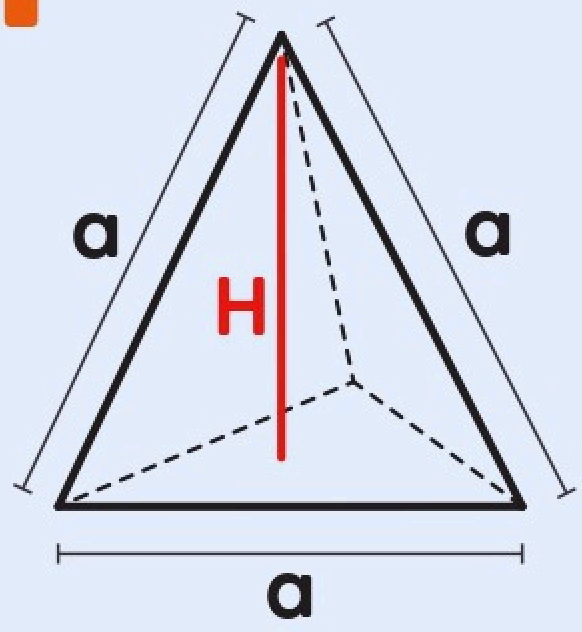
$$H = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Área Total

$$A_T = a^2\sqrt{3}$$

Volume

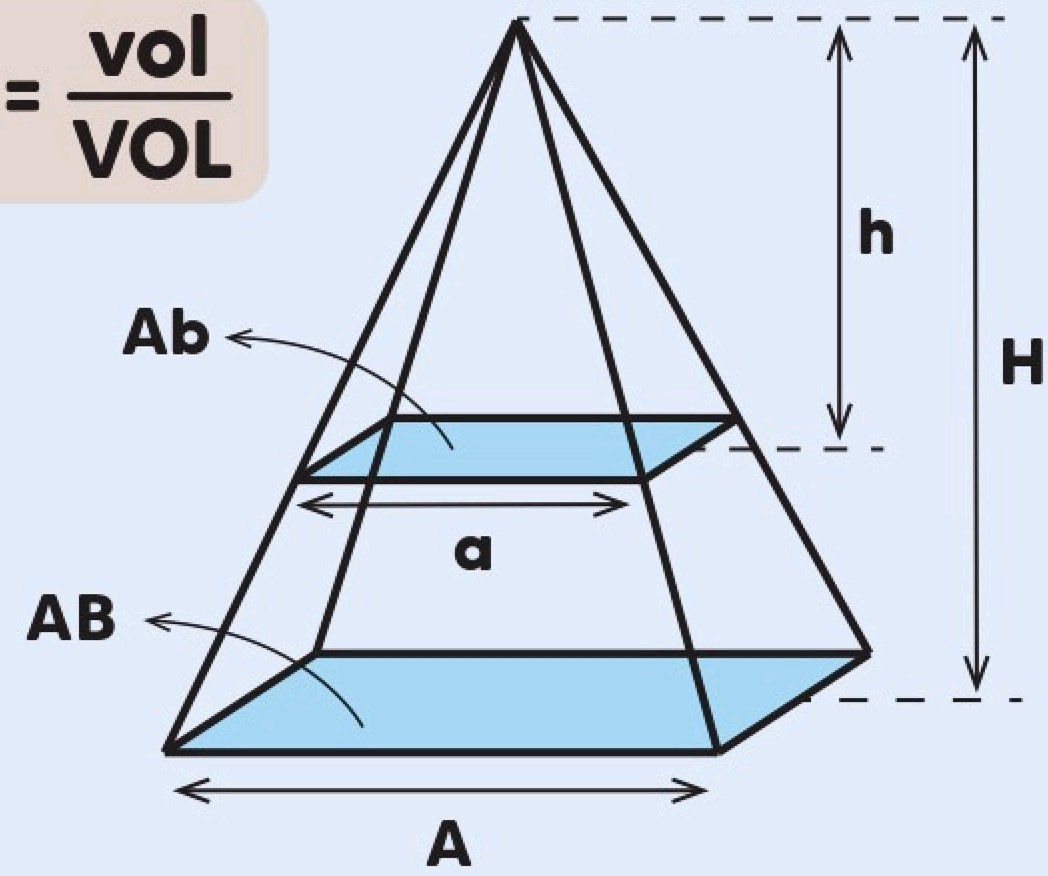
$$V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$$



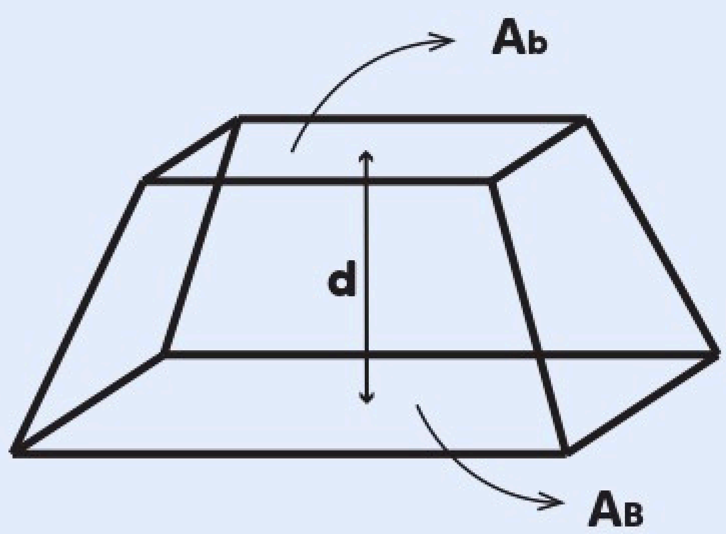
Troncos de Pirâmide

$$\frac{h}{H} = \frac{a}{A} \qquad \frac{h^2}{H^2} = \frac{Ab}{AB} \qquad \frac{h^3}{H^3} = \frac{vol}{VOL}$$

a: Aresta da pirâmide menor
A: Aresta da pirâmide maior
h: Altura da pirâmide menor
H: Altura da pirâmide maior
Ab: Área de base menor
AB: Área de base maior
vol: Volume da pirâmide menor
VOL: Volume da pirâmide maior



VOLUME DO TRONCO

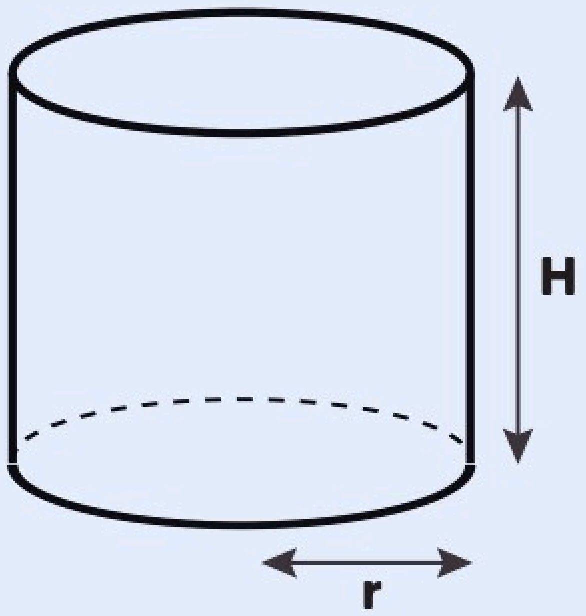


$$V_T = \frac{d}{3}\left(A_b + \sqrt{A_b \cdot A_B} + A_B\right)$$

d: Altura do tronco de pirâmide
Ab: Área de base menor
AB: Área de base maior

Cilindro

r: raio da circunferencia
H: altura do cilindro



ÁREA DA BASE

$$A_B = \pi r^2$$

ÁREA LATERAL

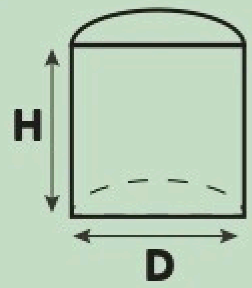
$$A_L = 2\pi \cdot r \cdot H$$

ÁREA TOTAL

$$A_t = 2 \cdot A_B + A_L$$

VOLUME

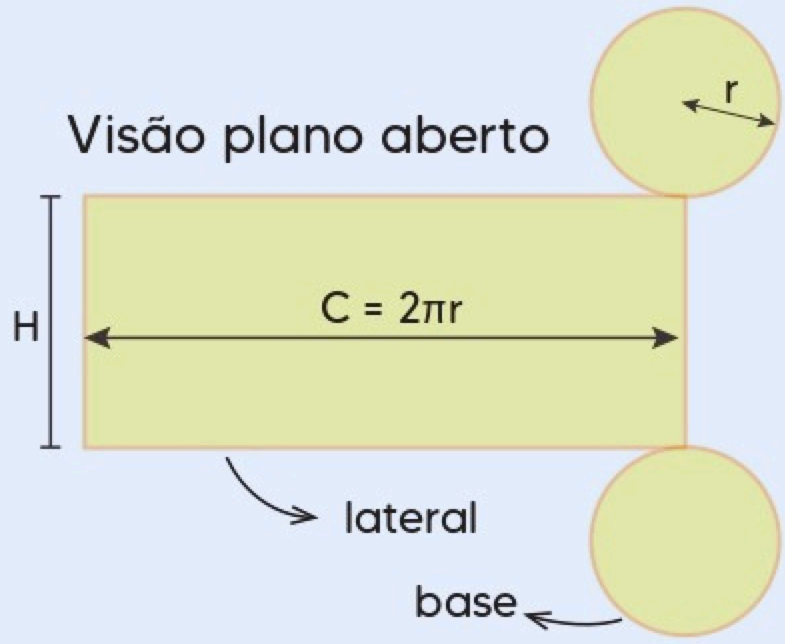
$$V = A_B \cdot H$$



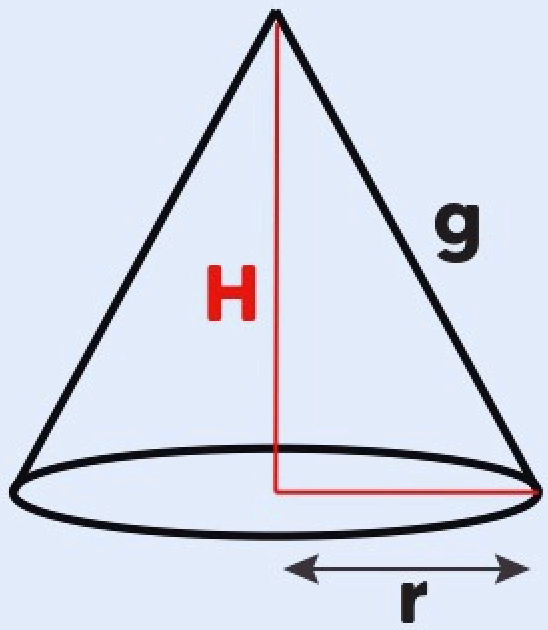
Cilindro Equilátero:
cilindro cuja altura é igual a medida do diâmetro da base

$$H = D = 2r$$

Visão plano aberto



Cone



ÁREA DA BASE

$$A_B = \pi r^2$$

ÁREA LATERAL

$$A_L = \pi \cdot r \cdot g$$

ÁREA TOTAL

$$A_t = A_B + A_L$$

VOLUME

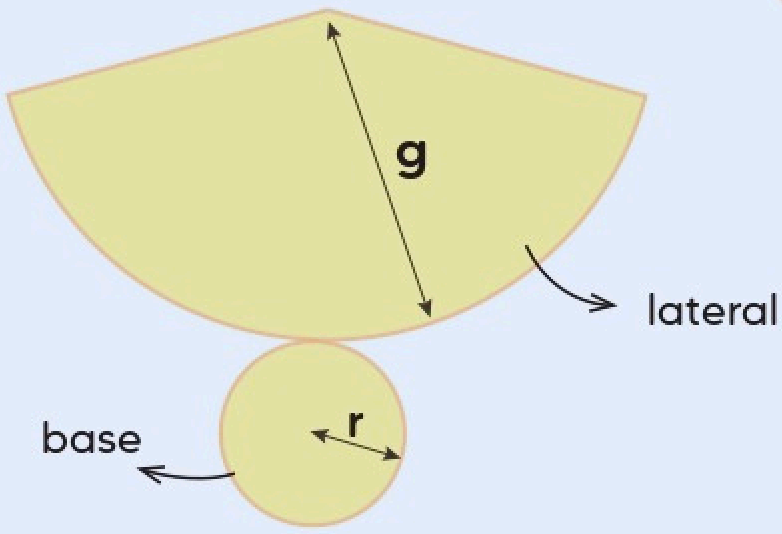
$$V = \frac{A_B \cdot H}{3}$$

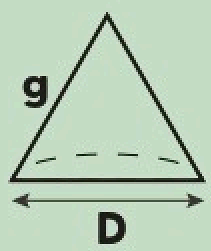
RELAÇÃO MÉTRICA

$$r^2 + H^2 = g^2$$

H: altura do cone
m: raio da base
g: geratriz

Visão plano aberto





Cone Equilátero:
cone cuja geratriz é igual ao diâmetro da base

$$g = D = 2r$$

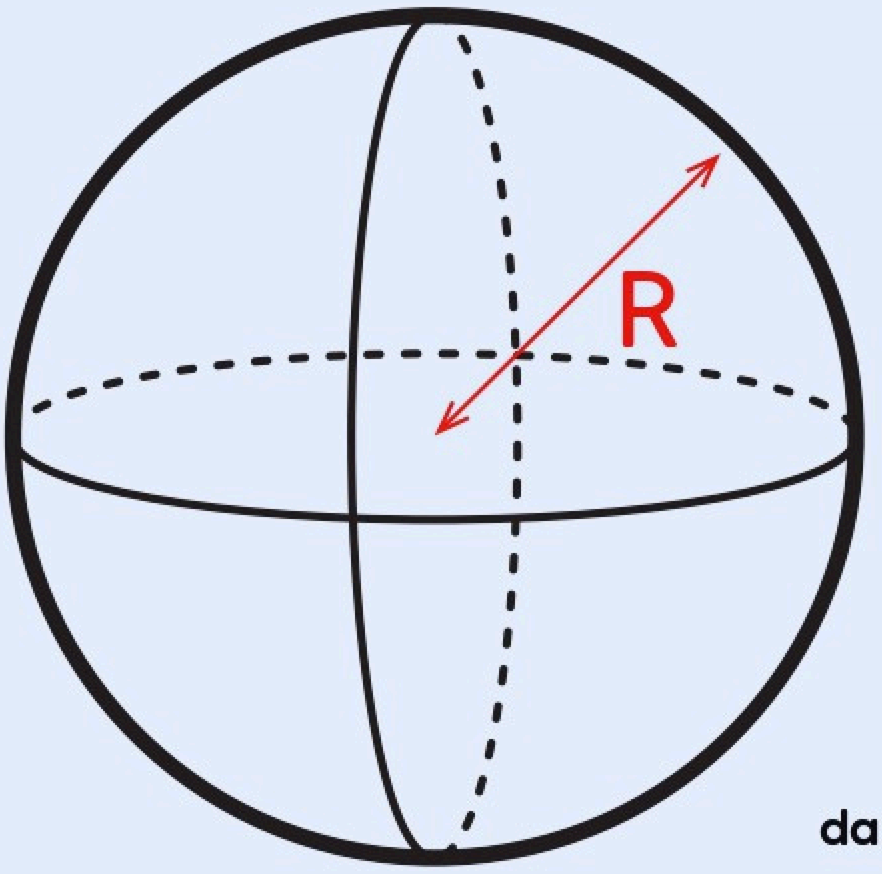
Esfera

VOLUME

$$V = \frac{4\pi R^3}{3}$$

ÁREA TOTAL

$$A_t = 4\pi R^2$$

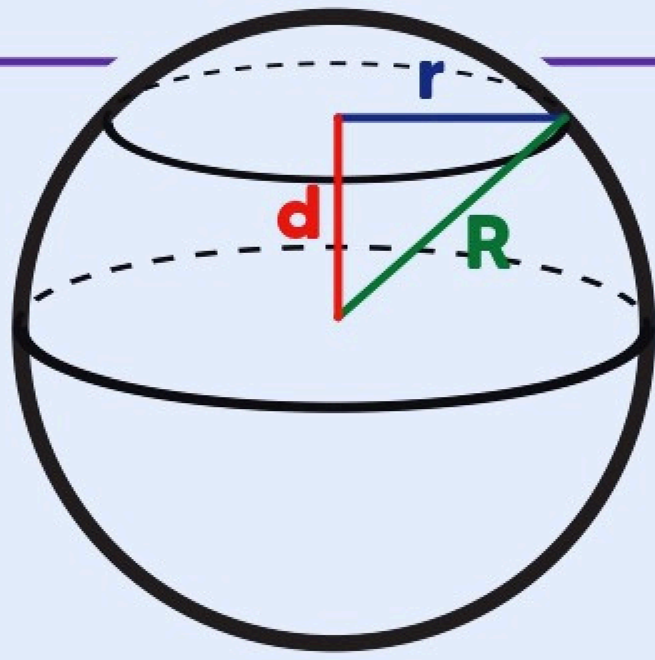


R: raio
da esfera

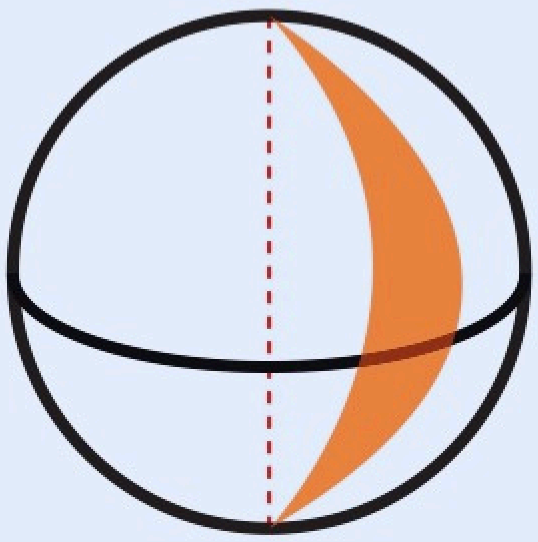
SECÇÃO

$$d^2 + r^2 = R^2$$

R: raio da esfera
r: raio da secção
d: distância entre a secção e o centro



FUSO

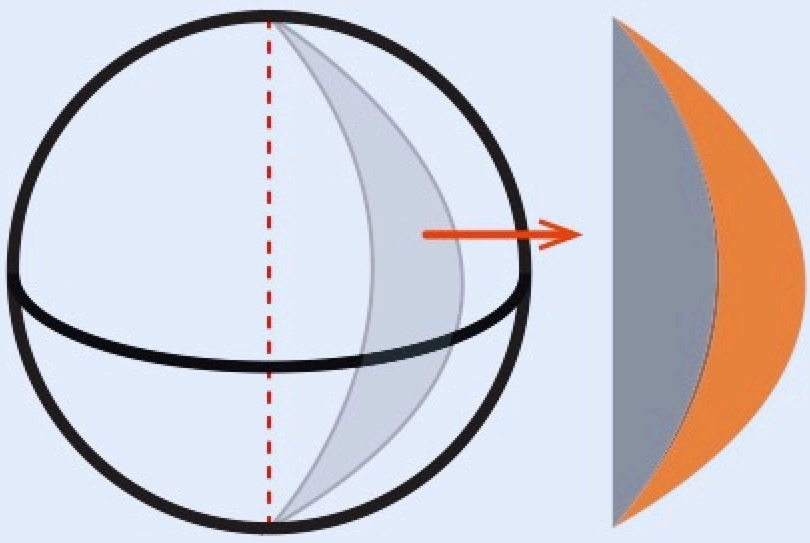


Área do Fuso

$$A = \frac{\alpha}{360} \cdot 4\pi R^2$$

α: ângulo de abertura do fuso

CUNHA



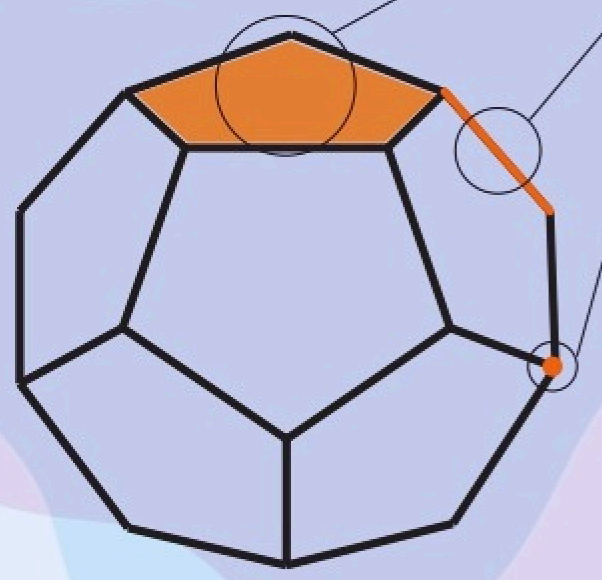
Volume da Cunha

$$V = \frac{\alpha}{360} \cdot \frac{4\pi R^3}{3}$$

Área da Cunha

$$A = \frac{\alpha}{360} \cdot 4\pi R^2 + \pi R^2$$

Poliedros



NOMENCLATURA

Tetraedro • 4 faces
Pentaedro • 5 faces
Hexaedro • 6 faces
Heptaedro • 7 faces
Octaedro • 8 faces
Eneaedro • 9 faces
Decaedro • 10 faces
Dodecaedro • 12 faces
Icosaedro • 20 faces

TEOREMA DE EULER

(Para poliedros Convexos)

$$V + F = A + 2$$

V: Número de vértices
F: Número de faces
A: Número de arestas

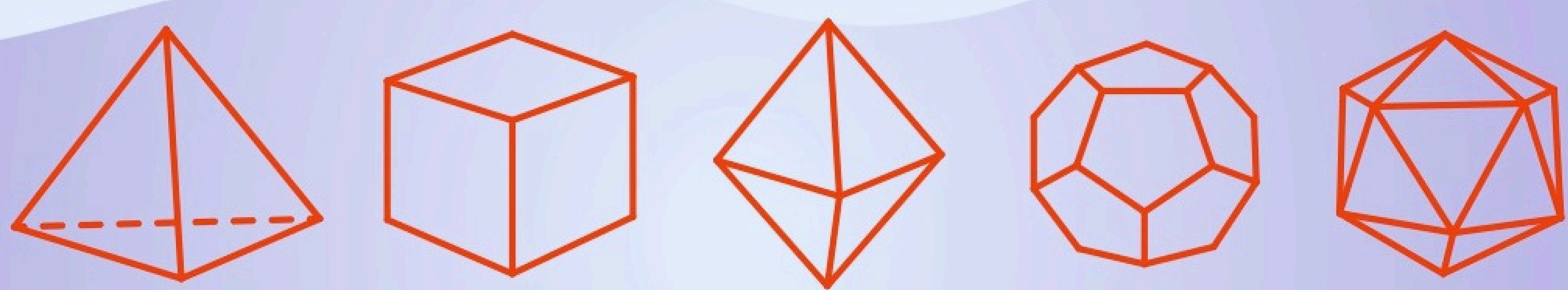
ARESTAS E FACES

$F_{(T)}$: Nº de faces triangulares
$F_{(Q)}$: Nº de faces quadradas
$F_{(P)}$: Nº de faces pentagonais

$$2A = 3 \cdot F_{(T)} + 4 \cdot F_{(Q)} + 5 \cdot F_{(P)} + \ldots$$

POLIEDROS DE PLATÃO

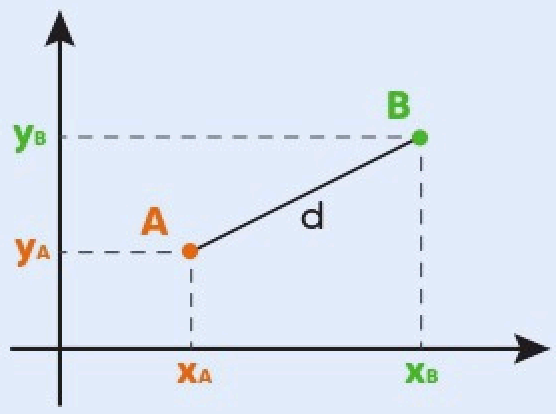
- Todas as faces são poligonos regulares **e iguais**
- Em todos os vértices coincidem o número de arestas
- Obedecem o teorema de Euler (V – A + F = 2).



tetraedro regular | hexaedro regular | octaedro regular | dodecaedro regular | icosaedro regular

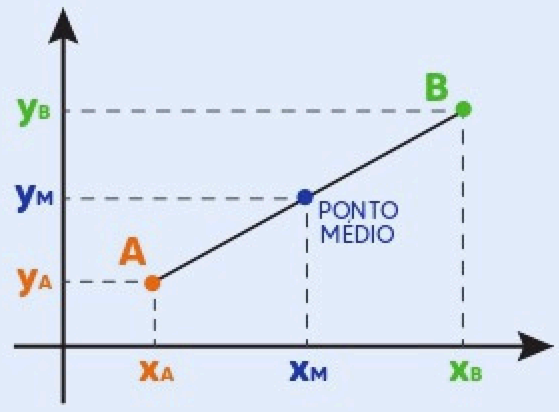
Pontos

DISTÂNCIA ENTRE PONTOS



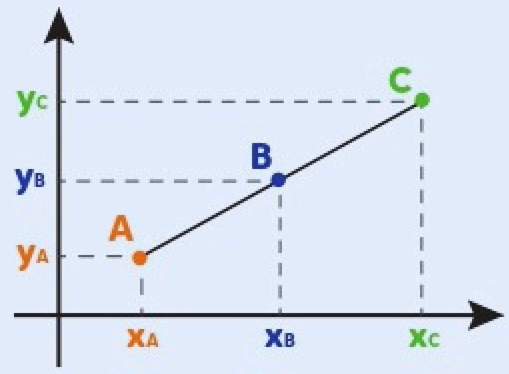
$$d = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$$

PONTO MÉDIO



$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2} \qquad y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

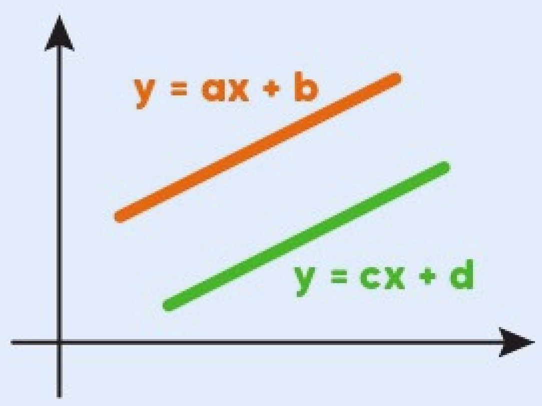
PONTOS COLINEARES



$$\text{Det} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$$

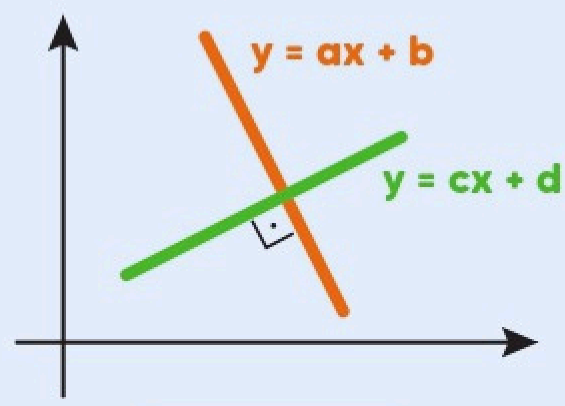
Retas

RETAS PARALELAS



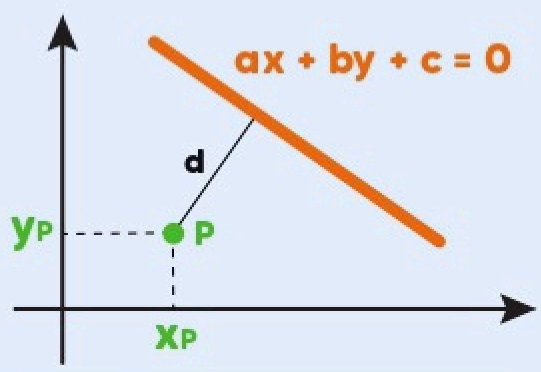
$$a = c$$

RETAS PERPENDICULARES



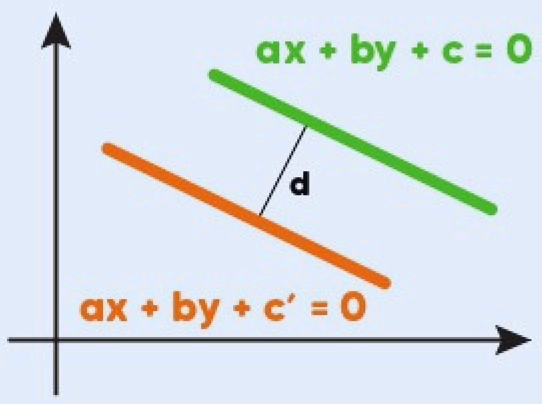
$$a = -\frac{1}{c}$$

DISTÂNCIA ENTRE PONTO E RETA



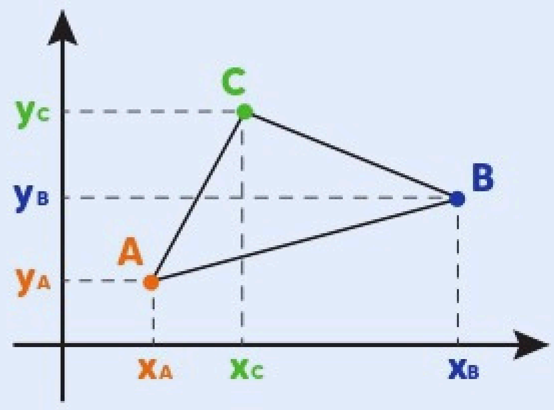
$$d = \left| \frac{a x_P + b y_P + c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

DISTÂNCIA ENTRE RETAS



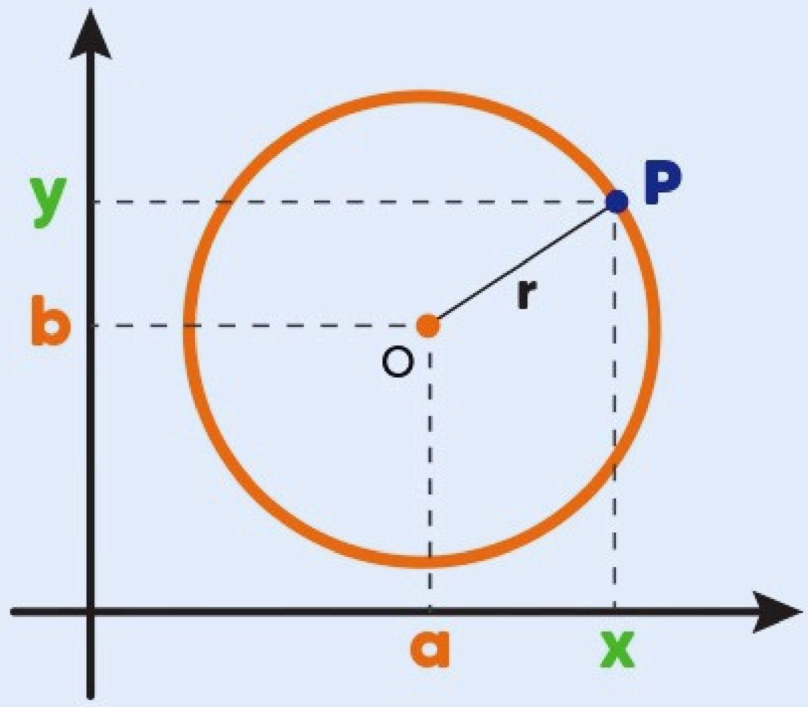
$$d = \left| \frac{c - c'}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

ÁREA DO TRIÂNGULO



$$A = \frac{1}{2} \text{Det} \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$$

Circunferência



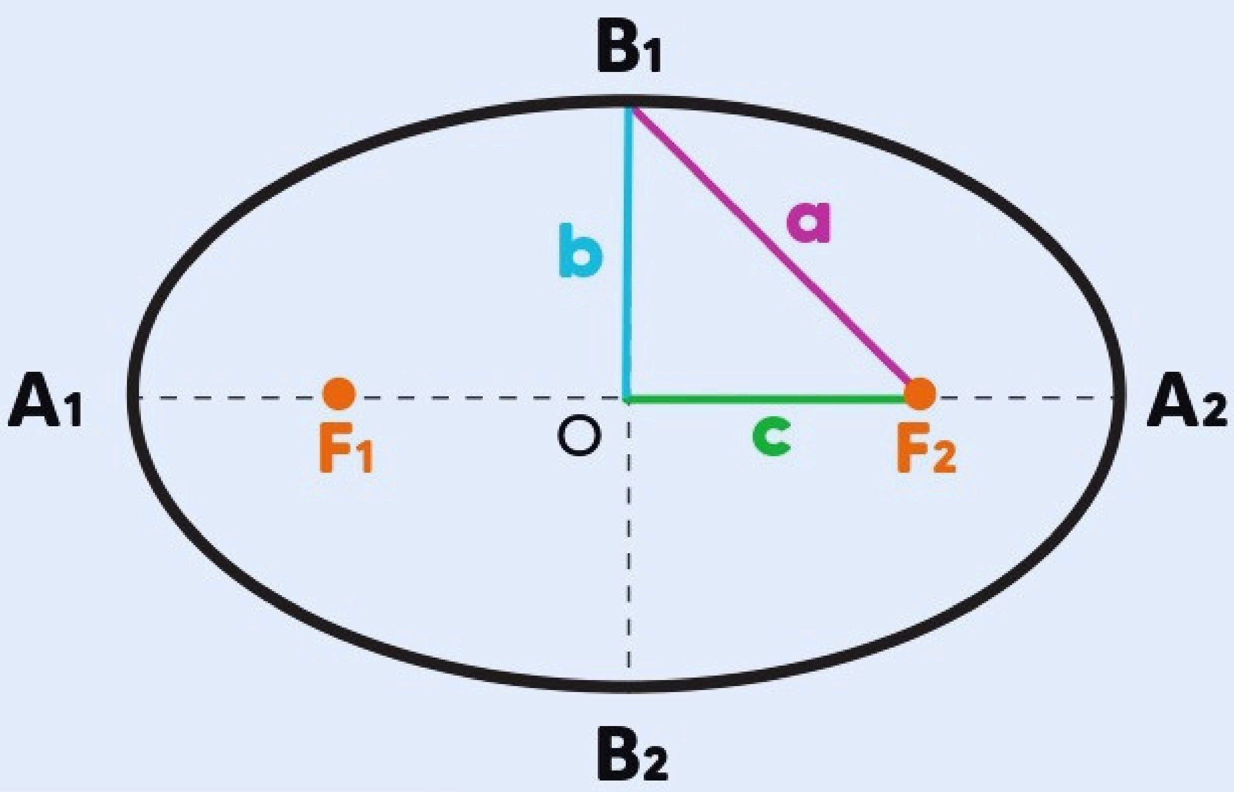
$$r^2 = (a - x)^2 + (b - y)^2$$

$$x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - r^2 = 0$$

a e b: coordenadas do centro
x e y: coordenadas de um pontoda circunferência
r: raio da circunferência

Elipse

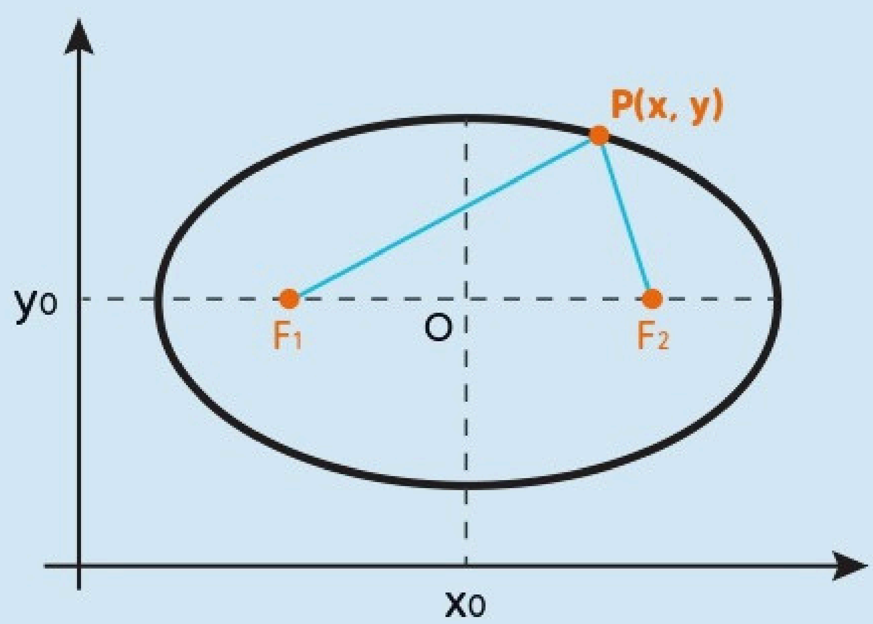
$\overline{A_1A_2}$: Eixo maior
$\overline{B_1B_2}$: Eixo menor
F_1 e F_2: Focos
O: Centro
2a: Medida do eixo maior
2b: Medida do eixo menor
2c: Distância focal



$$a^2 = b^2 + c^2$$

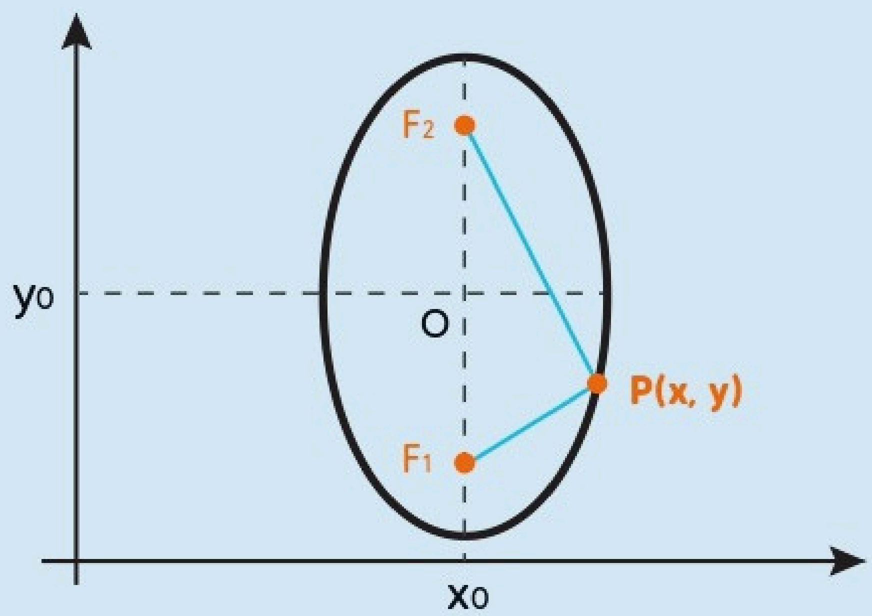
$$\text{Excentricidade} = c/a$$

$$|\overline{F_1P} + \overline{F_2P}| = 2a$$



$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

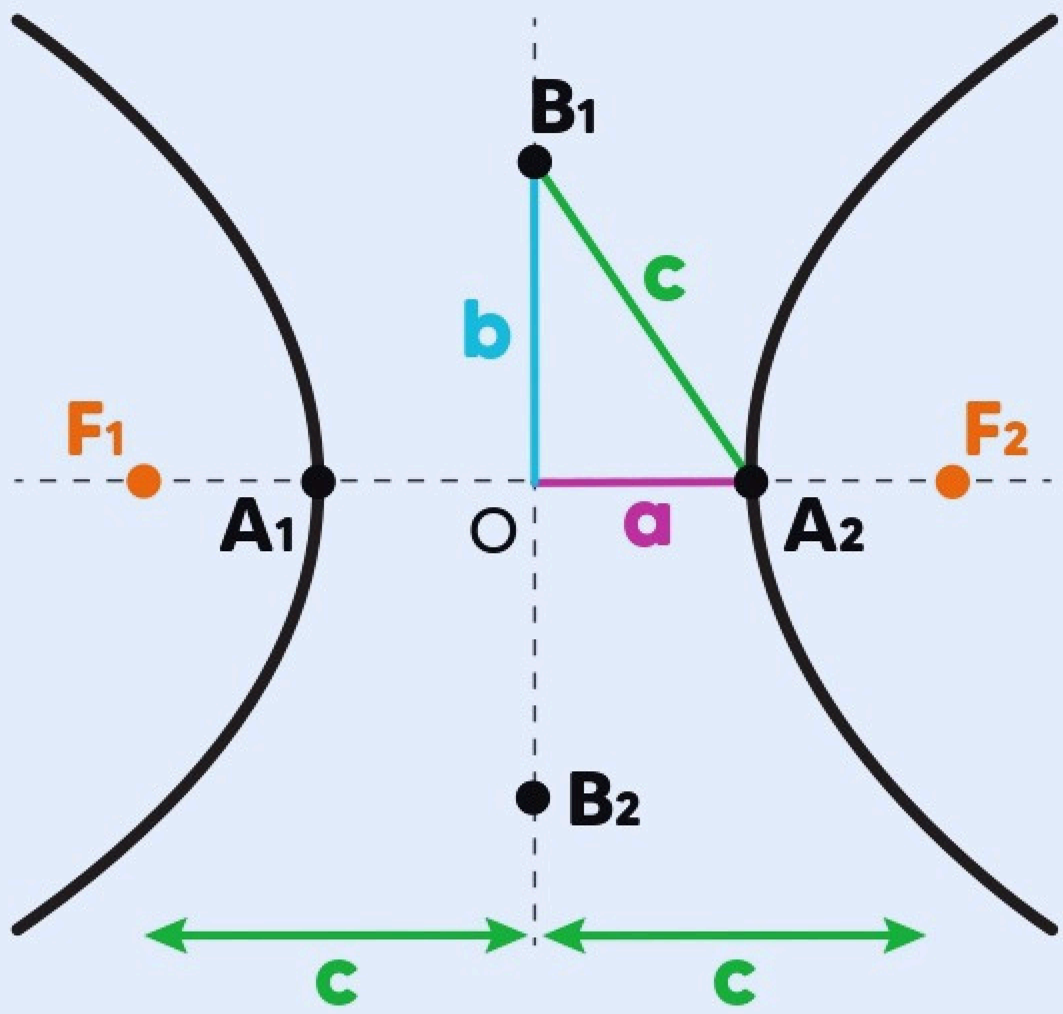
Eixo maior horizontal



$$\frac{(x - x_0)^2}{b^2} + \frac{(y - y_0)^2}{a^2} = 1$$

Eixo maior vertical

Hipérbole

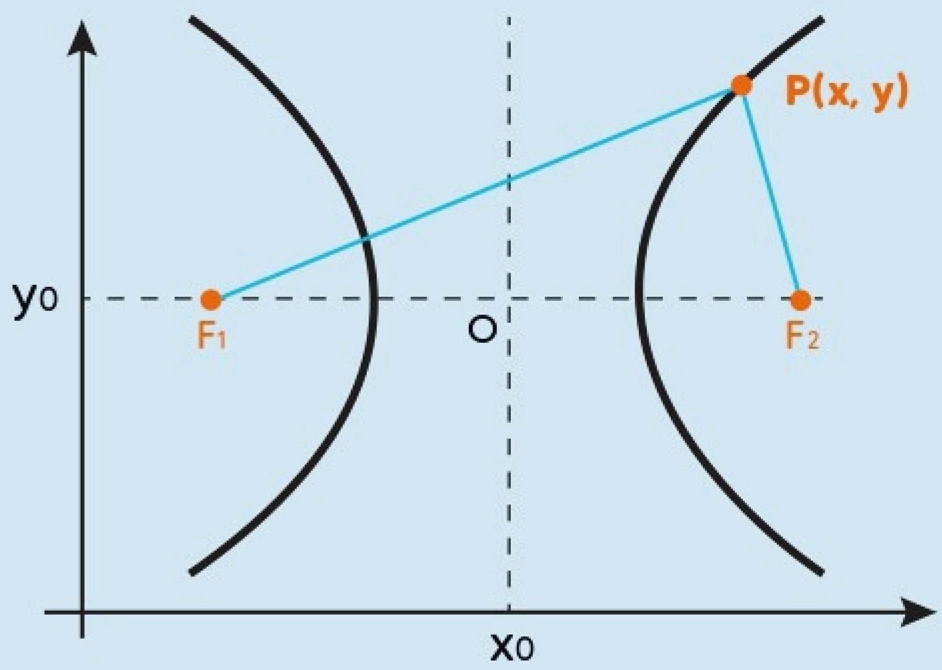


$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$\textbf{Excentricidade} = c/a$$

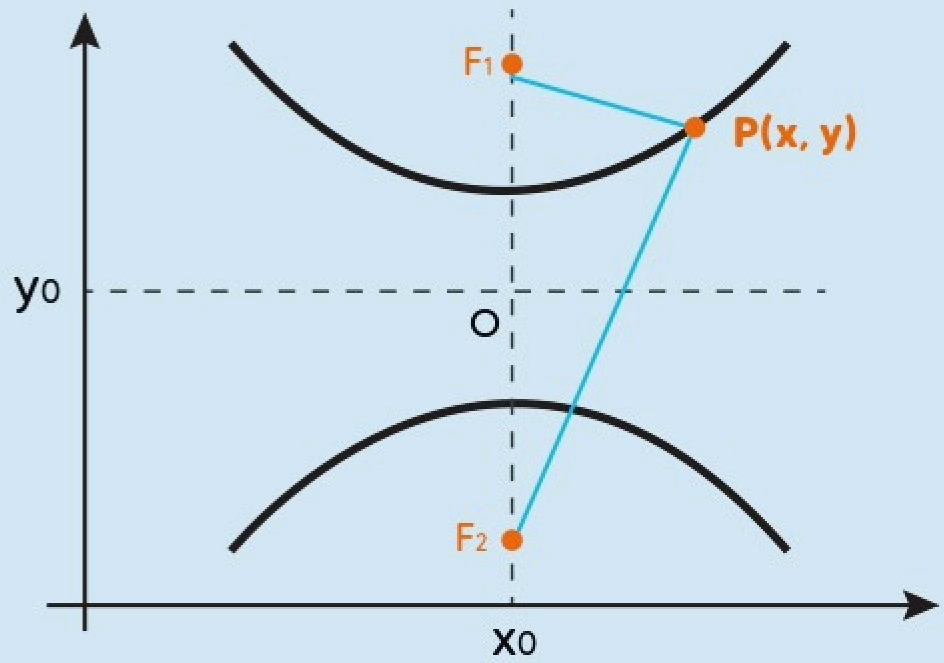
$\overline{A_1A_2}$: Eixo real ou transverso
$\overline{B_1B_2}$: Eixo imaginário
F_1 e F_2: Focos
O: Centro
2a: Medida do eixo real
2b: Medida do eixo imaginário
2c: Distância focal

$$|\overline{F_1P} - \overline{F_2P}| = 2a$$



$$\frac{(x - x_o)^2}{a^2} - \frac{(y - y_o)^2}{b^2} = 1$$

Eixo real horizontal



$$\frac{(x - x_o)^2}{b^2} - \frac{(y - y_o)^2}{a^2} = 1$$

Eixo real vertical

Progressão Aritmética (P.A.)

TERMO GERAL

$$a_n = a_1 + r(n-1)$$

RAZÃO

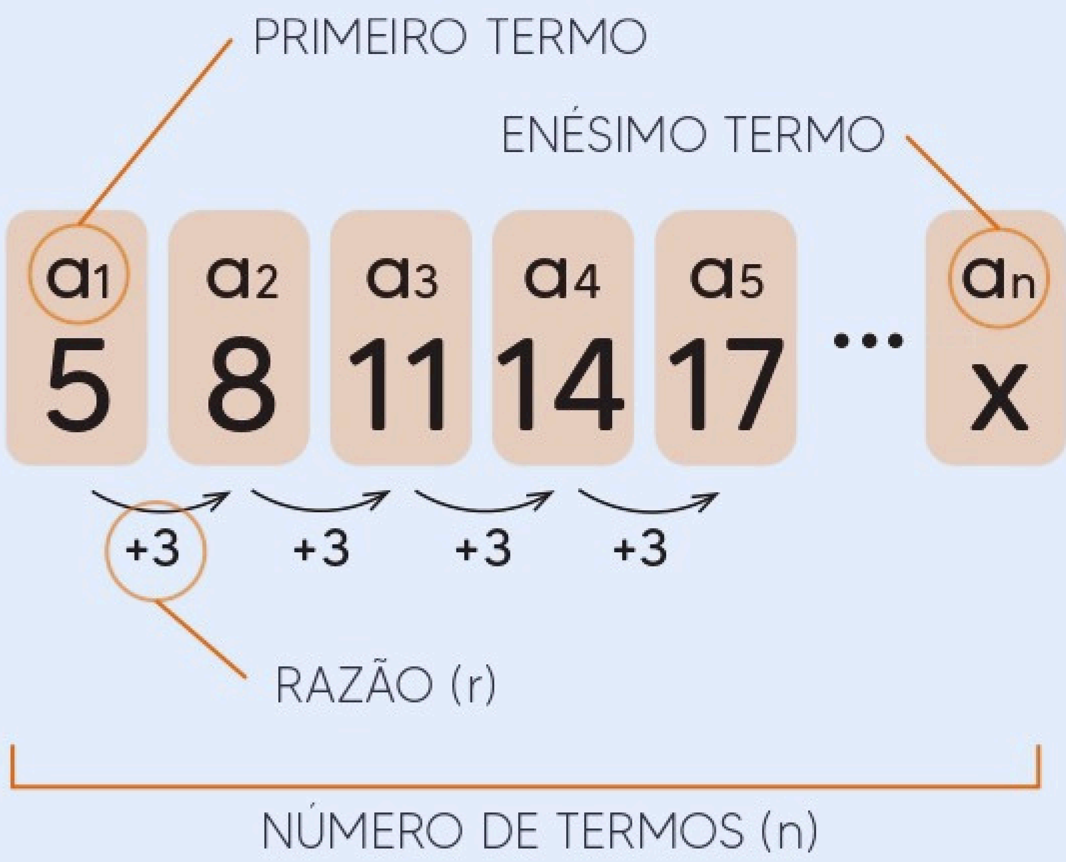
$$r = a_n - a_{n-1}$$

TERMO MÉDIO

$$a_n = \frac{a_{n+k} + a_{n-k}}{2}$$

SOMA DE TERMOS

$$S_n = \frac{(A_1 + A_n) \cdot n}{2}$$



Progressão Geométrica (P.G.)

TERMO GERAL

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

RAZÃO

$$q = \frac{a_n}{a_{n-1}}$$

TERMO MÉDIO

$$a_n = \sqrt{(a_{n+k}) \cdot (a_{n-k})}$$

SOMA DE TERMOS

$$S_n = \frac{a_1 \cdot (q^n - 1)}{(q-1)}$$

SOMA DE INFINITOS TERMOS

$$S_\infty = \frac{a_1}{(1-q)}$$

Estatística

MÉDIA

1	2	2	2	3	3	3	3
3	3	3	3	4	5	6	6
7	7	8	8	9	9	10	10

Some todos os dados e divida pelo número de elementos deste conjunto

$$\bar{x} = \frac{\text{SOMA DOS TERMOS}}{\text{NÚMERO DE TERMOS}}$$

$$\bar{x} = \frac{120}{24}$$

$$\bar{x} = 5$$

MODA

1	2	2	2	3	3	3	3
3	3	3	3	4	5	6	6
7	7	8	8	9	9	10	10

É o valor mais frequente (que mais se repete) do conjunto de dados

$$Mo = 3$$

MEDIANA

1	2	2	2	3	3	3	3
3	3	3	3	4	5	6	6
7	7	8	8	9	9	10	10

Bote os termos em ordem crescente ou decrescente e pegue o termo que está no meio

$$Me = \frac{3+4}{2} = 3{,}5$$

Caso não exista um único valor, tire a média entre os dois valores encontrados

VARIÂNCIA

Dispersão dos dados variáveis em relação à média

$$Va = \sum \frac{(x_i - \bar{x})^2}{n}$$

DESVIO PADRÃO

Raiz quadrada da variância. Indica a distância média entre a variável e a média aritmética da amostra

$$Dp = \sqrt{Va}$$

EXEMPLO:

2	3	4
4	5	6

Primeiro encontre a média:

$$\bar{x} = \frac{2+3+4+4+5+6}{9} = \frac{24}{6} = 4$$

Encontre a variância (subtraia todos os termos pela média e eleve ao quadrado):

$$Va = \frac{(2-4)^2+(3-4)^2+(4-4)^2+(4-4)^2+(5-4)^2+(6-4)^2}{6}$$

$$Va = \frac{(-2)^2+(-1)^2+(0)^2+(0)^2+(1)^2+(2)^2}{6}$$

$$Va = \frac{4+1+0+0+1+4}{6} = \frac{10}{6} = 1{,}666...$$

Raiz quadrada da variância para achar o desvio padrão:

$$Dp = \sqrt{1{,}666} = 1{,}291$$

Matemática Financeira

FRAÇÃO → PORCENTAGEM

Multiplique o numerador por 100 e divida pelo denominador

EXEMPLO:

$\frac{3}{4} \rightarrow \frac{300}{4} = 75\%$

DECIMAL → PORCENTAGEM

Multiplique por 100
Passe a virgula duas casas para a direita

EXEMPLO:

0,06 → 6%

PORCENTAGEM → FRAÇÃO

Adicione o denominador 100 e simplifique a fração

EXEMPLO:

$75\% \rightarrow \frac{75}{100}\,\begin{smallmatrix}:25\\:25\end{smallmatrix} = \frac{3}{4}$

PORCENTAGEM → DECIMAL

Divida por 100
Passe a virgula duas casas para a esquerda

EXEMPLO:

0,5% → 0,005

AUMENTO

$$V_i \cdot (1 + A) = V_f$$

DESCONTO

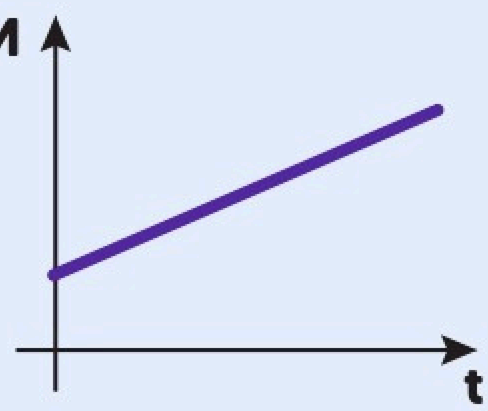
$$V_i \cdot (1 - D) = V_f$$

V_i : Valor Inicial
V_f : Valor Final
A : Aumento (em decimal)
D : Desconto (em decimal)

JUROS SIMPLES

$$J = C \cdot i \cdot t$$

$$M = C + J$$



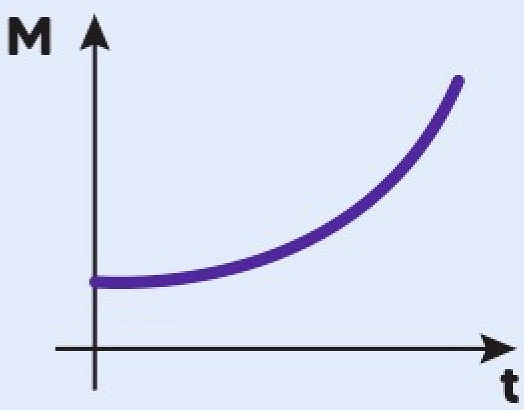
Ex: Capital de R$ 100,00 a uma taxa de 10%:

INÍCIO: 100,00
MÊS 2: 110,00
MÊS 3: 120,00
MÊS 3: 130,00
MÊS 4: 140,00

JUROS COMPOSTOS

$$M = C \cdot (1 + i)^t$$

$$M = C + J$$



Ex: Capital de R$ 100,00 a uma taxa de 10%:

INÍCIO: 100,00
MÊS 2: 110,00
MÊS 3: 121,00
MÊS 3: 133,10
MÊS 4: 146,41

J : Juros (R$)
M : Montante (Valor Final)
C : Capital (Valor Inicial)
i : Taxa de Juros (em decimal)
t : Tempo (dias, meses, anos)

Análise Combinatória

FATORIAL

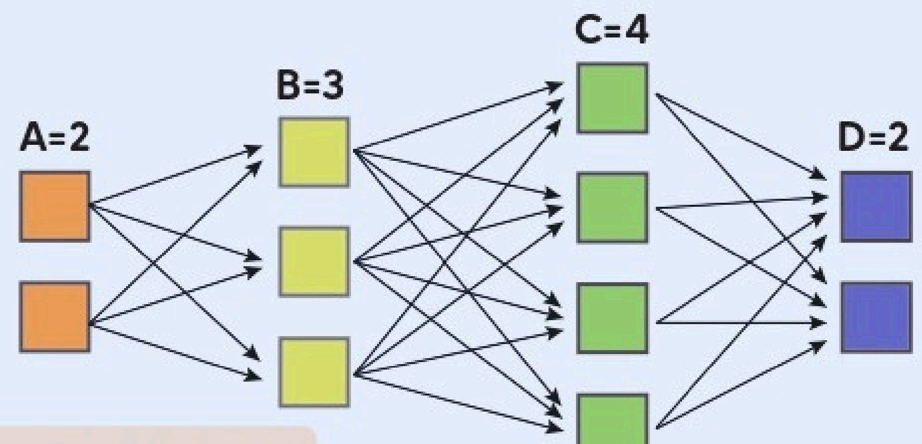
$$n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$$

EXEMPLO:

$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 5040$

n: número de elementos
p: número de espaços

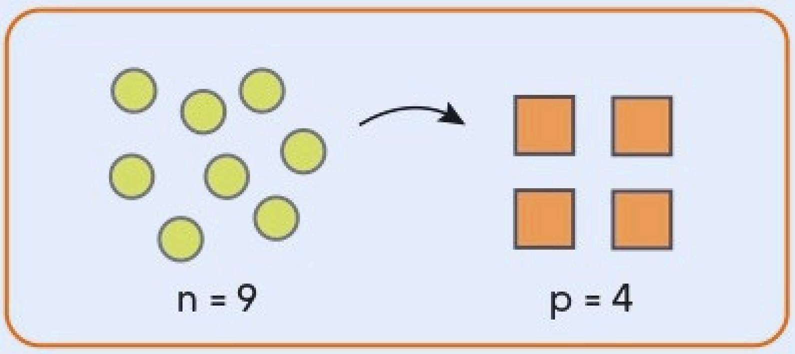
PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM



$$P = A \cdot B \cdot C \cdot D$$

COMBINAÇÃO $n > p$

A ordem dos termos não altera o resultado



SEM ELEMENTOS REPETIDOS

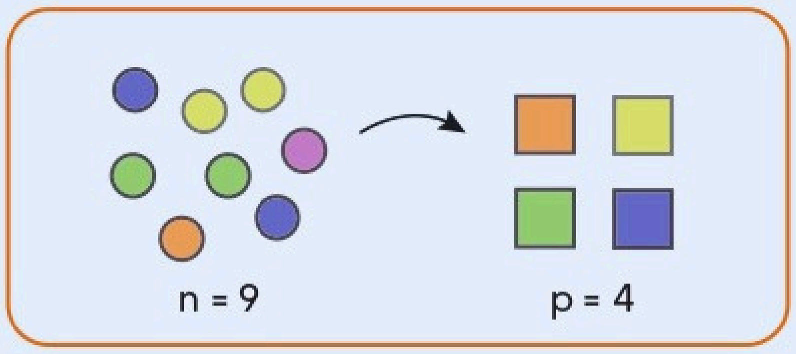
$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

COM ELEMENTOS REPETIDOS

$$C_{n,p} = \frac{(n+p-1)!}{p! \cdot (n-1)!}$$

ARRANJO $n > p$

A ordem dos termos altera o resultado



SEM REPETIÇÃO DE ELEMENTOS

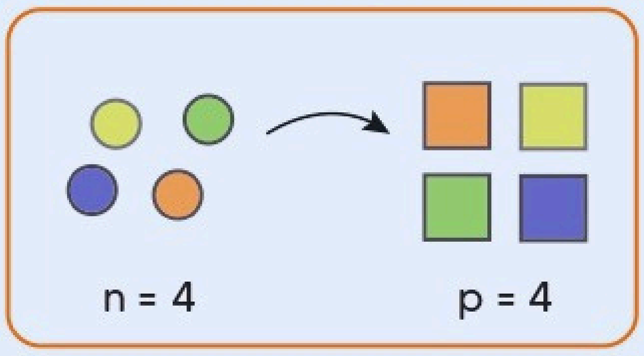
$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

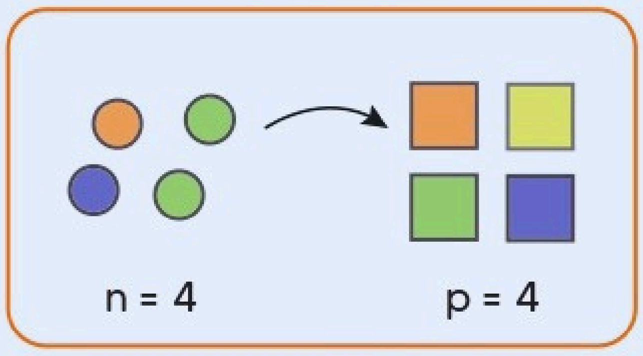
COM REPETIÇÃO DE ELEMENTOS

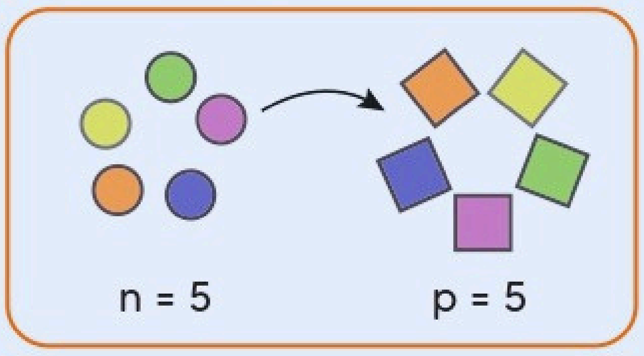
$$A_{n,p} = n^p$$

PERMUTAÇÃO $n = p$

Todos os termos são usados e a ordem deles altera o resultado







PERMUTAÇÃO SIMPLES

$$P_n = n!$$

PERMUTAÇÃO COM ELEMENTOS REPETIDOS

$$P_n = \frac{n!}{a!\, b!\, c!}$$

a, b, c: elementos que se repetem

PERMUTAÇÃO CIRCULAR

$$P_n = (n-1)!$$

Matrizes

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} \end{bmatrix}$$

$$a_{ij}$$

i: número da linha
j: número da coluna

MATRIZ QUADRADA

Matriz que possui o mesmo número de linhas e colunas (i = j)

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

DIAGONAL SECUNDÁRIA

DIAGONAL PRINCIPAL

OPERAÇÕES

SOMA E SUBTRAÇÃO

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u & v \\ w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+u & b+v \\ c+w & d+x \\ e+y & f+z \end{bmatrix}$$

PRODUTO ENTRE NÚMERO E MATRIZ

$$x \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} xa & xb \\ xc & xd \\ xe & xf \end{bmatrix}$$

PRODUTO ENTRE MATRIZ E MATRIZ

É feito o produto entre linhas da primeira matriz com as colunas da segunda matriz

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u & v & w \\ x & y & z \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a \cdot u + b \cdot x & a \cdot v + b \cdot y & a \cdot w + b \cdot z \\ c \cdot u + d \cdot x & c \cdot v + d \cdot y & c \cdot w + d \cdot z \\ e \cdot u + f \cdot x & e \cdot v + f \cdot y & e \cdot w + f \cdot z \end{bmatrix}$$

TIPOS DE MATRIZES

MATRIZ TRANSPOSTA

Linha viram colunas, colunas viram linhas

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix}_{i \times j} \qquad A^t = \begin{bmatrix} a & c & e \\ b & d & f \end{bmatrix}_{j \times i}$$

MATRIZ SIMÉTRICA

Quando uma matriz é igual a sua transposta

$$A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & d & e \\ c & e & f \end{bmatrix}$$

MATRIZ OPOSTA

Matrizes iguais com sinais trocados

$$A = \begin{bmatrix} a & -b \\ c & -d \\ -e & f \end{bmatrix} \qquad -A = \begin{bmatrix} -a & b \\ -c & d \\ e & -f \end{bmatrix}$$

MATRIZ INVERSA

O produto de uma matriz(A) pela sua matriz inversa (A^{-1}) é igual a matriz identidade (I)

$$\underset{A}{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}} \times \underset{A^{-1}}{\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}} = \underset{I}{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}$$

Matriz Identidade (I): matriz quadrada onde todos os termos da sua diagonal principal são iguais a 1 e os demais termos são nulos.

Determinantes

MATRIZ 2x2

Faça a diferença entre o produto dos termos da diagonal principal com o produto dos termos da diagonal secundária.

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Det = D.P. - D.S. = ad - cb

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

Det = (5)(-1) - (2)(4)
Det = (-5) - (8)
Det = -5 - 8
Det = -13

MATRIZ 3x3

Regra de Sarrus: a) Repita as duas primeiras colunas. b) Faça o produto dos termos das 3 diagonais principais e o mesmo com as 3 diagonais secundárias. c) Faça a diferença entre as diagonais principais e as secundárias

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} \begin{matrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{matrix}$$

Det = D.P. - D.S. = (aei + bfg + cdh) - (gec + hfa + idb)

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 7 \\ 2 & 5 & 8 \\ 3 & 6 & 9 \end{bmatrix} \begin{matrix} 1 & 4 \\ 2 & 5 \\ 3 & 6 \end{matrix}$$

Det = 1·5·9 + 4·8·3 + 7·2·6 - 3·5·7 - 6·8·1 - 9·2·4
Det = 45 + 96 + 84 - 105 - 48 - 72
Det = 225 - 225
Det = 0

MATRIZES MAIORES

Cofatores: a) Escolha qualquer linha ou coluna. b) Multiplique todos os termos pelos seus respectivos cofatores (C_{ij}). c) Some todos os termos encontrados.
Dica: Escolha aquela linha ou coluna que possui mais termos nulos

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix}$$

$$\text{Det} = \overbrace{a_{31}}^{\text{Termo}} \cdot \underbrace{C_{31}}_{\text{Cofator}} + a_{32} \cdot C_{32} + a_{33} \cdot C_{33} + a_{34} \cdot C_{34}$$

Exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Usaremos a terceira linha:

$$\text{Det} = a_{31} \cdot C_{31} + a_{32} \cdot C_{32} + a_{33} \cdot C_{33} + a_{34} \cdot C_{34}$$

Como achar o cofator de um número?
a) Eleve -1 pela soma do número da linha pela coluna: $(-1)^{i+j}$
b) Multiplique pela determinante da matriz que resulta ao se eliminar todos os termos da linha e coluna que esse elemento se encontra.

Vamos calcular cada cofator:

$$C_{31} = (-1)^{3+1} \begin{bmatrix} \cancel{a_{11}} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ \cancel{a_{21}} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ \cancel{a_{41}} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^{4} \begin{bmatrix} \cancel{1} & 4 & 3 & 5 \\ \cancel{2} & 5 & 2 & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ \cancel{1} & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = +1 \begin{bmatrix} 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{bmatrix} = 40$$

$$C_{32} = (-1)^{3+2} \begin{bmatrix} a_{11} & \cancel{a_{12}} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & \cancel{a_{22}} & a_{23} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & \cancel{a_{42}} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^{5} \begin{bmatrix} 1 & \cancel{4} & 3 & 5 \\ 2 & \cancel{5} & 2 & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & \cancel{3} & 0 & 4 \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{bmatrix} = -20$$

$$C_{33} = (-1)^{3+3} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cancel{a_{13}} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & \cancel{a_{23}} & a_{24} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & \cancel{a_{43}} & a_{44} \end{bmatrix} = (-1)^{6} \begin{bmatrix} 1 & 4 & \cancel{3} & 5 \\ 2 & 5 & \cancel{2} & 2 \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & 3 & \cancel{0} & 4 \end{bmatrix} = +1 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 4 \end{bmatrix} = -5$$

$$C_{34} = (-1)^{3+4} \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \cancel{a_{14}} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \cancel{a_{24}} \\ \cancel{a_{31}} & \cancel{a_{32}} & \cancel{a_{33}} & \cancel{a_{34}} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & \cancel{a_{44}} \end{bmatrix} = (-1)^{7} \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & \cancel{5} \\ 2 & 5 & 2 & \cancel{2} \\ \cancel{2} & \cancel{0} & \cancel{1} & \cancel{3} \\ 1 & 3 & 0 & \cancel{4} \end{bmatrix} = -1 \begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 \\ 2 & 5 & 2 \\ 1 & 3 & 0 \end{bmatrix} = -5$$

Logo...

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

$$Det = a_{31} \cdot C_{31} + a_{32} \cdot C_{32} + a_{33} \cdot C_{33} + a_{34} \cdot C_{34}$$
$$Det = (2) \cdot (40) + (0) \cdot (-20) + (1) \cdot (-5) + (3) \cdot (-5)$$
$$Det = 80 + 0 - 5 - 15$$
$$Det = 60$$

Propriedades das Determinantes

1 Ao se multiplicar (ou dividir) qualquer linha ou coluna por um número qualquer, o valor de sua determinante também será multiplicado por esse número.

$$Det \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 10 \qquad Det \begin{bmatrix} 2 \cdot 5 & 2 \cdot 4 & 2 \cdot 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 2 \cdot 5 = 10$$

2 Troque duas linhas ou colunas entre sí e o sinal da determinante será invertido. (O sinal se inverterá uma vez para cada troca realizada)

$$Det \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 5 \qquad Det \begin{bmatrix} 4 & 5 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \end{bmatrix} = -5$$

3 Ao se subtrair ou somar uma linha qualquer por outra da mesma matriz, o valor da determinante não será alterado. O mesmo acontece para operações entre colunas. (Esse processo pode ser feito várias vezes em seguida)

$$Det \begin{bmatrix} 5 & 4 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 5 \qquad Det \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix} = 5$$

A primeira coluna foi subtraida pela segunda coluna

Sistemas Lineares

Tomaremos como exemplo, o sitema linear com 3 incógnitas, esse sistema pode ser transformado em uma matrix 2x3 como é mostrado a seguir:

$$\begin{cases} 3x + 4y + z = 6 \\ 4x - 2y - z = -4 \\ -y + 2z = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

Os valores das incógnitas x, y e z podem ser achados através das fórmulas:

$$x = \frac{Det(x)}{Det} \qquad y = \frac{Det(y)}{Det} \qquad z = \frac{Det(z)}{Det}$$

Todas essas determinantes podem ser achadas por:

$$Det \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & -2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix} = -51 \qquad Det(x) \begin{bmatrix} 6 & 4 & 1 \\ -4 & -2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = 0$$

$$Det(y) \begin{bmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 4 & -4 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} = -51 \qquad Det(z) \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 4 & -2 & -4 \\ 0 & -1 & 3 \end{bmatrix} = -102$$

No exemplo, para achar o Det(z), devemos **substituir** todos os coeficientes da coluna "z" da matriz principal pela coluna **resultado**.

$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{0}{-51} = 0 \qquad y = \frac{Dy}{D} = \frac{-51}{-51} = 1 \qquad z = \frac{Dz}{D} = \frac{-102}{-51} = 2$$

INTERPRETAÇÃO DE VALORES

Existem 3 possibilidades para os resultados de um sistema linear:

A determinante principal é diferente de zero

$D \neq 0$

A MATRIZ É POSSÍVEL E DETERMINADA

Significa que só existe 1 possível solução para o sistema.

A determinante principal (D) e TODAS as secundárias (Dx, Dy, Dz ...) são iguais a zero

$D = 0$ $D(\#) = 0$

A MATRIZ É POSSÍVEL, PORÉM INDETERMINADA

Significa que existem infinitas soluções para o sistema devido a indeterminação 0/0.

A determinante principal (D) é igual a zero, porém as secundárias (Dx, Dy, Dz ...) são diferentes de zero

$D = 0$ $D(\#) \neq 0$

A MATRIZ É IMPOSSÍVEL

Significa que não existe nenhuma solução real para o sistema já que não é possivel a divisão por 0.

Triângulo de Pascal

n = 0	$\binom{0}{0}$	1
n = 1	$\binom{1}{0}\ \binom{1}{1}$	1 1
n = 2	$\binom{2}{0}\ \binom{2}{1}\ \binom{2}{2}$	1 2 1
n = 3	$\binom{3}{0}\ \binom{3}{1}\ \binom{3}{2}\ \binom{3}{3}$	1 3 3 1
n = 4	$\binom{4}{0}\ \binom{4}{1}\ \binom{4}{2}\ \binom{4}{3}\ \binom{4}{4}$	1 4 6 4 1
n = 5	$\binom{5}{0}\ \binom{5}{1}\ \binom{5}{2}\ \binom{5}{3}\ \binom{5}{4}\ \binom{5}{5}$	1 5 10 10 5 1
n = 6	$\binom{6}{0}\ \binom{6}{1}\ \binom{6}{2}\ \binom{6}{3}\ \binom{6}{4}\ \binom{6}{5}\ \binom{6}{6}$	1 6 15 20 15 6 1

Para achar qualquer termo do triângulo

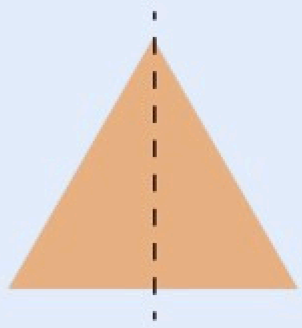
$$\binom{n}{p} = C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

Lembre-se que para esse conteúdo iniciamos a partir do termo zero, não 1!

Exemplo: Segundo termo da quarta linha
Quarta linha: n = 3
Segundo termo: p = 1

Propriedade 1 • Simetria

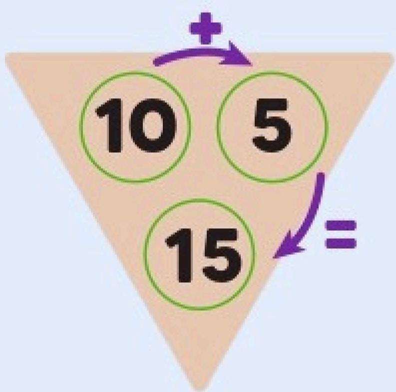
Corte o triângulo no meio e você verá que todos os termos estão espelhados (iguais).



$$\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$$

Propriedade 2 • Soma

Isso pode te ajudar a montar o triângulo mais facilmente! Qualquer termo no triângulo é igual a soma dos dois termos que estão acima dele.



$$\binom{n}{p} = \binom{n-1}{p-1} + \binom{n-1}{p}$$

Propriedade 3 • Soma da linha

A soma de todos os termos de uma linha são sempre potências de 2.

$$S = 2^n$$

Binômio de Newton

De forma geral, o desenvolvimento de um binomio se faz por:

a) Os coeficientes de cada termo podem ser achados atravéz dos termos de uma linha do Triângulo de Pascal.
b) O expoente do primeiro termo é decrescente (começa por n e termina com zero).
c) O expoente do segundo termo é crescente (começa por 0 e termina com n).
d) Se o binômio for uma soma (x+y), todos os termos são positivos, se for a diferença (x-y), os sinais são alternados começando pelo sinal positivo (+ - + - + ...)

$$(x+y)^n = \binom{n}{0}x^n \cdot y^0 + \binom{n}{1}x^{n-1} \cdot y^1 + \binom{n}{2}x^{n-2} \cdot y^2 + \dots + \binom{n}{n-2}x^2 \cdot y^{n-2} + \binom{n}{n-1}x^1 \cdot y^{n-1} + \binom{n}{n}x^0 \cdot y^n$$

EXEMPLO: $(x-2)^6$

a) Primeiro utilize o triângulo de pascal para encontrar os coeficientes (n = 6)

$\binom{6}{0} = 1$ | $\binom{6}{1} = 6$ | $\binom{6}{2} = 15$ | $\binom{6}{3} = 20$ | $\binom{6}{4} = 15$ | $\binom{6}{5} = 6$ | $\binom{6}{6} = 1$

b) Acrescente o primeiro termo do binômio "x" com expoente decrescente (6, 5, 4, 3...)

$1 \cdot x^6$ | $6 \cdot x^5$ | $15 \cdot x^4$ | $20 \cdot x^3$ | $15 \cdot x^2$ | $6 \cdot x^1$ | $1 \cdot x^0$

c) Acrescente o segundo termo do binômio "2" com expoente crescente (0, 1, 2, 3...)

$1 \cdot x^6 \cdot 2^0$ | $6 \cdot x^5 \cdot 2^1$ | $15 \cdot x^4 \cdot 2^2$ | $20 \cdot x^3 \cdot 2^3$ | $15 \cdot x^2 \cdot 2^4$ | $6 \cdot x^1 \cdot 2^5$ | $1 \cdot x^0 \cdot 2^6$

d) O sinal entre os termos é negativo, logo, acrescente sinais alternados

$$+1 \cdot x^6 \cdot 2^0 - 6 \cdot x^5 \cdot 2^1 + 15 \cdot x^4 \cdot 2^2 - 20 \cdot x^3 \cdot 2^3 + 15 \cdot x^2 \cdot 2^4 - 6 \cdot x^1 \cdot 2^5 + 1 \cdot x^0 \cdot 2^6$$

Faça as últimas operações para achar a versão simplificada

$$x^6 - 12 \cdot x^5 + 60 \cdot x^4 - 160 \cdot x^3 + 240 \cdot x^2 - 192 \cdot x + 64$$

TERMO GERAL

Para achar qualquer termo sem precisar fazer o desenvolvimento completo

$$(-1)^p \cdot \binom{n}{p} x^{n-p} \cdot y^p$$

1° termo: p = 0
2° termo: p = 1
3° termo: p = 2 ...

EXEMPLO: Determine o 4° termo do desenvolvimento do binômio $(2x-3)^9$

4° termo: **p = 3**

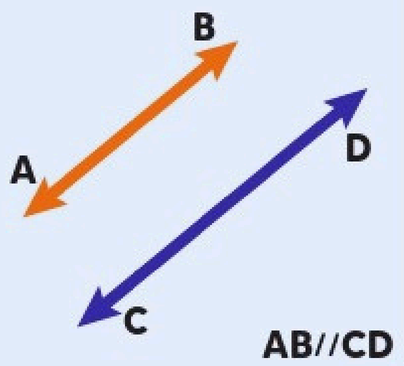
$$(-1)^p \cdot \binom{n}{p} x^{n-p} \cdot y^p = (-1)^3 \cdot \binom{9}{3}(2x)^{9-3} \cdot (3)^3 = (-1) \cdot 84 \cdot (2x)^6 \cdot (3)^3 =$$

$$= (-1) \cdot 84 \cdot 64x^6 \cdot 27 = -145.152x^6$$

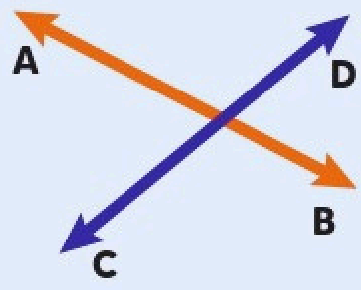
Vetores

CLASSIFICAÇÃO DE RETAS

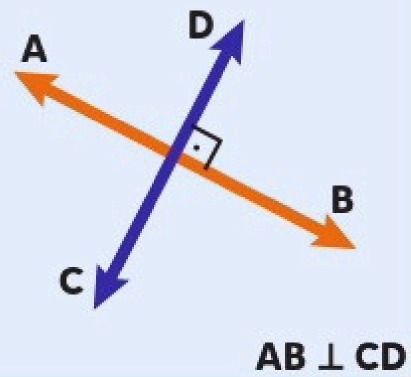
RETAS PARALELAS



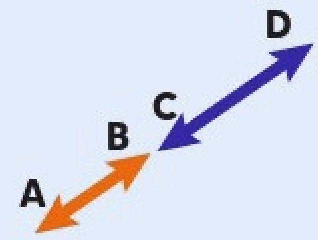
RETAS CONCORRENTES



RETAS PERPENDICULARES

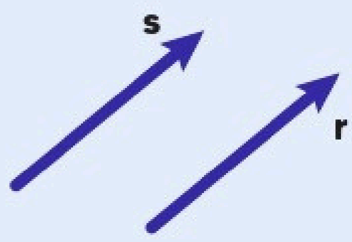


RETAS COINCIDENTES

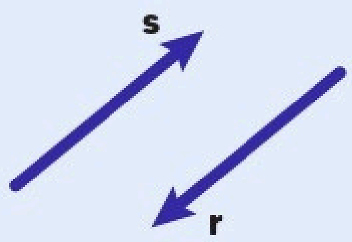


CLASSIFICAÇÃO DE VETORES

IGUAIS

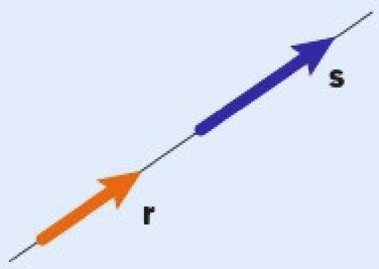


OPOSTOS



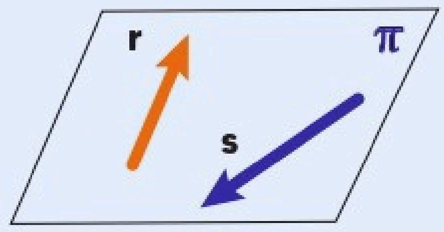
COLINEARES

(MESMA RETA)

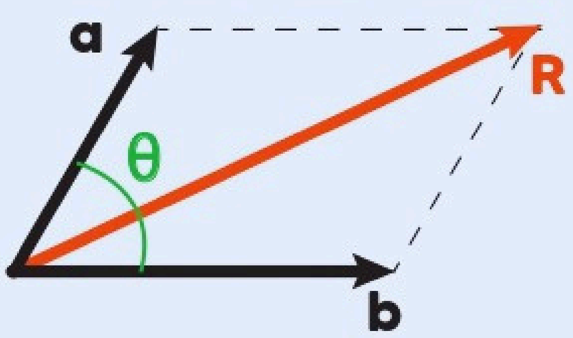


COPLANARES

(MESMO PLANO)



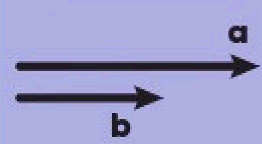
RESULTANTE DE VETORES



$$R^2 = a^2 + b^2 + 2ab\cdot\cos\theta$$

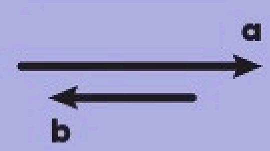
CASOS DIRETOS

$\theta = 0°$



$R = a + b$

$\theta = 180°$

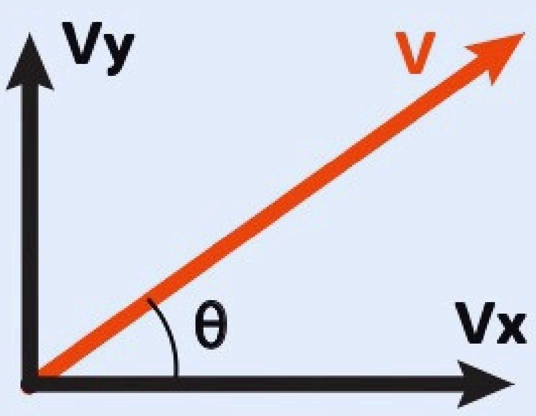


$R = a - b$

$\theta = 90°$

$R^2 = a^2 + b^2$

RESULTANTE DE VETORES



COMPONENTE HORIZONTAL

$$V_x = V\cdot\cos\theta$$

COMPONENTE VERTICAL

$$V_y = V\cdot\text{sen}\theta$$

A função **cosseno** é usada para achar aquela componente que **toca** no ângulo, o **seno** é usado para aquela componente que **não toca** no ângulo

Números Complexos

Todo número complexo é formado por uma parte real e uma imaginária

$$Z = \overbrace{\underbrace{a}_{\text{parte real}} + \underbrace{bi}_{\text{parte imaginária}}}^{\text{número complexo}}$$

$Z = 3 + 4i$	$a = 3,\ b = 4$
$Z = 1 - i$	$a = 1,\ b = -1$
$Z = 6i$	$a = 0,\ b = 6$
$Z = i - 10$	$a = -10,\ b = 1$

Unidade Imaginária

$i = \sqrt{-1}$	$i^5 = \sqrt{-1}$	$i^9 = \sqrt{-1}$
$i^2 = -1$	$i^6 = -1$	$i^{10} = -1$
$i^3 = -\sqrt{-1}$	$i^7 = -\sqrt{-1}$	$i^{11} = -\sqrt{-1}$
$i^4 = 1$	$i^8 = 1$	$i^{12} = 1$

Conjugado

Troque o sinal da parte imaginária

$z = 3 + 4i$

$\bar{z} = 3 - 4i$

Módulo

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Ex: $z = 3 + 4i$

$|z| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

Forma Trigonométrica

$$z = |z| \cdot \cos(\theta) + |z| \cdot \mathrm{sen}(\theta) \cdot i \longrightarrow \cos(\theta) = \frac{a}{|z|} \ ; \ \mathrm{sen}(\theta) = \frac{b}{|z|}$$

Polinômios

$f(x) = x^2$

Monômio (1 termo)

$f(x) = x^3 - 4$

Binômio (2 termos)

$f(x) = x^3 + y^2 - 4$

Trinômio (3 termos)

$f(x) = x^2y + x^3 + y^2 - 4$

Polinômio (4 ou mais termos)

$$P(x) = D(x) \cdot Q(x) + R$$

$$\begin{array}{r|l} \overset{\text{polinômio}}{P(x)} & \overset{\text{divisor}}{D(x)} \\ \hline \underset{\text{resto}}{R} & \underset{\text{quociente (resultado)}}{Q(x)} \end{array}$$

Se você é apaixonado por matemática ou procura aprimorar seus conhecimentos nesta área, então tenho uma ótima notícia para você. Apresento a você o e-book "Desvendando a Matemática".

Este e-book é a chave para transformar sua relação com a matemática e ajudá-lo a compreender de maneira mais clara e fácil conceitos complexos. Com uma linguagem acessível e exemplos práticos, este e-book oferece uma jornada de aprendizagem enriquecedora e divertida.

Se você já se sentiu confuso ou intimidado com a matemática, este e-book é para você. Ele irá ajudá-lo a dominar conceitos básicos e avançados, tornando seus estudos mais eficientes e produtivos. Além disso, você terá acesso a uma vasta coleção de fórmulas e exemplos para ajudá-lo a consolidar seu conhecimento.

Não perca mais tempo lutando com a matemática. Adquira agora o e-book "Desvendando a Matemática" e comece a desvendar seu verdadeiro potencial. Com este e-book em mãos, você estará pronto para encarar qualquer desafio matemático que venha pela frente.

Não perca esta oportunidade única de transformar sua paixão por matemática em conhecimento efetivo. Adquira agora o e-book "Desvendando a Matemática".

ADQUIRA OS SEUS E-BOOKS